O interferômetro de Mach-Zehnder

a c tort[*]

14 de julho de 2014

O interferômetro de Mach-Zehnder é um arranjo experimental óptico inventado por Ludwig Mach (1868-1949), filho do ilustre teórico Ernest Mach, e pelo físico suíço Ludwig Zehnder (1854-1949), por volta dos anos 1890. Entre os interferômetros clássicos (Michelson, Sagnac, Fabry-Perrot) talvez seja o menos discutido nos livros-texto. O interferômetro de Mach-Zehnder permite realizar experimentos de interferência, difração e polarização com um feixe de luz coerente, ou feixes de baixíssima intensidade, *single photons* ou monofotônicos, em que (pelo menos teoricamente) um fóton de cada vez interage com o interferômetro. No primeiro caso estuda-se o comportamento ondulatório da luz enquanto que no segundo seu comportamento como partícula. A Figura 1 mostra o seu esquema de funcionamento básico. Um feixe de luz coerente (o feixe de referência no caso clássico) ou um fóton (no caso quântico) incide sobre um separador de feixe S_1. O separador de feixe é um espelho semi-prateado que reflete 50% do feixe incidente e transmite os outros 50%. O separador divide o feixe incidente em dois feixes secundários, no caso clássico, ou cria uma superposição de estados no caso quântico. Os espelhos E_1 e E_2 são refletores perfeitos que dirigem os feixes clássicos para o separador de feixes S_2, ou no caso quântico geram uma nova superposição de estados, que como veremos, contém uma fase que depende da diferença dos caminhos ópticos.

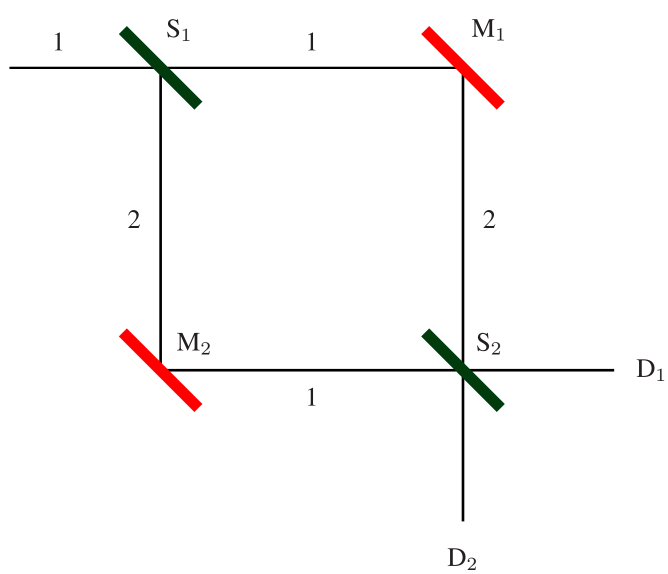


Figura 1: Interferômetro de Mach-Zehnder. No estudo do comportamento ondulatório da luz, os detetores D_1 e D_2, são substituídos por anteparos. No estudo do comportamento corpsucular, os detetores são essencialmente contadores de fótons.

[*]email: tort@ufrj.br

Descrição quântica

Os estados-base são:

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \qquad |2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

O estado $|1\rangle$ descreve a opção pelo caminho 'horizontal', e o estado $|2\rangle$, o caminho 'vertical'. O efeito dos separadores de feixe sobre os estados incidentes são descritos pelo operador:

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \tag{2}$$

enquanto que o efeito dos espelhos sobre os estados incidentes é descrito pelo operador:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(i\,\varphi) \end{pmatrix}, \tag{3}$$

onde φ é uma fase associada com a diferença de caminho óptico $\Delta\,\lambda$ entre os dois feixes:

$$\varphi = 2\pi\,\frac{\Delta\,\ell}{\lambda}. \tag{4}$$

Aqui, no caso clássico, λ é o comprimento de onda da luz emitida pela fonte coerente. No caso quântico, λ deve ser interpretada como o comprimento de onda de de Broglie associado com um fóton de energia bem definida.

Suponha que o estado inicial seja o autoestado associado com o caminho horizontal:

$$|\psi_{in}\rangle = |1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Então temos a seguinte sequência de representações para as interações entre o fóton e o interferômetro:

1. O efeito do primeiro separador de feixe sobre o estado inicial é criar um estado de superposicão dado por:

$$|\chi\rangle = S\;|\psi_{in}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{6}$$

   Observe que:

$$|\chi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,|1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\,|2\rangle \tag{7}$$

2. O efeito dos espelhos sobre o estado $|\chi\rangle$ gera uma nova superposição quântica dada por:

$$|\xi\rangle = M\;|\chi\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(i\,\varphi) \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \exp(i\,\varphi) \end{pmatrix}. \tag{8}$$

   Observe também que:

$$|\xi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \exp(i\,\varphi) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{\exp(i\,\varphi)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,|1\rangle + \frac{\exp(i\,\varphi)}{\sqrt{2}}\,|2\rangle \tag{9}$$

3. Finalmente, o segundo separador de feixe produz o estado final

$$|\psi_{out}\rangle = S\;|\xi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \exp(i\,\varphi) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+\exp(i\,\varphi) \\ 1-\exp(i\,\varphi) \end{pmatrix} \tag{10}$$

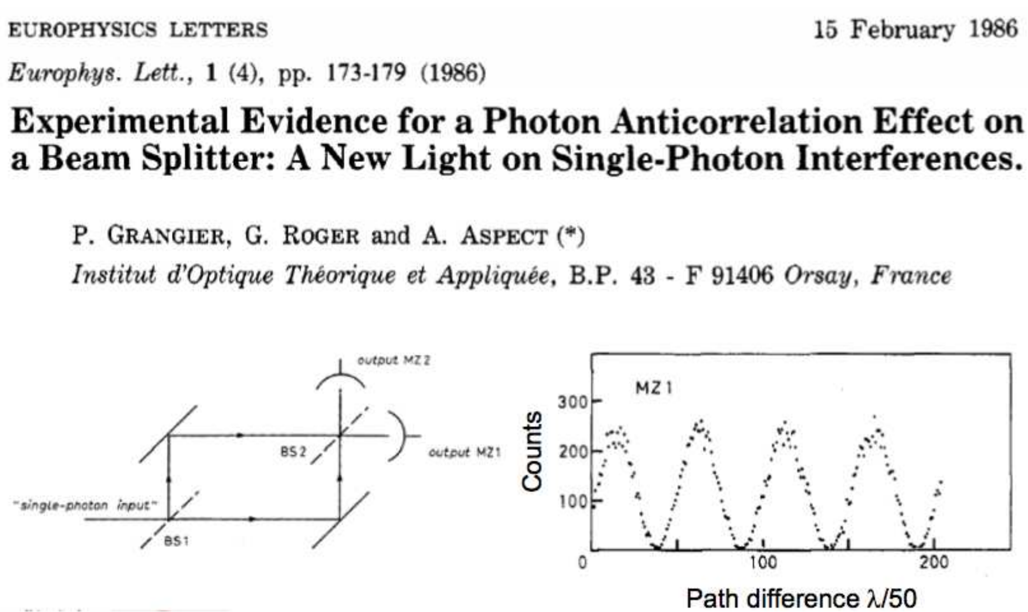
4. A probabilidade de detectar um fóton no detector 1 é dada por:

$$P_1 = \|\langle 1 \mid \psi_{out}\rangle\|^2 = \frac{1+\cos\varphi}{2}, \tag{11}$$

enquanto que a probabilidade de detectar um fóton no detector 2 é dada por:

$$P_2 = 1 - P_1 = \|\langle 2 \mid \psi_{out}\rangle\|^2 = \frac{1-\cos\varphi}{2} \tag{12}$$

Se $\Delta\,\ell = n\,\lambda$, onde $n = 0, 1, 2, \ldots$, segue que $\cos\varphi = 1$ e somente o detector 1 acusará recepcão de fótons. Isto significará que o estado final é (a menos de uma fase desimportante) igual ao estado inicial.


EUROPHYSICS LETTERS 15 February 1986

Europhys. Lett., **1** (4), pp. 173-179 (1986)

Experimental Evidence for a Photon Anticorrelation Effect on a Beam Splitter: A New Light on Single-Photon Interferences.

P. GRANGIER, G. ROGER and A. ASPECT (*)

Institut d'Optique Théorique et Appliquée, B.P. 43 - F 91406 *Orsay, France*

Figura 2: Resultados experimentais.

Referências

[1] J. Townsend: *A Modern Approach to Quantum Mechanics*, 1st edition. (University Science Books: Claremont) 2000.