ALÉM DO FOGUETE: INCONSISTÊNCIAS E LACUNAS NO TRATAMENTO DIDÁTICO DE SISTEMAS DE MASSA VARIÁVEL

BEYOND THE ROCKET: INCONSISTENCIES AND GAPS IN THE DIDACTIC TREATMENT OF VARIABLE MASS SYSTEMS

Rodrigo Weber Pereira[1]

[1]Universidade Federal do Rio de Janeiro/Instituto de Física, rodrigoweber@if.ufrj.br

Resumo

A compreensão de sistemas de massa variável (SMV) permanece um desafio no ensino de Física, em grande parte devido a abordagens conceitualmente inconsistentes presentes em livros-texto e na literatura didática. Este trabalho apresenta uma revisão crítica da literatura com o objetivo de analisar como artigos científicos com intenções didáticas tratam os SMV e quais pressupostos conceituais sustentam essas abordagens. Foram analisados 27 artigos publicados ao longo de oito décadas, considerando seus objetivos, os tipos de sistemas estudados, os conceitos físicos enfatizados e as formulações teóricas adotadas. Os resultados revelam uma forte ênfase no balanço de momento linear, frequentemente derivado a partir de casos particulares, com atenção limitada aos balanços de energia e momento angular. Identificou-se ainda o uso recorrente de formalismos conceitualmente inadequados, incluindo aplicações indevidas da segunda lei de Newton a sistemas abertos. Em contraste, abordagens baseadas no balanço de fluxo de quantidade de movimento mostram-se mais gerais e conceitualmente consistentes, embora subexploradas.

Palavras-chave: Sistemas de Massa Variável.

Abstract

The understanding of variable mass systems (VMS) remains a challenge in Physics education, largely due to conceptually inconsistent approaches found in textbooks and didactic literature. This work presents a critical literature review aimed at analyzing how scientific articles with educational intent treat VMS and which conceptual assumptions underpin these approaches. Twenty-seven articles published over eight decades were analyzed, considering their objectives, the types of systems studied, the physical concepts emphasized, and the theoretical formulations adopted. The results reveal a strong emphasis on linear momentum balance, frequently derived from particular cases, with limited attention given to energy and angular momentum balances. Furthermore, the recurrent use of conceptually inadequate formalisms was identified, including the improper application of Newton's second law to open systems. In contrast, approaches based on the momentum flux balance prove to be more general and conceptually consistent, although they remain underexplored.

Keywords: Variable Mass-Systems.

Introdução

A compreensão de sistemas de massa variável (SMV) é reconhecidamente difícil para estudantes de Física em nível de graduação (Jiménez et al., 2005). Um dos fatores que contribuem para essa dificuldade é o tratamento inadequado do tema em livros-texto introdutórios e intermediários, que frequentemente reproduzem erros históricos e ambiguidades conceituais (Wolny; Strzałka, 2019). Entre essas dificuldades, destaca-se a crença recorrente de que a equação $\vec{F}=d\vec{p}/dt$ é sempre aplicável a SMV, em oposição a $\vec{F}=m\vec{a}$ (de Sousa; Rodrigues, 2004). No entanto, nenhuma dessas expressões é, em geral, válida para sistemas mecânicos *abertos*[1] (Tiersten, 1969).

Em livros-texto, o tópico é tipicamente introduzido por meio do exemplo do foguete. Nesse contexto, a equação do movimento é frequentemente obtida a partir da conservação do momento linear, válida apenas para sistemas *fechados*, em vez de uma análise sistemática de sistemas abertos. Como consequência, os estudantes tendem a aprender procedimentos específicos, sem desenvolver ferramentas conceituais para lidar com SMV de forma geral, o que é particularmente problemático na formação em Física.

Diante desse cenário, este trabalho realiza uma revisão crítica da literatura com o objetivo de responder à seguinte questão geral de pesquisa: *como artigos científicos com intenções didáticas abordam sistemas de massa variável?* Para isso, analisamos diferentes dimensões das abordagens adotadas pelos autores e discutimos aquelas que consideramos epistemologicamente mais consistentes do ponto de vista do Ensino de Física.

Metodologia de pesquisa: revisão crítica da literatura

Diferentemente de revisões sistemáticas da literatura, revisões críticas privilegiam a avaliação analítica e interpretativa da literatura, orientando-se pela construção de argumentos conceituais, e não pela exaustividade ou pela simples síntese descritiva. Seu caráter é, portanto, assumidamente subjetivo e interpretativo,

[1] Sistemas abertos são aqueles cuja fronteira permite a entrada e/ou saída de matéria, de modo que a sua massa pode variar.

buscando identificar inconsistências, controvérsias e lacunas teóricas relevantes (Ghosh; Choudhury, 2025) – neste caso, sobre os SMV .

Conforme discutido por Grant e Booth (2009), uma revisão crítica vai além da descrição dos estudos analisados, incorporando análise, síntese e inovação conceitual, frequentemente resultando em novas hipóteses, modelos ou interpretações do campo. No contexto dos SMV, isso implica examinar criticamente os pressupostos conceituais e epistemológicos subjacentes às diferentes abordagens adotadas pelos autores, com o pesquisador assumindo um papel ativo como intérprete, em vez de tratar os trabalhos como contribuições equivalentes.

Nesse sentido, revisões críticas frequentemente apresentam um caráter metacientífico, ao investigar como o conhecimento é produzido, justificado e comunicado em uma área específica (Ralph; Baltes, 2022). Tal abordagem é particularmente adequada para o estudo dos SMV, um tópico marcado por tratamentos heterogêneos e controvérsias persistentes na literatura, permitindo comparar perspectivas concorrentes e discutir reorganizações conceituais relevantes para o Ensino de Física, conforme problematizado na introdução.

Critérios de seleção e avaliação de obras

Foi feita uma busca por artigos científicos em inglês e português nas bases SciELO, ERIC, *Scopus* e *Web of Science*, com a seguinte chave de busca nos títulos, resumos e palavras-chave: *("variable-mass systems") OR ("systems of variable mass") OR ("variable-mass dynamics") OR ("mechanics of variable-mass systems")*. Por meio da leitura dos resumos, foram incluídos no corpus de análise artigos que abordam explicitamente SMV como elemento essencial do trabalho, no contexto do ensino ou da formulação conceitual em nível de graduação, seja com o objetivo de discutir aspectos conceituais e teóricos gerais do tema, seja por meio da descrição e modelagem de sistemas físicos específicos. Os artigos selecionados foram analisados a partir de critérios conceituais e epistemológicos, com ênfase nos seguintes aspectos: i) objetivo do tratamento; ii) tipo de SMV analisado; iii) conceitos físicos enfatizados; iv) formulação teórica adotada. Esses aspectos foram avaliados com relação a sua coerência e consistência conceitual.

A busca inicial nas bases mencionadas resultou em 111 artigos publicados em um total de 45 revistas. Após a leitura dos títulos, resumos e palavras-chave, foram excluídos 87 artigos. Os 24 artigos restantes foram lidos integralmente. Após a leitura, optou-se por excluir quatro deles por não atender aos critérios de seleção. Além disso, devido à recorrência de citações nos trabalhos identificados, sete artigos adicionais foram incluídos, resultando na análise de 27 artigos, cobrindo uma janela temporal de 80 anos (Giarratana, 1945; Sibert, 1953; Thorpe, 1962; Grubin, 1963; Tiersten, 1969; Siegel, 1972; Copeland, 1982; Plastino; Muzzio, 1992; Chandler, 2000; Flores; Solovey; Gil, 2003; De Sousa; Rodrigues, 2004; Irschik; Holl, 2004; Jiménez et al., 2005; Yariv et al., 2007; Silagadze, 2010; Sismanoglu et al., 2011; Hernández et al., 2011; De Sousa; Gordo; Costa, 2012; Rodrigues et al., 2014; Moreno et al., 2015; Silva; Peixoto, 2016; Nakayama, 2018; Wolny; Strzalka, 2019; Blanco, 2020; Denny, 2021; Kassandrov; Silagadze, 2023; Saquinaula-brito et al., 2025). Os resultados são apresentados a seguir.

Resultados

Com relação aos objetivos do tratamento, mais da metade dos artigos (14) busca estabelecer as equações corretas que regem os SMV. O restante dos artigos têm como objetivo principal descrever/propor um problema envolvendo SMV, seja em nível experimental (7) ou teórico (6). O grande número de artigos focados nos fundamentos dos SMV confirmam as preocupações trazidas na introdução. Também nota-se o baixo número de artigos que trazem experimentos em seu escopo.

Sobre o tipo de SMV analisado, observou-se que 10 artigos não faziam referência a nenhum sistema em particular, derivando o conhecimento a partir de sistemas genéricos. O restante dos trabalhos foi baseado nos seguintes sistemas físicos: i) corrente/corda em movimento (7); ii) foguete ou sistemas análogos (4); ii) máquina de Atwood (4); ampulheta (1); oscilador harmônico (1); gota de chuva (1); carrinho vazando água (1). Vemos que quatro artigos deduzem equações do movimento a partir de casos particulares, impactando o rigor do formalismo e, na perspectiva dos estudantes, reduzindo sua aplicabilidade. Os sistemas mais "populares" no âmbito do ensino de SMV são as correntes/cordas, foguetes e máquina de Atwood.

No que diz respeito aos conceitos físicos, 85% (23) dos trabalhos abordam unicamente variações do momento linear dos SMV. Apenas dois incluem discussões sobre momento angular. Da mesma forma, o balanço de energia foi discutido em apenas 2 artigos. A ênfase na equação básica do balanço de momento linear é notória porque, assim como nos sistemas de massa constante, o balanço de momento angular e de energia são fundamentais para uma compreensão mais profunda dos SMV. Portanto, há uma enorme lacuna na literatura sobre o balanço de momento angular e de energia.

Já as formulações teóricas adotadas pelos autores para tratar os SMV podem ser agrupadas em: A) equação de Meschchersky (10); B) fluxo de momento linear/angular (10); C) uso equivocado da fórmula $\vec{F}=d\vec{p}/dt$ (5); e D) formulação de Cauchy para meios contínuos (2). De forma bastante resumida, A) é dada por $d\vec{P}/dt=\vec{F}+\dot{m}\vec{u}$, em que m é a massa sendo agregada/expelida ao/do sistema com velocidade $\vec{u}$. B) envolve a expressão $d\vec{P}/dt=\vec{F}+\vec{\Pi}$, em que $\vec{\Pi}=\oint \rho\vec{u}(\vec{u}\cdot d\vec{A})$ é o fluxo de momento linear, integrado sobre a superfície fechada que envolve o sistema, onde ρ é a desidade de massa do meio material. C) o uso equivocado ocorre porque $\vec{F}\neq d(m\vec{v})/dt=m\vec{a}+\dot{m}\vec{v}$ para sistemas abertos. Por fim, D) é análoga à formulação B), porém faz uso explícito do tensor de Stress para calcular a integral.

A) é uma forma mais geral da equação do foguete, mas sua utilização é problemática porque ela é “deduzida” pela conservação do momento de um sistema *fechado*. Nesses sistemas não há força resultante, logo a força $\vec{F}$ não surge naturalmente na dedução e precisa ser incluída de forma *ad hoc*. A equação também é limitada a uma única fonte de entrada/saída de massa ao/do sistema com velocidade $\vec{u}$. Assim, esses artigos (37% do total) não contribuem para esclarecer concepções equivocadas nos livros-texto sobre SMV. Já C) revela que ~20% dos artigos abordam os SMV com erros conceituais, agravando mais ainda o cenário.

Por outro lado, B) e D) são as formas consideradas corretas para tratar os SMV de forma geral. Enquanto o tratamento B) é acessível à estudantes de graduação em nível intermediário, com conhecimentos de cálculo vetorial, incluíndo a equação da continuidade e o teorema de divergência, D) é um formalismo mais abstrato, tipicamente empregado em disciplinas como a Mecânica dos Fluidos.

Conslusão

A revisão crítica realizada evidencia que o tratamento de SMV na literatura com intenções didáticas permanece marcado por fragmentação conceitual e inconsistências epistemológicas. Observa-se uma forte concentração na dedução de equações do balanço de momento linear, frequentemente a partir de casos particulares, com escassa articulação com uma formulação geral de sistemas abertos. Além disso, uma parcela significativa dos trabalhos emprega formalismos inadequados ou conceitualmente frágeis, reproduzindo ambiguidades presentes em livros-texto. Em contraste, abordagens baseadas no balanço de fluxo de momento, apesar de conceitualmente mais robustas e didaticamente promissoras, são ainda pouco exploradas. O conjunto dos resultados aponta para a necessidade de uma reorganização conceitual no ensino de SMV, que vá além do “caso do foguete” e incorpore, de modo sistemático, a noção de sistemas abertos e seus balanços fundamentais.

Referências

BLANCO, P. Maximum Momentum and Kinetic Energy of a Rocket. The Physics Teacher, v. 58, n. 8, p. 534-535, nov. 2020. DOI: https://doi.org/10.1119/10.0002371. Acesso em: 10 jan. 2026.

CHANDLER, D. Newton’s second law for systems with variable mass, The Physics Teacher, v. 38, n. 7, p. 396–396, 2000.

DOI: https://doi.org/10.1119/1.1324523 Acesso em: 10 jan 2026.

COPELAND, J. Work–energy theorem for variable mass systems. American Journal of Physics, v. 50, n. 7, p. 599-601, jul. 1982. DOI: https://doi.org/10.1119/1.12785. Acesso em: 10 jan. 2026.

DENNY, M. Balloon and chain: an instructive variable mass system. European Journal of Physics, v. 42, n. 2, 025013, 2021. DOI: https://doi.org/10.1088/1361-6404/abd306. Acesso em: 10 jan. 2026.

DE SOUSA, C. A.; GORDO, P. M.; COSTA, P. Falling chains as variable-mass systems: theoretical model and experimental analysis. European Journal of Physics, v. 33, n. 4, p. 1007-1018, 2012. DOI: https://doi.org/10.1088/0143-0807/33/4/1007. Acesso em: 8 jan. 2026.

DE SOUSA, C. A.; RODRIGUES, V. H. Mass redistribution in variable mass systems, European Journal of Physics, v. 25, n. 1, p. 41–49, 2004. DOI: https://doi.org/10.1088/0143-0807/25/1/007. Acesso em: 8 jan 2026.

FLORES, J.; SOLOVEY, G.; GIL, S.. Flow of sand and a variable mass Atwood machine. American Journal of Physics, v. 71, n. 7, p. 715-720, jul. 2003. DOI: https://doi.org/10.1119/1.1571837. Acesso em: 10 jan. 2026.

GIARRATANA, J. Equations of Motion for Classical Dynamical Systems of Variable Mass. Physical Review, v. 68, n. 5-6, p. 130-138, set. 1945. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRev.68.130. Acesso em: 10 jan. 2026.

GHOSH, A.; CHOUDHURY, S. Understanding different types of review articles: A primer for early career researchers. Indian Journal of Psychiatry, v. 67, n. 5, p. 535-541, 2025. Disponível em: https://doi.org/10.4103/indianjpsychiatry.indianjpsychiatry_373_25. Acesso em: 10 jan. 2026.

GRANT, M. J.; BOOTH, A. A typology of reviews: an analysis of 14 review types and associated methodologies. Health Information & Libraries Journal, v. 26, n. 2, p. 91-108, 2009. Disponível em: https://doi.org/10.1111/j.1471-1842.2009.00848.x. Acesso em: 10 jan. 2026.

GRUBIN, C. Mechanics of variable mass systems. Journal of the Franklin Institute, v. 276, n. 4, p. 305-312, 1963. DOI: https://doi.org/10.1016/0016-0032(63)90455-1. Acesso em: 8 jan. 2026.

HERNANDEZ, G.; DEL VALLE, G.; CAMPOS, I.; JIMENEZ, J. L. Motion of a falling drop with accretion using Newtonian methods, Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 33, n. 3, 3314, 2011. DOI: https://doi.org/10.1590/S1806-11172011000300014. Acesso em: 10 jan 2026.

IRSCHIK, H.; HOLL, H. J. Mechanics of variable-mass systems—Part 1: Balance of mass and linear momentum, Applied Mechanics Reviews, v. 57, n. 2, p. 145–160, 2004. DOI: https://doi.org/10.1115/1.1687409. Acesso em: 10 jan 2026.

JIMÉNEZ, J. L.; HERNÁNDEZ, G.; CAMPOS, I.; DEL-VALLE, G. Newtonian and canonical analysis of the motion of a rope falling from a table. European Journal of Physics, v. 26, n. 6, p. 1127-1134, 2005. DOI: https://doi.org/10.1088/0143-0807/26/6/021. Acesso em: 8 jan. 2026.

KASSANDROV, V. V.; SILAGADZE, Z. K. Hourglass of constant weight as an illustrative example of a system with a variable mass. Granular Matter, [s. l.], v. 25, n. 1, 9, 2023. DOI: https://doi.org/10.1007/s10035-022-01295-7. Acesso em: 10 jan. 2026.

MORENO, R.; PAGE, A.; RIERA, J.; HUESO, J. L. Video analysis of sliding chains: A dynamic model based on variable-mass systems. American Journal of Physics, v. 83, n. 6, p. 500-505, jun. 2015. DOI: https://doi.org/10.1119/1.4904984. Acesso em: 10 jan. 2026.

NAKAYAMA, K, Remarks on Newton's second law for variable mass systems, European Journal of Physics, v. 39, n. 5, p. 055002, 2018. DOI: https://doi.org/10.1088/1361-6404/aac751. Acesso em: 10 jan. 2026.

PLASTINO, A. R.; MUZZIO, J. C., On the use and abuse of Newton's second law for variable mass problems, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, v. 53, n. 3, p. 227–232, 1992. DOI: https://doi.org/10.1007/BF00052611. Acesso em: 10 jan 2026.

RALPH, P.; BALTES, S. Paving the Way for Mature Secondary Research: The Seven Types of Literature Review. In: Proceedings of the 30th ESEC/FSE 2022,

Singapore, 14-18 Nov. 2022. p. 1632-1636. Disponível em: https://doi.org/10.1145/3540250.3560877. Acesso em: 10 jan 2026.

RODRIGUES, H.; PANZA, N.; PORTES JR, D.; SOARES, A. A model of oscillator with variable mass. Revista Mexicana de Física, México, v. 60, n. 1, p. 31-38, jan./jun. 2014. Acesso em: 8 jan. 2026. Disponível em: https://www.scielo.org.mx/pdf/rmfe/v60n1/v60n1a3.pdf. Acesso em: 10 jan 2026.

SAQUINAULA-BRITO, J. L.; PLAZA-SANTILLÁN, J. J.; ORTIZ-MATA, J. D.; LAMILLA-RUBIO, E. A., Problem-Based Learning With Video Analysis: The Case of the Variable-Mass Atwood Machine, Revista Cubana de Física, v. 42, n. 2, p. 87–95, 2025. Disponível em: https://www.revistacubanadefisica.org/index.php/rcf/article/view/73. Acesso em: 10 jan 2026.

SIBERT, H. W. Relation of Force, Acceleration, and Momentum for a Body Whose Mass Is Varying. Journal of the Aeronautical Sciences, v. 20, n. 2, p. 141-142, 1953. DOI: https://doi.org/10.2514/8.2562. Acesso em: 10 jan. 2026.

SIEGEL, S. More about Variable Mass Systems. American Journal of Physics, v. 40, n. 1, p. 183-185, jan. 1972. DOI: https://doi.org/10.1119/1.1986466. Acesso em: 10 jan. 2026.

SILAGADZE, Z. K. Sliding Rope Paradox. Latin-American Journal of Physics Education, v. 4, n. 2, p. 294-302, 2010. DOI:https://doi.org/10.48550/arXiv.1002.1586. Acesso em: 10 jan. 2026.

SILVA, Dêivid Rodrigo da; PEIXOTO, Paulo. Análise crítica da segunda lei de Newton na forma Fres = dp/dt com p=mv e m variável. Revista Brasileira de Ensino de Física, [s. l.], v. 38, n. 2, e2317, 2016. DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2015-0034. Acesso em: 10 jan. 2026.

SISMANOGLU, B. N.; CAETANO, R. F.; GERMANO, J. S. E.; REZENDE, M. V. O.; HOYER, Y. D. Dinâmica de massa variável: corrente suspensa na máquina de Atwood. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 33, n. 2, 2310, 2011. DOI: https://doi.org/10.1590/S1806-11172011000200011. Acesso em: 10 jan. 2026.

TIERSTEN, M. S., Force, Momentum Change, and Motion, American Journal of Physics, v. 37, n. 1, p. 82–87, 1969. DOI: https://doi.org/10.1119/1.1975418. Acesso em: 10 jan 2026.

THORPE, J. F., On the Momentum Theorem for a Continuous System of Variable Mass, American Journal of Physics, v. 30, n. 9, p. 637–640, 1962. DOI: https://doi.org/10.1119/1.1942149. Acesso em: 10 jan. 2026.

WOLNY, J.; STRZAŁKA, R. Momentum in the Dynamics of Variable-Mass Systems: Classical and Relativistic Case. Acta Physica Polonica A, v. 135, n. 3, p. 475-479, 2019. DOI: https://doi.org/10.12693/APhysPolA.135.475. Acesso em: 10 jan. 2026.

YARIV, A.; SCHEUER, J.; CROSIGNANI, B.; DI PORTO, P. The case of the oscillating party balloon: A simple toy experiment requiring a not-so-simple interpretation. American Journal of Physics, v. 75, n. 8, p. 696-700, ago. 2007. DOI: https://doi.org/10.1119/1.2733684. Acesso em: 10 jan. 2026.