

# Medida de $g$ com a placa Arduino em um experimento simples de queda-livre

H Cordova \* & A C Tort †  
Mestrado Profissional em Ensino de Física – Instituto de Física  
Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Caixa Postal 68.528; CEP 21941-972 Rio de Janeiro, Brazil

18 de Novembro de 2015

## Resumo

Um modo simples de medir a aceleração da gravidade  $g$  no laboratório de física do ensino médio e de física básica no ensino universitário com um microcontrolador da família Arduino é proposto. Resultados experimentais com um erro relativo de 0,1% são apresentados e comparados com o valor local de  $g$  medido pelo Observatório Nacional, Rio de Janeiro.

Palavras-chave: aceleração da gravidade, queda-livre, Arduino,

---

\*e-mail: [hercilioc@hotmail.com](mailto:hercilioc@hotmail.com)

†e-mail: [tort@if.ufrj.br](mailto:tort@if.ufrj.br).

## 1 Introdução

Um dos muitos modos possíveis de medir a aceleração da gravidade  $g$  é deixar cair verticalmente um corpo a partir de uma altura pré-determinada  $h$  e medir a duração do seu tempo de queda. Como a velocidade inicial é nula, segue que:

$$g = \frac{2h}{t^2}, \quad (1)$$

onde  $t$  é a duração da queda. Embora a Eq. (1) possa ser introduzida nos primeiros estágios do ensino da cinemática e seja o fundamento de uma das maneiras mais simples de medir  $g$ , a rapidez com que a queda-livre acontece pode tornar o experimento frustrante para um iniciante. É possível melhorar os resultados por meio de circuitos eletrônicos capazes de determinar intervalos de tempo com pelo menos 1/10 de milissegundo de resolução, veja por exemplo [1], mas estas técnicas são mais apropriadas para os laboratórios didáticos avançados dos cursos de graduação. Por outro lado, o uso cada vez mais difundido dos modernos microcontroladores de baixo custo, como por exemplo, a família de microcontroladores ou placas Arduíno [2, 3, 4], capazes de medir intervalos de tempo na faixa de mili e microssegundos permite obter resultados perfeitamente aceitáveis no laboratório de física do ensino médio e de física básica no ensino universitário, mesmo que em uma primeira abordagem, por conveniência pedagógica, desprezemos os efeitos da resistência do ar e outros efeitos espúrios. Nas próximas seções discutiremos como isto pode ser feito.

## 2 Arranjo experimental

O arranjo experimental é mostrado na Figura 1. Uma pequena esfera de aço de 9 mm de diâmetro está inicialmente presa entre duas alavancas metálicas, uma fixa e outra móvel. Estas duas alavancas fazem parte do sensor superior, veja a Figura 2. Enquanto a esfera de aço estiver presa e logo em contato com as alavancas, teremos uma voltagem de 5V (nível alto) na porta 12 da placa Arduíno. Quando a alavanca móvel é acionada e a esfera liberada, o circuito fica aberto e a voltagem cai para 0V (nível baixo) na porta 12. Depois de cair uma altura pré-determinada  $h$ , a esfera atinge o sensor inferior – Figura 2 – que consiste em uma base de madeira móvel ligeiramente inclinada que sob o efeito do impacto com a esfera aciona um contato elétrico levando a porta 11 do Arduíno para nível alto. Assim que a esfera rola para fora da base esta porta retorna ao nível baixo, veja o esquema da Figura 3. O microcontrolador Arduíno registra o instante da liberação e do impacto, logo, a duração do tempo queda, depois permanece inativo durante 10 segundos antes de estar pronto para a próxima medida. A esfera é então recolocada na posição inicial levando o sensor superior novamente para o nível alto, permitindo uma nova medida. O código-fonte utilizado está reproduzido no Apêndice. No sensor superior há um furo de 1 mm de diâmetro onde a esfera deve ser encaixada, garantindo sempre o mesmo ponto de lançamento sem risco de mudança na altura. A altura medida é a distância entre o ponto de impacto da esfera no sensor inferior e a sua parte inferior, quando esta ainda está presa no sensor superior, assim o diâmetro da esfera não causa erros. A altura  $h$  foi medida com uma trena metálica com divisões de 1 mm. O espaço entre os contatos elétricos do sensor inferior é muito inferior a 1 mm. Convém ressaltar que a esfera metálica, assim como os contatos metálicos dos sensores, devem

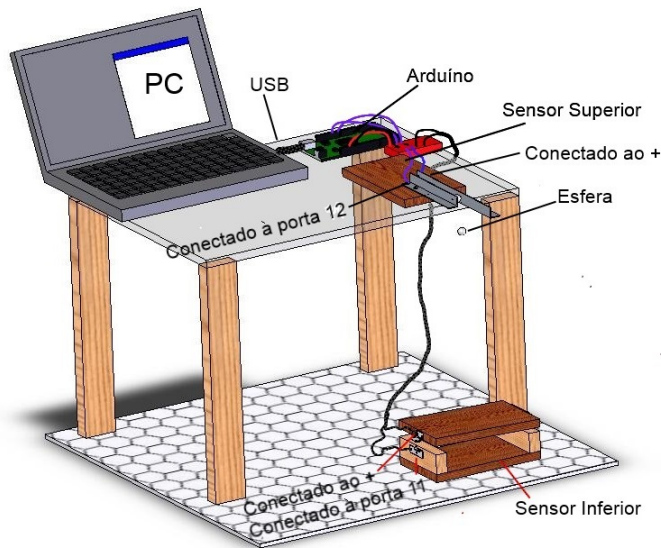


Figura 1: Visão geral do arranjo experimental.

estar perfeitamente limpos para evitar interrupções indevidas na comunicação com a placa Arduino. O código-fonte para aquisição de dados com Arduino é mostrado no Apêndice. Informações sobre a programação da placa Arduino, veja por exemplo, [4] e referências ali citadas.

### 3 Resultados experimentais

Para  $h = 0,943$  m com  $\delta h = 0,001$  m e  $\delta t = 0,001$  s, os tempos de queda vertical a partir do repouso são mostrados na Tabela 1.

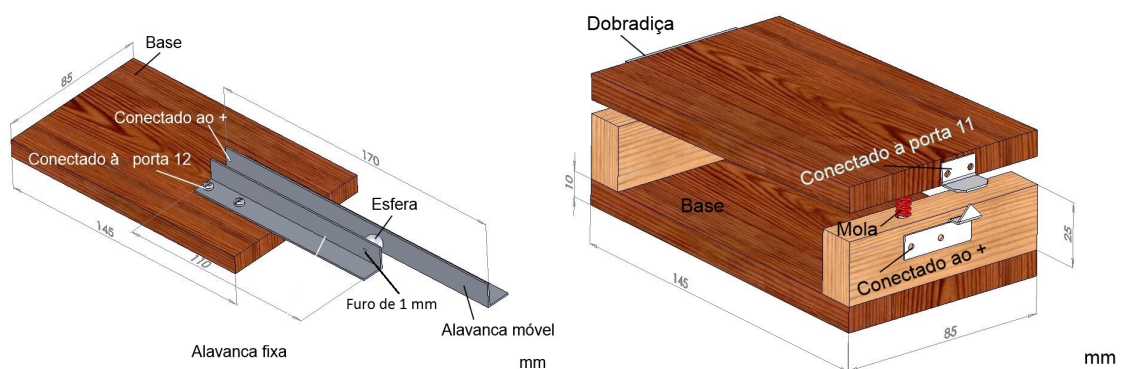


Figura 2: Sensores superior (esquerda) e inferior (direita). No desenho, por clareza, o espaço entre os contatos elétricos no sensor inferior está exagerado, no experimento ele é inferior a 1 mm.

Med.	$t_i$ (s)	Med.	$t_i$ (s)	Med.	$t_i$ (s)
1	0,439	8	0,439	15	0,439
2	0,439	9	0,439	16	0,439
3	0,440	10	0,440	17	0,439
4	0,439	11	0,439	18	0,439
5	0,439	12	0,440	19	0,439
6	0,439	13	0,440	20	0,439
7	0,438	14	0,440	21	0,439

Tabela 1: Medidas dos tempos de queda-livre. A duração média da queda é de 0,439 s.

Os valores obtidos para  $g_i$  correspondem ao valor médio de cada medida obtido a partir da equação (1) da seguinte forma:

$$\bar{g}_i = \frac{g_{i\text{ máx}} + g_{i\text{ mín}}}{2}, \quad (2)$$

onde

$$g_{i\text{ máx}} = \frac{2(h + \delta h)}{(t_i - \delta t)^2}; \quad (3)$$

e

$$g_{i\text{ mín}} = \frac{2(h - \delta h)}{(t_i + \delta t)^2}. \quad (4)$$

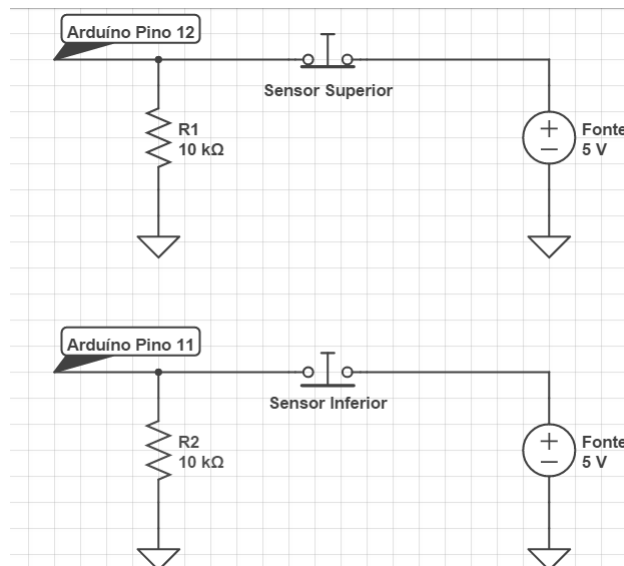


Figura 3: Circuito de apoio.

A incerteza individual  $\delta g_i$  pode ser calculada com a expressão

$$\delta g_i = \frac{g_i^{\text{máx}} - g_i^{\text{mín}}}{2}, \quad (5)$$

ou do modo usual [6]. O resultado é  $\delta g_i = 0,055 \text{ m/s}^2$  para todas as vinte e uma medidas individuais. Os resultados para  $\bar{g}_i$  são mostrados na Tabela 2. O valor médio de  $g_i$  é  $9,778 \text{ m/s}^2$  e o desvio padrão da média ou erro padrão é  $0,012 \text{ m/s}^2$ , logo o experimento nos dá

$$g_{\text{exp.}} = 9,78 \pm 0,01 \text{ m/s}^2. \quad (6)$$

Med.	$\bar{g}_i$ (m/s <sup>2</sup> )	Med.	$\bar{g}_i$ (m/s <sup>2</sup> )	Med.	$\bar{g}_i$ (m/s <sup>2</sup> )
1	9,786	8	9,786	15	9,786
2	9,786	9	9,786	16	9,786
3	9,742	10	9,742	17	9,786
4	9,786	11	9,786	18	9,786
5	9,786	12	9,742	19	9,786
6	9,786	13	9,742	20	9,786
7	9,831	14	9,742	21	9,786

Tabela 2: Valores de  $\bar{g}_i$ ; a incerteza de cada medida individual é  $\delta g_i = \delta g = 0,055 \text{ m/s}^2$ .

O resultado dado pela Eq. (6) deve ser comparado com uma aproximação apropriada ao valor de  $g$  local medido por Souza e Santos do Observatório Nacional [7] em 2010,

$$g_{\text{Rio de Janeiro}} = 978\,789,852 \pm 0,011 \text{ mGal}, \quad (7)$$

onde  $1 \text{ mGal} = 1 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$ . Para fins de comparação com o resultado experimental obtido basta que consideremos o valor aproximado

$$g_{\text{Rio.}} \approx 9,79 \text{ m/s}^2. \quad (8)$$

O desvio percentual relativo é

$$\frac{|9,79 - 9,78|}{9,79} \times 100 \approx 0,1\%. \quad (9)$$

Nosso resultado pode também ser comparado com os obtidos com outros métodos, veja por exemplo, as referências [5, 8, 9, 10]. É possível medir também com o modelo de placa Arduino que utilizamos (Mega 2560) intervalos de tempo com precisão de microssegundos, mas, no caso do arranjo experimental proposto, os registros das durações temporais são instáveis e muitos dados devem ser descartados, o que nos parece inconveniente desde um ponto de vista pedagógico.

## 4 Conclusões

Como mencionado anteriormente, por simplicidade, os efeitos de resistência do ar não são levados em conta. Desde que  $h$  seja uma altura inferior a 1 metro tais efeitos podem ser desconsiderados em uma primeira abordagem, assim como o atraso na liberação da esfera. O fator que realmente diferencia a proposta experimental no nível de um laboratório de física básica que apresentamos aqui é a possibilidade de medir intervalos de tempo com precisão de milissegundos com um arranjo simples e de baixo custo. Observe também que embora projetado para o laboratório básico nos níveis médio e universitário, este experimento pode ser realizado facilmente em casa por um aluno ou um amador interessado.

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao colega Dr. V. Soares pela leitura crítica do manuscrito original.

## Referências

- [1] J. A. Blackburn e R. Koenig *Precision falling body experiment* Am. J. Phys. **44**, 855-857 (1976).
- [2] M. A. Cavalcante, A. Bonizzia e L. C. P. Gomes *Aquisição de dados em laboratórios de física: um método simples e de baixo custo para experimentos em mecânica*, Rev. Bras. En. Fís. **30** (2) 2501 (2008).
- [3] M. A. Cavalcante, C. R. C. Tavolar e E. Molisani *Física com Arduino para iniciantes*, Rev. Bras. En. Fís. **33** (4) 4503 (2011).
- [4] A. R. de Souza, A. C. Paixão, D. D. Uzêda, M. A. Dias, S. Duarte e H. S. de Amorim *Revista Brasileira de Ensino de Física A placa Arduino: uma opção de baixo custo para experiências de física assistidas pelo PC* **33**, (1) 1702 (2011).
- [5] C. E. Aguiar e F. Laudaes, *Listening to the coefficient of restitution and the gravitational acceleration of a bouncing ball*, Am. J. Phys. **71**, 499-501 (Maio 2003).
- [6] J. G. Taylor *An Introduction to Error Analysis* 2nd ed. (University Science Books; Boulder, 1982).
- [7] M. A. de Souza e A. A. dos Santos *Absolute gravimetry on the Agulhas Negras calibration line*, Rev. Bras. Geof. **28** (2) 2010.
- [8] J. A. White, A. Medina, F. L. Román, and S. Velasco, *A Measurement of  $g$  Listening to Falling Balls*, Phys. Teach. **45** 175-177 (Março 2007)
- [9] R. De Luca e S. Ganci *A measurement of  $g$  with a ring pendulum*, Rev. Bras. En. Fís. **33** (3) 3301 (2011).
- [10] O. Schwarz, P. Vogt e J. Kunh: *Acoustic measurements of bouncing balls and the determination of gravitational acceleration*, Phys. Teach. **51** 312-313 (Maio 2013).

## Apêndice: código de aquisição de dados com Arduino

Por razões pedagógicas, o código-fonte utilizado é simples e procura obter apenas o tempo de duração da queda. Para maiores informações sobre a programação da placa Arduino ver [4].

```
int sensorSUP = 12;
int sensorINF = 11;
int estadoSUP;
unsigned long startTime;
unsigned long stopTime;
void setup() {
  Serial.begin(9600);
  pinMode (sensorSUP, INPUT);
  pinMode (sensorINF, INPUT);
  estadoSUP = 1 ;
  Serial.println("Pronto para medir o tempo de queda");
  Serial.println("                ");
}
void loop()
{
  if (digitalRead(sensorSUP) == LOW && (digitalRead(sensorINF)) == LOW && estadoSUP == 1)
  {
    startTime = millis();
    Serial.print(" Inicio da medida ---");
    Serial.print("Esfera caindo...Contanto tempo...");
    estadoSUP = 0;
  }
  if (digitalRead(sensorINF) == HIGH && (digitalRead(sensorSUP)) == LOW)
  {
    estadoSUP = 1;
    stopTime = ( millis() - startTime);
    Serial.print("Tempo de queda = ");
    Serial.print(stopTime);
    Serial.print(" milisegundos (ms)| Aguarde 10 segundos...");
    delay(10000);
    Serial.println("Pronto para proxima medida");
  }
}
```