HISTÓRIA DA FÍSICA II

A ESTRUTURA MECANICISTA DA NATUREZA

Penha Maria Cardozo Dias
Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro
e
Raquel Anna Sapunaru
Departamento de Filosofia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Conteúdo

Capítulo 1

A CRENÇA NA CIÊNCIA

Meta da aula

Apresentar o contexto filosófico em que os métodos da Mecânica foram formados.

Objetivo da aula

Descrever e identificar as origens dos métodos da mecânica contemporânea.

Introdução

O século XVIII é conhecido como *Século das Luzes*. O *Racionalismo* foi a marca registrada do século. O *Racionalismo* é uma doutrina filosófica, segundo a qual tudo que existe tem seu motivo para existir e a razão é o instrumento da crítica e o guia para todos os campos da experiência humana; em particular, o conhecimento é uma conseqüência de princípios evidentes *a priori*. A idéia, que justifica o nome do movimento filosófico, é levar as "luzes da razão" às trevas da ignorância e do obscurantismo.

Em História I, aula 10, foi apresentado o filósofo René Descartes, considerado o pai do *Racionalismo* e um pré-iluminista. Na aula 13, foi apresentado um expoente do *Racionalismo*, o alemão Gottfried Wilhelm Leibniz. Mas o grande nome (o que não exclui outros importantes autores) foi o também alemão Immanuel Kant.

1.1 O Iluminismo

Como já visto, em História I, na aula 10, Descartes recomenda, para se chegar à verdade, que se deve duvidar de tudo, mesmo das coisas aparentemente verdadeiras. A partir da dúvida racional, pode-se alcançar a compreensão do mundo e mesmo de Deus. Assim, as principais características do *Iluminismo* são:

1. Valorização da razão, considerada o mais importante instrumento para se alcançar qualquer tipo de conhecimento.

2. Valorização do questionamento, da investigação e da experiência, como método de aquisição de conhecimento, tanto da Natureza quanto da sociedade, política ou econômica.

3. Crença em leis naturais e normas da Natureza, que regem todas as transformações que ocorrem na Natureza e, também, no comportamento humano e nas sociedades.

4. Crença nos direitos naturais, que todos os indivíduos possuem em relação à liberdade, à posse de bens materiais.

5. Crítica ao absolutismo, ao mercantilismo e aos privilégios da nobreza e do clero.

6. Defesa da liberdade política e econômica e da igualdade de todos perante a lei.

7. Crítica à Igreja Católica, mas não da crença em Deus.

Em suma, o *Iluminismo* foi o movimento cultural e intelectual europeu, herdeiro do humanismo do *Renascimento* e originado no *Racionalismo* e no *Empirismo* do século XVII, que se fundava no uso e na exaltação da razão, vista como o atributo pelo qual o homem apreende o Universo e aperfeiçoa sua própria condição. Considera que os objetivos do homem são o conhecimento, a liberdade e a felicidade.

COMEÇO DE BOX EXPLICATIVO

Politicamente, as idéias iluministas expressaram-se na Revolução Americana, de 1776, e na revolução Francesa, de 1789, que apresentavam como seu objetivo declarado a felicidade ou o bem-estar da humanidade. Além disso, no plano social, o *Iluminismo* é responsável por duas concepções de fundamental importância para a cultura moderna e contemporânea: Os conceitos de **tolerância** e de **progresso**. O princípio de tolerância religiosa, além de colocar a necessidade de convivência pacífica das várias confissões religiosas, também foi responsável pela separação entre Religião e Estado. Por outro lado, o progresso leva à concepção da História como progresso, ou seja, como possibilidade de melhoria do ponto de vista do saber e dos modos de vida do homem.

FIM DE BOX EXPLICATIVO

Atividade

Procure em uma enciclopédia as palavras iniciais da *Declaração dos Direitos do Homem*, assinada pelos fundadores dos Estados Unidos, no século XVIII.

Resposta

We hold these truths to be self-evident, that all men are are created equal, that they are endowed by the Creator with certain unalienable Rights, that among these are Life, Liberty and the pursuit of Happiness ....

Mantemos que são verdades evidentes por si mesmas que todos os Homens são igualmente criados, que Deus lhes outorgou certos direitos inalienáveis, que entre esses estão a Vida, a Liberdade e a procura da Felicidade ....

COMEÇO BOX DE VERBETE

Inalienável: Instransferível.

FIM BOX DE VERBETE

1.2 As "Luzes da Razão"

Como dito acima, a *razão* é, no *Iluminismo*, o instrumento da crítica. Esse movimento filosófico empenha-se em estender a todos os campos da experiência humana, a razão, como instrumento de crítica e guia; ele pretende levar "as luzes da razão" às trevas da ignorância e do obscurantismo e compreende três aspectos diversos, mas relacionados entre si:

1. Extensão da crítica a toda e qualquer crença e conhecimento, sem exceção.

2. Obtenção um conhecimento que, por estar aberto à crítica, inclua e organize os instrumentos de sua própria correção.

3. Uso efetivo do conhecimento, assim atingido, com o fim de melhorar a vida privada e social dos homens.

Características do *Iluminismo* são:

1. Se, por um lado, o *Iluminismo* adota a fé na razão, por outro considera limitado o poder da razão, cuja expressão típica é a doutrina da *coisa em si*. Segundo essa doutrina, o poder cognoscitivo do homem, tanto sensível quanto racional, vai até onde vai o fenômeno, mas não além; quer dizer: Esse poder não atinge a *coisa em si*, isto é, "a coisa como ela é", independentemente de sua relação com o homem, para o qual é um objeto de conhecimento. A seu turno, considerada a limitação do poder cognoscitivo, não há campos privilegiados, dos quais a crítica racional possa ser excluída. Em particular, isso implicava os campos da política, da moral e da religião, que, até então, eram tabus para o pensamento racional.

2. O *Iluminismo* propôs uma religião natural ou racional, fundada, não na revelação histórica, mas na manifestação natural da divindade à razão do homem, ao mesmo tempo em que questionava os fundamentos do poder absolutista e procuravam estabelecer os princípios racionais do governo e da organização social. Da mesma forma, evidenciando a importância dos sentimentos e das paixões na conduta do homem, os iluministas buscavam novos pilares para a vida moral do homem. Essa atitude crítica do *Iluminismo* expressa-se, principalmente, em sua hostilidade à tradição, a qual considerava ser a força mantenedora de crenças e preconceitos, que deveriam ser destruídos. Para os iluministas, tradição e erro coincidiam. Apesar dessa tese poder parecer exagerada, hoje, não se pode esquecer que foi graças a ela que se venceram os poderosos entraves que a tradição impunha à livre pesquisa.

3. Outro aspecto a ser destacado no *Iluminismo* é que ele inclui o *empirismo*, ou seja, considera um atributo de validade do conhecimento poder ser posto à prova. Essa atitude empirista garante a abertura da ciência e conhecimento em geral à crítica da razão, pois consiste em admitir que toda verdade possa e deva ser colocada à prova, sendo eventualmente modificada, corrigida ou abandonada.

4. A atitude do *Iluminismo* em valorizar a ciência, no sentido que essa palavra tem hoje, a elevará ao primeiro lugar na hierarquia das atividades humanas.

A Física, sistematizada primeiramente na obra de Isaac Newton, é considerada pelos iluministas como a ciência mãe ou como a "verdadeira filosofia". O *Iluminismo*, também, será decisivo para afastar a Química da Alquimia e assinalar as etapas fundamentais do desenvolvimento das Ciências Biológicas, com a obra de diversos naturalistas. Se os resultados obtidos pelas ciências dessa época já foram ultrapassados, nos dias de hoje, cabe ressaltar que eles puderam ser questionados e corrigidos pelo próprio compromisso fundamental do *Iluminismo* de não bloquear a obra da razão em nenhum campo e em nenhum nível, considerando todo resultado incompleto, provisório e passível de ser corrigido.

5. O *Iluminismo* avaliava, com otimismo o poder e as realizações da razão humana e a crença na possibilidade de reorganizar a sociedade, segundo princípios racionais.

   Não ignorava a História, mas a encarava de modo crítico, sem aceitar a idéia de que a evolução da humanidade estivesse inexoravelmente determinada pelo passado; pelo contrário, a visão iluminista tinha por base a possibilidade, aberta a cada ser humano, de ter consciência de si mesmo, de seus erros e acertos e de ser dono de seu destino.

6. A confiança nos efeitos moralizadores e enobrecedores da instrução se completava na exortação a todas as pessoas para que pensassem e julgassem por si próprias, sem orientação alheia. A crítica iluminista dirigiu-se contra a tradição e a autoridade daqueles que se arrogavam a tarefa de guiar o pensamento e contra o dogmatismo que o justificava.

7. A luta contra as verdades dogmáticas deu-se, na esfera política, com a oposição ao absolutismo monárquico. É certo que houve alguns casos em que monarcas apoiaram e estimularam as novas idéias, atitude que ficou conhecida como "despotismo esclarecido". Esse apoio não configurava uma aliança, pois era quase sempre superficial e ditado por conveniências políticas ou estratégicas.

8. A riqueza e complexidade do movimento iluminista teve como base alguns pontos gerais: Em primeiro lugar, a influência que os empreendimentos científicos do século XVII e início do século XVIII tiveram sobre as novas idéias.

   Na Astronomia e na Física, o Universo foi entendido como um domínio ou realidade dinâmica, regida por leis gerais, as quais a razão sempre poderia acabar por descobrir.

   Em segundo lugar e como conseqüência, a substituição da idéia de um Deus pessoal, responsável pelos acontecimentos humanos e eventos naturais, pela idéia abstrata de Deus como princípio ordenador da Natureza, "arquiteto do mundo" e criador de suas leis, mas que não intervém diretamente nele; isso se chama *deísmo*.

Atividades

Pesquise e liste algumas descobertas, na ciência, feitas no espírito iluminista.

Resposta

1. Descrição da órbita dos planetas.
2. Descrição do relevo da Lua.
3. Descoberta da existência da pressão atmosférica.
4. Descoberta da circulação sangüínea.

5. Descoberta do conhecimento do comportamento dos espermatozóides.

COMEÇO BOX VERBETE

Deísmo (Abbagnano, p.238): Doutrina de uma religião natural ou racional não fundada na revelação histórica, mas na manifestação natural da divindade à razão do Homem. O *deísmo* é um aspecto do *Iluminismo*, do qual faz parte integrante.

FIM BOX VERBETE

A idéia do deísmo não foi compartilhada por todos os pensadores iluministas, pois alguns mantiveram a crença em um Deus que não se resume à Sua manifestação na Natureza sensível (isso se chama *transcendente*) e outros radicalizaram suas opiniões e chegaram ao ateísmo.

Tudo isso levou à crença no "progresso histórico" da Humanidade, concebido, não como produto de um plano divino, mas como resultado da razão e dos esforços humanos. Formou-se, assim, pela primeira vez, a idéia de "Humanidade" como integração de todos os povos, acima de circunstâncias, diferenças étnicas ou situações temporais e espaciais.

1.3 O Significado Histórico do Iluminismo

O *Iluminismo* extinguiu-se, ao menos em parte, pelos excessos de algumas de suas idéias. A oposição às idéias religiosas e a usurpação da figura de Deus tornaram-no estéril e sem atrativos aos olhos de muitos, para os quais a religião era fonte de consolo, esperança e sentimento de comunhão. O culto quase ritualístico à razão abstrata, elevada à categoria de autêntica divindade, levou, também, a cultos de tipo esotérico ou obscurantista. E o período que se seguiu à Revolução Francesa, chamado de "Terror", foi um golpe para a convicção iluminista de uma sociedade justa e pacífica, fundada em princípios racionais partilhados por todos os cidadãos.

Os pensadores iluministas deixaram como legado a definição e desenvolvimento de muitos dos conceitos e termos empregados, ainda hoje, no tratamento de temas estéticos, éticos, sociais e políticos. E o mundo contemporâneo herdou deles a convicção, rica de esperanças e projetos, de que a história humana é uma crônica de contínuo progresso.

COMEÇO DE BOX EXPLICATIVO

Não há dúvida de que o *Iluminismo* é a matriz do mundo contemporâneo, principalmente pelo impulso que deu à ciência e à laicidade (não-religiosidade). Embora, de um modo geral, em sua maioria, cientistas e intelectuais contemporâneos prestem culto — sem que o saibam — ao *Iluminismo* e considerem suas conquistas como progressistas e inquestionáveis, não deixam de existir correntes de pensamento que discutem essa avaliação: Afinal, a ciência e a tecnologia não só não resolveram inúmeros problemas da Humanidade, como também criaram diversos outros; basta lembrar das armas de destruição em massa, dos efeitos da poluição ambiental, da mudança climática, etc.

No âmbito de uma sociedade laica, em meio ao imenso potencial tecnológico e às imensas desigualdades sociais dos dias de hoje, não se pode deixar de considerar como conseqüências das Luzes do século 18 o relativismo moral, o individualismo, o hedonismo, o consumismo, que talvez mantenham o ser humano diante do mesmo obscurantismo que aquele movimento filosófico quis iluminar.

FIM DE BOX DE EXPLICATIVO

COMEÇO DE BOX EXPLICATIVO

Hedonismo (Abbgnano, p.497): Termo que indica tanto a procura indiscriminada do prazer, quanto a doutrina filosófica que considera o prazer como o único bem possível, portanto como o fundamento de vida moral.

FIM DE BOX DE VERBETE

1.4 Repercussão do Iluminismo

O *Iluminismo* produziu as primeiras teorias modernas seculares sobre a Psicologia e a Ética. O filósofo empirista inglês, John Locke, foi, de certo modo, o primeiro iluminista. Em seu *Essay Concerning Human Understanding* (1689) (Ensaio acerca do entendimento humano), Locke rejeitou a escolástica, que baseava a explicação do mundo em qualidades, e recusou, também, as idéias *a priori* (claras e distintas) (aula 10, História 1). Para Locke, o objeto do entendimento ou conhecimento não poderia ser uma entidade constituída prévia e independentemente do próprio objeto, nem tampouco constituída de idéias inatas. Assim, considerou que, na ocasião do nascimento, a mente humana é como uma página em branco, uma *tábula rasa* na qual a experiência vai formando o caráter individual. Essas idéias, radicalizadas por Hume, ensejaram uma nova visão da Ética e da sociedade. As ações corretas e a organização social justa dependeriam do exercício da faculdade da razão.

Na França, a organização política não tinha a flexibilidade e funcionalidade do sistema inglês, de modo que a reação contra a rigidez hierárquica e a desigualdade levou quase forçosamente a ideais revolucionários, que apareceram de modo bem definido em obras como a do barão de Montesquieu, *L'Esprit des lois* (1748) (*O espírito das leis*); nela, o autor postulava um liberalismo de tipo britânico, assegurado pela separação dos poderes executivo, legislativo e judiciário. François-Marie Arouet de Voltaire foi, em grande medida, o símbolo do "século das luzes" francês; atacou com dureza o absolutismo e a Igreja, exaltou a razão e advogou um deísmo que assumiu algumas vezes formas quase místicas e irracionais. Denis Diderot e Jean Le Rond d'Alembert produziram o grande monumento intelectual do *Iluminismo*: A *Encyclopédie*, obra portentosa que consistia em uma série de artigos e ensaios de vários pensadores e especialistas, que versavam sobre o Homem e suas ciências, artes e ofícios. A *Encyclopédie*, que se estendeu por 35 volumes e teve notável influência intelectual na França e em outros países, deu grande importância ao progresso e à ciência. Jean-Jacques Rousseau foi uma das grandes figuras das Luzes. Para ele, a moral surge com a sociedade, pressupõe o princípio da ordem e exige a liberdade. A única sociedade política aceitável para o Homem é a que está fundada no consentimento geral. Jean-Jacques Rousseau não preconizou a revolução nem incitou a ela, mas suas idéias influenciaram os revolucionários franceses. Por sua riqueza e originalidade, são, também, um marco inaugural do *Romantismo* e uma das referências do pensamento moderno.

Na Alemanha, o *Aufklärung* destacou Christian Wolff. Diferente das Luzes francesas, o *Iluminismo* germânico sofreu influência da Reforma Luterana e do empirismo de Locke, e apresentou grande atração pela Matemática. Todas essas tendências se incorporaram a um núcleo central, representado por uma problemática metafísica, a busca das causas primeiras. A Estética foi estudada principalmente por Gotthold Ephraim Lessing; Immanuel Kant é o resumo, por excelência, do *Iluminismo* e iniciou uma nova forma de pensamento.

Em outros lugares da Europa, as idéias iluministas penetraram menos. Na Itália, Giambattista Vico propôs uma definição e um projeto racionais da História, na qual distinguia três idades: A dos deuses, a dos heróis e a dos Homens. Na Península Ibérica, o predomínio da teologia cristã tradicional tolheu as novas idéias, que encontraram maior difusão nas colnias hispano-americanas e no Brasil, e contribuíram para a formação do pensamento social e político dos líderes do movimento de independência.

Referências

Abbagnano, Nicola (2003), Dicionário de Filosofia, Martins Fontes.
Hankins, Thomas L. (1987), *Science and the Enlightenment*, Cambridge University Press.

Capítulo 2

MECÂNICA RACIONAL I: O FORMALISMO DA MECÂNICA

Meta da aula

Mostrar a racionalidade na formulaç ao das leis da Física.

Objetivo da aula

Descrever idéias geométricas, que são o esteio do formalismo do Cálculo Diferencial da Física.

Introdução

Uma característica do século XVIII foi a aplicação de métodos matemáticos, geométricos e analíticos (Cálculo Diferencial e Integral), na solução de problemas de Física; o objetivo era (Clifford Truesdell, p.94) colocar o problema dentro dos princípios mais gerais da Mecânica e entendê-lo como um caso; havia umaênfase na demonstração (Truesdell, p.94):

> A mais clara expressão, em parte, obviamente, um sumário da prática, foi dada por D'Alembert, em 1743:
>
> 1. Mecânica Racional, como a Geometria, deve ser baseada em axiomas que são, obviamente, verdadeiros.
> 2. Verdade adicional em Mecânica segue-se por demonstração matemática.

Se essa característica tem a ver com preceitos do movimento filosófico chamado *Iluminismo*, é outra questão. Provavelmente sim, pois o *Iluminismo* enfatizava a existia das leis da Natureza e conformidade a elas. Porém, se movimentos filosóficos, sem dúvida, influenciam atitudes, nenhum movimento filosófico por si basta para levar a respostas de problemas científicos. O ponto epistemológico é que a ciência tem de "dar certo", e, embora cada vez mais se acredite nisso, a Epistemologia não resolve o *problema da indução*, isto é, como se aprende (aula 1).

Começando no século XVII e ao longo do século XVIII, vários problemas importantes foram estudados; alguns exemplos que ilustram a dificuldade da tarefa, são: Estudo de fios flexíveis, levando à expressão da catenária, à equação diferencial da onda; oscilações, tal como os pêndulos simples e duplo, o centro de oscilação; meios contínuos, levando à hidrostática. Nomes associados, além dos acima citados, são os da família Bernoulli, de Berna, na Suíça, em particular Jacob, seu irmão Johann (amigo de Leibniz) e o filho deste, Daniel. Berna foi um centro importante, na História da Matemática e gerou, ainda, Leonhard Euler, amigo e colega de Daniel.

Em seu épico, *Rational Mechanics*, Clifford Truesdell comenta que pesquisa sobre a elasticidade foi feita (1960, p.250) "com base em hipóteses especiais, sem equações gerais do movimento". Ele, então, menciona dois fatos que (1960, p.251) "devem ter tido um efeito sensacional" no futuro trabalho de Leonhard Euler: A publicação (1746) da equação diferencial (unidimensional) da onda, por D'Alembert, e a publicação (1743, embora o trabalho seja de 1739) de *Hidráulica*, de Johann Bernoulli. Em *Recherches sur le mouvement des corps célestes en général*, Euler apresenta a derivação das três (uma para cada componente) equações diferenciais do movimento de uma massa m; em notação moderna, $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F_x}{m}$, $\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{F_y}{m}$ and $\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{F_z}{m}$. Truesdell coloca a ênfase do "efeito sensacional" na palavra 'diferencial', embora, antes disso, mais sensacional foi ter apostado que pudesse existir uma equação, diferencial ou não, para a Mecânica; afinal, nem Newton concebeu sua *Segunda Lei* como tal, era uma definição (*Formação das Categorias*, aula 12). Que o Cálculo diferencial seja o formalismo da Mecânica não deveria ser "sensacional": Isso está presente no Livro I do livro de Newton, não no sentido da notação diferencial $\frac{dx}{dt}$ and dx (pois Newton usa uma formulação geométrica do Cálculo), mas no sentido que forças acelerações, velocidades, círculo osculador, curvatura, etc., são conceitos geométricos locais e instantâneos.

Finalmente, no final do século XVIII, Joseph-Louis Lagrange eleva a Mecânica a um alto grau de matematização, em seu *Mécanique Analitique*.

2.1 O significado dos métodos da Mecânica

Na apostila *História da Física I: Formação das Categorias do Pensamento em Física (século VI a.C. — século XVII d.C.)*, foi apresentado o *teorema de Galileu* para a queda dos corpos na superfície da Terra. Esse teorema foi usado por Christiaan Huygens para deduzir a expressão da força *centrífuga*. Isaac Newton não resolveu o problema dos planetas por uma integração analítica de uma equação do movimento, como se faz hoje, nem concebeu ele a segunda lei como uma equação do movimento, no sentido atual. Newton aplica o *teorema de Galileu* em cada instante, separadamente, e integra para achar tempo e celeridade, como na figura 12-3, aula 12, em *Formação das Categorias*.

O método fundamenta-se em uma propriedade do Cálculo. No caso de uma equação de primeira ordem na derivada do tempo, a velocidade ($\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$) é uma quantidade "instantaneamente constante"; se de segunda ordem, a aceleração ($\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$) é uma quantidade "instantaneamente constante"; se de terceira ordem, a quantidade $\frac{d\vec{a}}{dt} = \frac{d^2\vec{v}}{dt^2} = \frac{d^3\vec{r}}{dt^3}$ é uma quantidade "instantaneamente constante"; e assim por diante.

É possível dar uma descrição geométrica ao fato da equação da Mecânica ser de segunda ordem. Em uma curva, a velocidade é ao longo da tangente à curva. Ora, para o movimento prosseguir ao longo da curva, a tangente (velocidade) tem de coincidir com o círculo osculador, portanto tem de existir uma aceleração perpendicular à tangente (velocidade) que dê à tangente a curvatura desejada. Essa aceleração (aceleração centrípeta) atua, apenas, no ponto, encurvando a tangente naquele ponto e informação sobre seu valor em outro ponto é irrelevante ao que contece no ponto em consideração; logo a aceleração é "instantaneamente constante". Porém, pela *Lei da Inércia* a velocidade (tangente) não pode mudar sua direção por si só, mas isso depende de uma causa externa, imposta sobre o movimento; diante do raciocínio acima, $\text{causa do encurvamento} \propto \text{aceleração centrípeta}$.

A justificação da equação depende de duas coisas distintas:

1. A primeira condição é meramente geométrica: A causa da curvatura (aceleração centrípeta) em um ponto é "instantaneamente constante".

2. A segunda condição é física: Do ponto de vista físico, o encurvamento corresponde a uma "queda" da tangente ao centro do círculo osculador, pela linha que liga um ponto da tangente ao centro do círculo; portanto, a causa da curvatura é a causa do movimento. Movimentos retilíneos e uniformes não exigem uma causa que os mantenha (só que os inicie).

   Essa é uma condição sobre a simetria preferencial do Universo. Como visto na apostila de História I, *Formação das Categorias*, os gregos entenderam que o movimento circular uniforme permanece idêntico a si mesmo, portanto, no entendimento deles, é perfeito. René Descartes, como visto, entende que para determinar o movimento circular é preciso dar três pontos, logo três instantes separados; a direção do movimento, em cada ponto, é a da tangente ao círculo; conseqüentemente, a *quantidade de movimento* posta por Deus no Universo, no instante da Criação, não permaneceria idêntica, pois, em cada ponto, o movimento teria uma direção diferente. Somente em uma reta é possível manter a direção do movimento, de modo que a *quantidade de movimento* permanece idêntica. Descartes, então, escolhe a simetria da linha reta como preferencial: O que está atrás desse raciocínio é a indistingüibilidade dos pontos do Universo ou *homogeneidade do espaço.*

Capítulo 3

MECÂNICA RACIONAL II: AS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Meta da aula

Mostrar a racionalidade na formulação das leis da Física.

Objetivo da aula

Apresentar a origem e justificativa do formalismo da Mecânica.

Introdução

Já foi explicado, em *História da Física I: Formação das Categorias do Pensamento em Física (século VI a.C. — século XVII d.C.)*, que o conceito de 'força' foi ferozmente criticado por evocar "poderes ocultos", que os cartesianos tentavam combater, além da "ação à distância", inaceitável. A conseqüência foi que, no século XVIII, foram propostos novos princípios para fundamentar a Mecânica, alternativios aos de Isaac Newton. Tais foram os dois princípios propostos por Pierre-Louis-Moreau de Maupertuis, o *Princípio do Repouso* (1740), que fundamentava as leis da Estática, e o *Princípio da Ação Mínima* (1744), que fundamentava o movimento. Pierre Varignon procurou as leis da Estática. Uma das grandes críticas foi a de Jean-Le Rond D'Alembert; ele negou o princípio, essencial à metafísica de Gottfried Wilhelms Leibniz (*Formação das Categorias*, aula 13), de que causas são iguais a seus efeitos, portanto, continuou ele, não haveria sentido na *Segunda Lei*, de Newton; ele, então, fundamenta o movimento na *Lei da Inércia*, na *Estática* e em um novo princípio que, hoje, leva o nome de *Princípio de D'Alembert*; esse princípio resulta ser um brilhante método matemático de separar as forças internas (chamadas *forças de vínculo*), que mantêm, por exemplo, a massa sobre uma superfície, que mantêm juntas partes separadas do sistemas, etc., das forças que regem o movimento ou a mudança temporal das coordenadas que não são as de vínculo, mas que variam de modo independente e, por isso, são chamadas *variáveis independentes* ou *graus de liberdade do sistema*.

3.1 Equações do movimento da partícula

Euler publicou a forma diferencial da equação do movimento, em 1747; em 1752, ele publicou um outro artigo, no qual deduz a equação do movimento de rotação.

COMEÇO BOX EXPLICATIVO

Usando as equações do movimento, $\vec{F} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ para uma massa elementar m de um corpo rígido, Euler deduz as equações da rotação (uma para cada coordenada). Quando o corpo não for rígido, a mesma equação tem de ser postulada. As equações da rotação não serão apresentadas aqui.

FIM BOX EXPLICATIVO

Parafraseando o raciocínio de Euler: A variação de uma das coordenadas (x, y ou z) pode ser entendida como uma "altura de queda" e como, em cada instante tomado isoladamente, qualquer movimento acelerado é uniformemente acelerado, o *Teorema de Galileu* pode ser aplicado, em cada instante isoladamente, a cada eixo independentemente. Logo:

$$\begin{array}{ll} \text{teorema de Galileu:} & \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \alpha\, x \\ \text{derivada primeira:} & 2\left(\frac{dx}{dt}\right)\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) = \alpha\left(\frac{dx}{dt}\right) \\ \text{cancelando termos:} & 2\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) = \alpha \end{array}$$

Posto isso, Euler faz $\alpha = \frac{\text{força}}{\text{massa}}$. Mas ele não invoca as equações de Newton; Euler faz uma analogia com a gravitação, em cada instante tomado isoladamente: A aceleração α, "instantaneamente constante" ao longo de cada eixo, tomado separadamente, pode ser medida em unidades de $\mathcal{G}$, a aceleração de uma "gravidade" generalizada: $_{\text{medida de }\alpha} = \mathcal{G}$; portanto, $\frac{F}{m}$ é medida nas mesmas unidades e a força aplicada, F, tem o mesmo conteúdo ontológico de um peso. Nesse raciocínio, pode ser reconhecido um "princípio de eqüivalência primevo", no sentido de uma eqüivalência ontológica entre uma força qualquer e um peso.

COMEÇO BOX VERBETE

Ontologia: É a parte da Filosofia que estuda o Ser (essência). É o estudo do Ser das coisas.
Ontológico: Relativo ao Ser.

FIM BOX VERBETE

3.2 Uma nova formulação da Mecânica: O método de Lagrange

Em 1740, Pierre-Louis-Moreau de Maupertuis fundamentou a Estática no *Princípio do Repouso.* Inicialmente,

$$\Phi \equiv {}_{\text{esforço}} = \sum_j \int_{\text{trajetória}} \vec{F}_j \cdot \delta\vec{r}_j,$$

onde $\vec{F}_j$ e $\delta\vec{r}$ são, respectivamente, a força agindo na j-ésima massa e o deslocamento virtual que sofreria, se começasse a se mover; posto isso, o *Princípio do Repouso* é:

$$\text{Equilíbrio} \;\Leftrightarrow\; \text{esforço é máximo ou mínimo}$$

Em 1744, Maupertuis fundamentou a Dinâmica, no *Princípio da Ação Mínima.* Como corrigido por Euler (Dias, 1999):

$$\text{ação} \equiv \int_{\vec{r}_{\text{inicial}}}^{\vec{r}_{\text{final}}} m\vec{v}\cdot\delta\vec{r} = \int_{t_{\text{inicial}}}^{t_{\text{final}}} mv^2\ dt$$

$$\text{Princípio da Mínima Ação: ação é mínima}$$

Em 1752, Euler colocou os dois princípios em "harmonia". Inicialmente, ele entende que o *esforço*, definido acima, vale, apenas, em um instante genérico, t, de modo que

$$\text{esforço entre } t_1\ (t_1 = 0) \text{ e } t_2\ (t_2 = t) = \int_0^t \Phi\, dt.$$

"Harmonia" consiste em se fazer (Dias, 1999, 2006):

$$2m\vec{v}\cdot\delta\vec{v} = -\sum_j \vec{F}_j\cdot\delta\vec{r}_j;$$

integrando ao longo da trajetória,

$$mv^2 = C - \Phi,$$

onde C é a constante de integração, logo dependente das posições inicial e final, apenas; considerando, ainda, C independente de t e integrando no tempo, a expressão final para a "harmonia" é:

$$\int_0^t mv^2\, dt = Ct - \int_0^t \Phi\, dt\ ;$$

isso pode ser escrito:

$$\int_0^t T\ dt = Ct + \int_0^t V\ dt,$$

onde, em termos modernos, T é a *energia cinética* (a menos do fator 2 que, no século XVIII, nem sempre era incluído ou o era no lugar errado) e $V = -\Phi$ é a *energia potencial.* Finalmente,

$$\text{ação} = Ct - \text{esforço},$$

de forma que, se a *ação* for mínima (máxima), o *esforço* é máximo (mínimo).

Deve-se notar que o resultado depende de (Dias, 1999, 2006):

1. O sinal $-$ antes de $\int \Phi\, dt$. Se Euler tivesse usado o sinal $+$ e escrito escrito $2m\vec{v}\cdot\delta\vec{v} = +\sum_j \vec{F}_j\cdot\delta\vec{r}_j$, "harmonia" seria o teorema de conversão de *trabalho* em *energia cinética.*

2. Ct não influencia a parte do raciocínio em que se conclui que a *ação* e o *esforço* são, respectivamente, máximo (mínimo) e mínimo (máximo).

A inspiração de Euler para o sinal $-$ foi o *Teorema de Galileu*, pois ele sempre se refere ao lado direito da expressão $\int_0^t T\ dt = +\int_0^t V\ dt + Ct$ como "a altura devida à velocidade". Uma observação importante, é que constantes, como $2g$ não são consideradas, pois a linguagem é a de proporções. De forma que Euler não está pensando em termos de energia, nem mv^2 havia sido interpretado como *energia*, mas era a "força do corpo em movimento" (aula 12).

Euler raciocina nos seguintes termos: No começo de um intervalo de tempo δt, a massa tem altura δh (hoje, *energia potencial*) disponível para uso; a condição imposta pela Mecânica é que, ao final do intervalo, toda essa altura tenha sido convertida em "movimento" (isto é, *energia cinética*), de acordo com o teorema de Galileu, isto é, $\delta h = \delta\left(mv^2\right)$; chamando $\delta h \equiv \delta V\left(t\right)$ e $\delta\left(mv^2\right) \equiv \delta T\left(t+\delta t\right)$: $\delta V\left(t\right) = \delta T\left(t+\delta t\right) \approx \delta T\left(t\right)$ ou $\delta V\left(t\right) - \delta T\left(t\right) = 0$; para toda a duração do movimento: $\int_0^t \left(\delta T - \delta V\right)\ dt \equiv \int_0^t \delta\left(T-V\right) \equiv \delta\left(\int_0^t \left(T-V\right)\right) = 0$. Comparando com $\int_0^t T\ dt = Ct + \int_0^t V\ dt$, a constante C é zero. A conclusão que se segue do raciocínio é que as equações da Mecânica devem ser obtidas de:

$$\delta\int L\,dt = \delta\int\left(T-V\right)dt$$

isto é, $\int L\,dt$ é um extremo (isto é, máximo ou mínimo), tal que $C \equiv 0$. L aparece no cálculo de Euler, mas ele não notou que descobriu uma quantidade nova; foi Lagrange que deu um significado matemático a L e, em sua homenagem, L é chamada, hoje, *Lagrangiana*.

Atividade

Obtenha as equações de movimento de uma massa m que se move sob a ação de um potencial dependente, apenas, de posição.

Resposta
É comum chamar: $x = q_1$, $y = q_2$ e $z = q_3$; a razão é a seguinte: Em problemas em que x, y e z não são independentes, mas existe uma relação entre elas, isto é, alguma função $\Gamma\left(x,y,z\right) = 0$, x,y e z não são independentes; a notac cão q para as variáveis indica que se deve considerar, apenas, as variáveis independentes. Isso permite generalizar o formalismo a problemas mais complexos. As variáveis q são chamadas *variáveis de configuração.* Analogamente, chama-se $p_1 = m\dot{q}_1$, $p_2 = m\dot{q}_2$ e $p_3 = m\dot{q}_3$; essas são as *variáveis de momenta.* Com essa notação, $T = \sum_j \frac{m\dot{q}_j^2}{2}$, $V \equiv V\left(q_1,q_2,q_3\right) \equiv V\left(q_j's\right)$ e $L \equiv L\left(q_j's;\dot{q}_j's\right)$; essa é uma situação bem simples, pois L poderia depender de t, bem como há problemas em que V pode depender da velocidade.

A operação δ funciona, na prática, como uma diferencial. Mas pelo que já foi explicado, δ é um processo que ocorre "instantaneamente", como todas as aplicações do *Teorema de Galileu*, por isso δL deve ser entendida como a *variação* da função L em um instante fixo t. Isso leva a algumas restrições ao processo de diferenciação: A principal é que as operações δ e $\frac{d}{dt}$ comutam, isto é, $\delta\dot{q}_j = \frac{d}{dt}\left(\delta q_j\right)$; a outra é que $C = 0$ e, para que isso ocorra, é postulado que, nas extremidades do intervalo, $\delta q_j = 0$. Posto isso:

$$\delta\int_{t_i}^{t_f} dt\,L\left(q_j's;\dot{q}_j's\right) = \int_{t_i}^{t_f} dt\sum_j\left[\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_j}\delta\dot{q}_j + \frac{\partial L}{\partial q_j}\delta q_j\right] = \int_{t_i}^{t_f} dt\sum_j\left[\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_j}\frac{d}{dt}\delta q_j + \frac{\partial L}{\partial q_j}\delta q_j\right] =$$

$$\int_{t_i}^{t_f} dt\sum_j\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_j}\delta q_j\right) - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_j}\right)\delta q_j + \frac{\partial L}{\partial q_j}\delta q_j\right] = \left[\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_j}\delta q_j\right)\right]_{t_i}^{t_f} - \int_{t_i}^{t_f} dt\sum_j\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_j}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_j}\right]\delta q_j = 0$$

lembrando que $C \equiv \left[\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_j}\delta q_j\right)\right]_{t_i}^{t_f} = 0$ e que os q_j's são independentes, seguem-se as *Equações de Lagrange* (uma para cada j):

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_j}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0$$

Atividade

Mostre que as *Equações de Lagrange* são consistentes com as Newton. Se assim, qual o ganho do formalismo?

Resposta

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} = m\dot{q}_j \qquad \frac{\partial L}{\partial q_j} = \frac{\partial V}{\partial q_j} \Rightarrow \frac{d}{dt}(m\dot{q}_j) - \frac{\partial V}{\partial q_j} = 0 \quad \text{(reconhece?)}$$

A vantagem está em que os q_j's são independentes. Para aplicar o formalismo newtoniano, as forças internas teriam de ser conhecidas; por exemplo, no pêndulo, a força no fio. Como o formalismo lagrangiano só vale para as variáveis independentes, as forças internas ficam automaticamente eliminadas.

Atividade

Escreva as equações do pêndulo simples pelo formalismo lagrangiano e, depois, pelo newtoniano.

Resposta

Relações úteis

Seja l o comprimento do pêndulo; θ, o ângulo com a vertical:

$$x = l\sin\theta \qquad y = l\cos\theta \qquad \dot{x} = l(\cos\theta)\,\dot{\theta} \qquad \dot{y} = -l(\sin\theta)\,\dot{\theta}$$

$$\ddot{x} = -l(\sin\theta)\,\dot{\theta}^2 + l(\cos\theta)\,\ddot{\theta} \qquad \ddot{y} = -l(\cos\theta)\,\dot{\theta}^2 - l(\sin\theta)\,\ddot{\theta}$$

$$V = -mgy = -mgl\cos\theta \qquad T = \frac{m}{2}\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2\right) = \frac{m}{2}l^2\dot{\theta}^2 \qquad L = \frac{m}{2}l^2\dot{\theta}^2 + mgl\cos\theta$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = ml^2\dot{\theta} \qquad \frac{\partial L}{\partial \theta} = -mgl\sin\theta$$

Lagrange

$$\text{equação de Lagrange:} \quad ml^2\ddot{\theta} + mgl\sin\theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} = -\frac{g}{l}\sin\theta$$

Newton

Direção x:

$$m\ddot{x} = -t\sin\theta \Rightarrow -ml(\sin\theta)\,\dot{\theta}^2 + ml(\cos\theta)\,\ddot{\theta} = -t\sin\theta$$

$$\Rightarrow \left[t - ml\dot{\theta}^2\right]\sin\theta = -ml(\cos\theta)\,\ddot{\theta} \tag{1}$$

Direção y:

$$m\ddot{y} = mg - t\cos\theta \Rightarrow -ml(\cos\theta)\,\dot{\theta}^2 - ml(\sin\theta)\,\ddot{\theta} = mg - t\cos\theta$$

$$\Rightarrow \left[t - ml\dot{\theta}^2\right]\cos\theta = mg + ml(\sin\theta)\,\ddot{\theta} \tag{2}$$

O formalismo lagrangiano produziu uma única equação e o newtoniano, duas. Ora, só existe uma variável, θ, logo só deve haver uma equação em $\ddot{\theta}$; a outra equação é um vínculo, uma restrição ao movimento; de fato, a quantidade $\left[t - ml\dot{\theta}^2\right]$ é desconhecida, pois envolve t e $\dot{\theta}$, quantidades desconhecidas, e uma equação deve ser usada para eliminar essa quantidade. Mais elegantemente, calculando (1) $\times \cos\theta -$ (2) $\times \sin\theta$:

$$0 = -ml(\cos\theta)^2\,\ddot{\theta} - ml(\sin\theta)^2\,\ddot{\theta} - mg\sin\theta \Rightarrow \ddot{\theta} = -\frac{g}{l}\sin\theta$$

Esse valor de $\ddot{\theta}$ pode ser substituído em qualquer uma das duas equações, (1) ou (2), para achar a expressão desconhecida; por exemplo, usando (1):

$$t - ml\dot{\theta}^2 = -ml\left(\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)\ddot{\theta} = -ml\left(\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)\left(\frac{-g}{l}\right)\sin\theta = mg\cos\theta;$$

ora, $v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 = l^2\dot{\theta}^2$, logo

$$t - mg\cos\theta = ml\dot{\theta}^2 = m\frac{v^2}{l};$$

o vínculo é a força centrípeta, que mantém a massa no círculo de raio l!

Referências

Dias, Penha M. Cardoso (2006) "$\vec{F} = m\vec{a}$?!! (O Nascimento da lei Dinâmica)", *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **28** (2006), p.205-234.

Dias, P. M. Cardoso (1999) "Euler's 'Harmony' Between the Principles of 'Rest' and 'Least Action' (The Conceptual Making of Analytical Mechanics)", *Archive for History of Exact Sciences*, **54**, p.67-86.

Euler, L. (1747) Recherches sur le Mouvement des Corps Célestes en Général *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin [3]*, p.83-143; in: Schürer, M. (ed.) (1960) Commentationes Astronomicæ, *Leonhardi Euleri Opera Omnia*, serie secunda, 30 vols. (Zurich: Societatis Scientiarum Naturalium Helveticæ); vol.XXV, p.1-44.

Euler, L. (1748) Reflexions sur Quelques Loix Generales de la Nature qui s'Observent dans les Effets des Forces Quelconques *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin*, **4**, p.189-218; in: Fleckenstein, J.O. (ed.) (1957) Commentationes Mechanicæ, *Leonhardi Euleri Opera Omnia*, serie secunda, 30 vols. (Zurich: Societatis Scientiarum Naturalium Helveticæ.); vol.V, p.38-63.

Euler, L. (1750) Decouverte d'un Nouveau Principe de Mecanique *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin*, p.185-217; in: Fleckenstein, J.O. (ed.) (1957) Commentationes Mechanicæ, *Leonhardi Euleri Opera Omnia*, serie secunda, 30 vols. (Zurich: Societatis Scientiarum Naturalium Helveticæ); vol.V, p.81-108.

Euler, L. (1751) Harmonie entre les Principes Generaux de Repos et de Mouvement de M. de Maupertuis *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin*, **7**, 1751, p.169-198; in: Fleckenstein, J.O. (ed.) (1957) Commentationes Mechanicæ, *Leonhardi Euleri Opera Omnia*, serie secunda, 30 vols. (Zurich: Societatis Scientiarum Naturalium Helveticæ); vol.V, p.152-198.

Hankins, Thomas L. (1987) *Science and the Enlightenment*, Cambridge University Press.

Truesdell, C.A. (1960) "The Rational Mechanics of Flexible or Elastic Bodies (1638-1788)", in: *Leonhardi Euleri Opera Omnia*, serie secunda, vol.X and XI (Zurich: Societatis Scientiarum Naturalium Helveticæ).

Truesdell, C.A. (1968) *Essays in the History of Mechanics*, Springer-Verlag.

Capítulo 4

A NATUREZA DO 'CALOR'

Meta da aula

Apresentar teorias sobre a natureza do 'calor'.

Objetivo da aula

Descrever a elaboração dos conceitos descritivos da teoria do 'calor'.

Introdução

Peter Michael Harman (p.10-11) observa que a Física nos séculos XVIII e XIX foi uma união do tipo de Filosofia Natural desenvolvida por Newton e outras idéias posteriores. Entre essas, houve um desenvolvimento da Matemática, mas o período mais adicionou idéias próprias, tais como a de *fluidos imponderáveis*. Além disso, o século acrescentou (Harman, p.11) as idéias de conservação da energia, campos físicos, luz como vibração de um éter, entropia. Nesse contexto de novas idéias, átomo e molécula não eram universalmente aceitos e, na verdade, só vieram a ser definitivamente aceitos, no final do século XIX e no começo do século XX.

Começando no século XVIII e durante as primeiras décadas do século XIX, os *fluidos* tiveram um papel de unificador de vários setores da ciência; explicavam a eletricidade, magnetismo, luz, combustão e calor: A eletricidade nasceu como fluido, a combustão era explicada por um fluido, o *flogístico*, que era liberado, quando corpos queimavam; a analogia com o tipo de explicação influenciou a proposta de que calor poderia ser entendido por meio de um fluido, o *calórico*.

Mais definitivamente, a partir de meados do século XIX, 'Física' passou a significar o estudo, teórico e experimental, da Mecânica, Ótica, Eletricidade. A explicação dos fenômenos foi procurada em termos das leis mecânicas do movimento (Harmann, p.1). Uma "explicação mecânica" seria entendida de três modos (Harman, p.9):

1. Explicar a Natureza pelo movimento e reconfiguração de partículas da matéria e forças entre elas.

2. Elaboração de modelos mecânicos como representação do fenômeno, embora não precisassem ser, necessariamente, um retrato da realidade, mas tão somente uma visualização que tornasse os fenômenos compreensíveis.

3. Apelo aos métodos formais, abstratos da chamada *Mecânica Lagrangiana* (aula 3), sem se preocupar com a elaboração de um modelo mecânico.

Nesse contexto, o conceito de energia teve um papel unificador entre os vários campos de estudo (Harman, p.2). Em particular (Harman, p.4):

> O estudo das relações entre calor e trabalho mecânico teve importância central na [F]ísica, no século XIX. A formulação das leis da 'Termodinâmica' fez uma ponte entre a [M]ecânica e o calor e ajudou a a estabelecer o domínio da visão mecânica da [N]atureza.

A ênfase das aulas sobre a "Teoria Geral do Calor" (Termodinâmica, hoje) é como essa teoria veio a ser uma teoria mecanicista.

4.1 Atitudes quanto à natureza do 'calor'

A idéia de que *calor* consiste no movimento das partes menores da matéria é muito antiga. René Descartes, por exemplo, associou a idéia de *calor* a um estranho movimento de vai-vem de blocos de matéira: Quando partículas de luz incidem em um bloco, ele é empurrado para um lado, o que acarreta uma acomodação de blocos adjacentes; essa acomodação leva um bloco a se sobrepor ao primeiro bloco, impedindo a luz de colidir com o primeiro bloco; mas esse segundo bloco recebe o impacto das partículas e volta à sua posição original. Essa teoria de Descartes é aqui mencionada, para motivar a pergunta: Qual a natureza do movimento chamado *calor*?

Já foi comentado que o apelo a *fluidos imponderáveis* permitia explicar muitos fenômenos; em particular, em particular, o fluido *calor* era chamado *calórico*. O *calórico* permitiu que se formulasse conceitos com os quais o 'calor' seria (e ainda é) descrito, tais como *quantidade de calor*, *temperatura*, *calor específico*, *calor latente*. Embora rica nesse sentido, é a opinião de Stephen G. Brush (1976, v.1, §1.5) que a teoria teve vida relativamente curta: Ela teria sido aceita com reservas e, por volta de 1820, já estava abalada, até ser, definitivamente, abandonada nas décadas de 30; segundo o mesmo autor, a teoria teria sido derrubada por analogia com a luz; aqui, o argumento mais representativo é achado nos rascunhos de Sadi Carnot (Mendoza, 1960, p.63; Fox, 1978, p.243):

> Olha-se, hoje, geralmente, a luz como o resultado de um movimento de vibração de um fluido etéreo. A luz produz calor ou, pelo menos, ela acompanha o calor de radiação e se move com a mesma velocidade que ele [o calor]. O calor de radiação é, então, um movimento de vibração. Seria ridículo supor que fosse uma emissão de matéria, desde que a luz que o acompanha não seja senão um movimento.
>
> Poderia um movimento (aquele do calor de radiação) produzir matéria (o calórico)? Não, sem dúvida, ele não pode produzir senão movimento. O calor é, então, o resultado de um movimento.

Quanto à "pergunta que não quer calar", a da natureza do calor, essa tem de esperar a segunda metade do século XIX. A locução "Teoria Geral do Calor" foi criada por Rudolf Julius Emmanuel Clausius, em meados do século XIX, para designar a teoria macroscópica do 'calor', o que, hoje, é denominado Termodinâmica. Clausius introduziu a locução "Teoria Particular do Calor" para designar a teoria microscópica do 'calor', o que, hoje, é chamado de Teoria Cinética dos Gases e. Na teoria microscópica, os resultados da teoria macroscópica são obtidos a partir de um tipo particular de movimento das partes menores da matéria (hoje, moléculas), daí o nome. Esse movimento não é qualquer: A pressuposição, na Teoria Cinética dos Gases, é que as moléculas se movem com movimento retilíneo uniforme, até colidirem, alterando sua velocidade (sentido e módulo). Mas isso não é suficiente para obter os resultados desejados; por exemplo, se as moléculas estivessem alinhadas e sofressem, apenas, colisão ao longo da linha dos centros, elas não seriam espalhadas e o equilíbrio de pressão e temperatura (equilíbrio termodinâmico) não seria atingido. Portanto, para começar as moléculas devem estar desalinhadas; mas isso não é, ainda, suficiente: Todas as configurações de desalinhamento, isto é, todos os modos como as moléculas são colocadas em desalinho devem levar ao mesmo resultado, ou seja, às mesmas condições de temperatura e pressão; do ponto de vista matemático, diz-se que todas as configurações são igualmente prováveis, excluídas aquelas que não levam ao equilíbrio.

Nestas aulas, somente a Teoria Particular será discutida.

4.2 O calórico

A invenção do termômetro criou os meios de mensuração na teoria do calor (Duane Roller, p.125). Quem desenvolveu os conceitos iniciais da teoria do calor foi um médico e químico escocês, Joseph Black (1728-1799). Suas contribuições foram:

1. Idéia de "equilíbrio de calor". Quando objetos postos em um mesmo ambiente adquirem a mesma temperatura, indicada pelo termômetro, não existe entre eles uma igual distribuição de calor, mas sim, um "equilíbrio de calor", isto é, calor não flui entre eles; Roller observa que, enquanto a temperatura é medida pelo termômetro, a idéia de que algo flui entre os corpos é uma hipótese. Black faz, então, uma diferenciação entre *quantidade de calor* e sua *intensidade* ou *temperatura*.

2. Capacidade para o calor. Black critica uma proposta de Boerhaave,segundo a qual corpos recebem a mesma quantidade de calor, se possuem a mesma quantidade de matéria; ele invoca experimentos para raciocinar do seguinte modo (*apud* Roller, p.131):

   > [...] suponhamos que [um volume de] água esteja a $100^0\,F$ e que um igual volume de mercúrio quente a $150^0\,F$ seja repentinamente misturada e agitada com ela.sabe-se que a temperatura na metade entre $100^0\,F$ e $150^0\,F$ é $125^0\,F$; sabe-se que essa temperatura, na metade, seria produzida, misturando água fria a $100^0\,F$ com um igual volume de água quente a $150^0\,F$, a temperatura da água quente sendo abaixada de 25 graus, enquanto a da água fria é aumentada da mesma quantidade. Mas quando mercúrio quente é usado, em lugar da água quente, a temperatura da mistura resulta ser, apenas, de $120^0\,F$, em vez de $125^0\,F$. O mercúrio, portanto, esfriou 30 graus, enquanto a água esquentou, apenas, 20; no entanto, a quantidade de calor que a água ganhou é absolutamente a mesma que o mercúrio perdeu. Isso mostra que a mesma quantidade de calor tem mais efeito para aquecer o mercúrio do que para aquecer um igual volume de água e, portanto, uma menor quantidade [de calor] é suficiente para aumentar a temperatura do mercúrio do mesmo número de graus.

3. Calor latente. O argumento de Blsck é (*apud* Roller, p.139-140):

> Liquefação tem sido universalmente considerada pela adição de uma quantidade muito pequena de calor a um corpo sólido, uma vez que tenha sido aquecido até seu ponto de liquefação; e o retorno do líquido ao estado sólido, como dependendo de uma diminuição muito pequena de sua quantidade de calor, depois de ter sido esfriado do mesmo grau. Acreditava-se que essa pequena adição de calor, durante a liquefação, fosse necessária para produzir pequena elevação de temperatura, como indicado por um termômetro colocado no líquido resultante; e que, quando o corpo liquefeito fosse, novamente, solidificado, ele não sofresse uma perda de calor maior do que a correspondente a uma queda de temperatura do sólido resultante, [o que é] indicado, também, pela aplicaçãp dpo mesmo instrumento.
>
> Isso era a opinião universal sobre o assunto, tanto quanto eu sei, quando eu comecei a ler minhas aulas na Universidade de Glasgow, no ano de 1757. Mas eu logo achei razões para objetá-la [a essa opinião], como inconsistente com muitos fatos remarcáveis, quando atentamente considerados; e eu tentei mostrar que esses fatos são provas convincentes de que a liquefação é produzida pelo calor, de modo diferente.
>
> A opinião que eu formei da observação atenta dos fatos e fenômenos é como se segue. Quando gelo ou qualquer outra substância sólida é derretida, sou da opinião que ela recebe uma quantidade de calor maior do que é percebida nele, imediatamente após, pelo termômetro. Uma quantidaded de calor maior entra nele, nessa ocasião, sem torná-lo aparentemente mais quente, quando testado pelo termômetro. Esse calor deve ser adicionado de modo a dar a ele a forma de líquido; e eu afirmo que essa grande adição de calor é a principal e mais imediata causa da liquefação induzida.
>
> [. . .]
>
> Se se prestar atenção ao modo como o gelo e a neve derretem, quando expostos ao ar de um quarto quente, ou quando o degelo se sucede ao congelamento, pode-se facilmente perceber que, não importa quão frios estavam no início, eles rapidamente se aquecem até seu ponto de degelo e começam a degelar suas superfícies. Se a opinião comum fosse bem fundamentada — se a mudança completa deles em água requeresse somente uma a adição a mais de uma quantidade muito pequena de calor — a massa, ainda que de tamanho considerável, deveria, toda ela, ser degelada, em poucos minutos ou segundos, pelo calor incessante comunicado pelo ar em volta. Fosse esse, realmente, o caso, as conseqüências seriam temíveis, em muitos casos; pois, como as coisas são, o degelo de uma grande quantidade de neve e gelo causa torrentes violentas e grandes inundações nos países frios ou em rios que vêm deles. Mas, se o gelo e a neve degelassem subitamente, como o fariam, se a opinião antiga da ação do do calor no degelo deles fosse bem fundamentada, as torrentes e inundações seriam incomparavelmente mais impossíveis de resistir e temíveis. Elas derrubariam e varreriam tudo e isso tão subitamente que a Humanidade teria grande dificuldade em escapar de suas devastações. Essa liquefação súbita não acontece, na realidade. As massas de gelo e neve requerem um longo tempo para degelar, especialmente se têm grande tamanho, tais como as coleções de gelo e neve formados em alguns lugares, no inverno; essas, depois de começarem a degelar, freqüentemente requerem muita semanas de tempo quente antes que sejam totalmente transformadas em água . . . Do mesmo modo, a neve continua nas montanhas durante todo o verão, em um estado de degelo, mas degelando tão lentamente que toda a estação não é suficiente para sua completa liquefação.

Por ser "sutil", o *calórico* preenche os interstícios da matéria, envolvendo os átomos em uma atmosfera de calórico. Pontos qualitativos da Teoria do Calórico foram os seguintes (Sanborn

C. Brown):

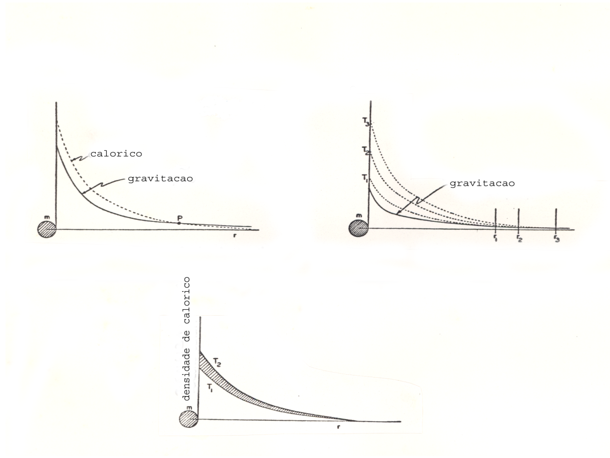


Figura 4.1: **A repulsão do calórico e a atração gravitacional.** (Sanborn C. Brown). Figura da esquerda (cima): O ponto P é o ponto onde a atração gravitacional, devida a uma molécula na origem, e a repulsão da atmosfera de calórico se igualam; logo, uma molécula colocada em P está em equilíbrio com a molécula na origem. Figura da direita (cima): À medida que a temperatura, T, cresce, a curva do calórico desloca-se para cima, enquanto a curva da gravitação não se altera, o que causa o deslocamento do ponto P para a esquerda; isso explica a dilatação pelo calor. **A quantidade de calórico e a temperatura** (Sanborn C. Brown). No gráfico densidade de calórico × distância da molécula à origem, a quantidade de calórico absorvida para aquecer um corpo é dada pela área entre as curvas.

1. O *calórico* é fortemente atraído pela matéria, devido à atração gravitacional, e fortemente auto-repulsivo. Assim, a distância de equilíbrio entre dois átomos é a distância onde essas ações se cancelam mutuamente

2. *Expansão térmica.* Ao serem aquecidos, corpos recebem *calórico*, aumentando a atmosfera de *calórico* em volta dos átomos. A conseqüência é o afastamento dos átomos, devido ao aumento da distância onde a atração gravitacional e a repulsão da atmosfera de *calórico* se cancelam (figura 5).

3. A *intensidade de calórico*, medida pela *temperatura*, é a densidade de *calórico* em volta dos átomos.

4. O calórico pode ser *sensível* ou *latente*. Aquele é medido pela variação de *temperatura*; esse não é acusado pelo termômetro, mas por uma transformação da matéria, que muda de *estado*. Segundo a teoria, existe um limiar de *temperatura*, a partir do qual o *calórico* "reage" com a matéria, numa analogia química, "combinando" com os átomos e perdendo sua identidade: sua existência deixaria de ser *sensível* e passaria, então, a ser *latente*.

5. *Calor gerado pela compressão mecânica.* É sabido, por exemplo, que, ao se comprimir a matéria, sem que *calórico* seja suprido (*compressão adiabática*), a temperatura se eleva; analogamente, ao expandir-se, sem que *calórico* seja retirado (*expansão adiabática*), a temperatura diminui. De acordo com a Teoria do Calórico, ao se comprimir a matéria, os átomos aproximam-se, literalmente, espremendo o *calórico* para fora, o qual, então, se deposita na superfície da matéria, causando o aquecimento da superfície.

As conseqüências da Teoria do Calórico para a história da Física foram profundas. Por um lado, benéficas, como aponta Thomas L. Hankins (p.50-51):

> Os fluidos sutis tiveram a vantagem de mostrar o que deveria ser medido, em Física. Eles proveram uma estrutura teórica, onde se pôde criar conceitos físicos, como 'carga', 'tensão elétrica', 'calor', 'capacidade térmica' e 'temperatura'.
>
> Os fluidos sutis foram o único modo como a Física Experimental pôde tornar-se quantitativa, na primeira metade do século dezoito.

Atividade

Leia Dias *et ali.* (1992) e responda: Qual a atitude dos gregos antigos, quanto à natureza do calor e como explicavam a dilatação pelo calor?

Referências

Black, Joseph (1803) "Lectures on the elements of chemistry" (extrato), in: Magie, William Francis (ed) (1935) *A source book in physics*, McGraw-Hill Book Company, p.134-145.

Brown, Sanborn C. (1950) "The Caloric Theory of Heat", *American Journal of Physics*, **18**, p.

Brush, Stephen G. (1976) *The kind of motion we call heat*, 2 vols., North-Holland.

Cardwell, Donald S. L., *From Watt to Clausius (The Rise of Thermodynamics in the Early Industrial Age)*, Cornell University, Ithaca, 1971.

Dias, Penha M. Cardoso; Morégula, Andrea; Thompson, Cláudia P.; Tavares, Luana; Gabcan, Ludmila (1992) "A Visão Grega de um Milagre Divino", *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, série 3, **2**, 85-103.

Dias, Penha M. Cardoso; Morégula, Andrea; Thompson, Cláudia P.; Tavares, Luana; Gabcan, Ludmila (1993), "Um Presente de Grego: A Máquina de Hero de Alexandria", *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, **10**, 148-156. Republicado em *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* **24**, 88-96.

Fox, Robert (ed). (1978) *Sadi Carnot: Réflexions sur la puissance motrice du feu; édition critique avec introduction et commentaire, augmenté de documents d'archives et de divers manuscrits de Carnot, par Robert Fox*, Vrin. Tradução inglesa por Fox, Robert (1986), Manchester University Press, New York: Lilian Barber Press.

Hankins, Thomas L. (1987) *Science and the Enlightenment*, Cambridge University Press.

Mendoza, Eric (ed) (1960) *Reflections on The Motive Power of Fire by Sadi Carnot and other Papers on the Second Law of Thermodynamics by E. Clapeyron and R. Clausius*, Dover.

Roller, Duane (1948), "The Early Development of the Concepts of Temperature and Heat", in: Conant, James Bryant (ed.) *Harvard Case Histories in Experimental Science*, Harvard University Press; citação da sétima impressào, 1970.

Capítulo 5

A TEORIA GERAL DO CALOR I: A MÁQUINA TÉRMICA

Meta da aula

Mostrar a racionalidade na formulação das leis da Física.

Objetivo da aula

Apresentar a origem e justificativa do formalismo da Física. Formular os princípios envolvidos no funcionamento da máquina térmica.

Introdução

As leis dinâmicas que regem a transferência de calor de um corpo a outro foram formuladas em um contexto diferente da pesquisa teórica sobre o calor. O novo contexto é o da construção das *máquinas térmicas*.

Nunca se saberá quando e como o homem descobriu que o calor era capaz de causar a expansão da matéria aquecida. Daí, é um passo entender que objetos, quando aquecidos, podem, em princípio, devido à expansão, empurrar qualquer coisa posta à sua frente, gerando movimento. Já na Antigüidade Helênica, verdadeiros protótipos de máquinas térmicas foram construídos. Filo de Bizâncio (século III a.C.) e Hero de Alexandria (século I a.C.) nos legaram engenhocas, movidas pela expansão do ar aquecido. Entre essas, é curiosa a máquina que abre as portas do templo (Dias *et ali.*, 1993): Trata-se de um dispositivo termo-pneumático, ligado a um dispositivo mecânicco que abre portas, usando a expansão do ar quando aquecido. Contudo, o uso sistemático na produção econômica data do final do século XVII. No século XIX, as máquinas térmicas eram importantes para retirar água de minas de extração de carvão fóssil. Principalmente na Inglaterra e, mais particularmente, na Cornualha.

Atividade

1. Procure em um mapa onde fica a Cornualha. Quem é a atual Duquesa da Cornualha?

2. Pesquisa em uma Enciclopédia de História o que foi a Revolução Industrial, na Inglaterra, as datas pertinenntes e sua conseqüência para a Humanidade.

Atividade

Procure o funcionamento do mecanismo para abrir as portas do templo que é atribuído a Hero, em meu artigo (Dias *et ali.*, 1993).

5.1 A máquina de Savary

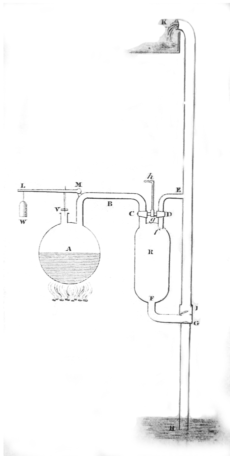


Figura 5.1: A máquina de Savary.

A primeira das máquinas térmicas comercializadas é atribuída a Thomas Savary. O funcionamento da máquina é o seguinte (Dias, 1990): Inicialmente, a válvula C está aberta, enquanto a válvula D está fechada; de forma que o vapor formado na caldeira (A) passa para o reservatório (R). Então R se aquece e o vapor condensa. Quando R está aquecido, o vapor não se condensa e passa por F; as válvulas G e I só se abrem para cima, de modo que o vapor passa para o tubo IK, mas não para baixo de G, aquecendo o tubo superior. O operador da máquina ouve um assovio em I, então ele fecha C. Sem novo vapor, R e os canos esfriam-se; conseqëntemente, o vapor condensa. Não há pressão suficiente para equilibrar a pressão atmosférica em R e nos canos, de modo que a água do poço é empurrada para cima, abrindo G e entrando em R; a válvula I permanece fechada pelo peso sobre ela, que é o peso da coluna atmosférica mais o da água no cano GK. Então C é aberta, mas a pressão do vapor está alta, pois o vapor ficou retido em A. Esse vapor deve ter uma pressão tal que consiga empurrar a água em R até o reservatório K; para que isso seja possível, a pressão do vapor que sai da caldeira é regulada por uma válvula em L, que funciona controlada por um peso (W) (abre, se a pressão for maior que W e fecha em caso contrário). Quando toda a água passa para K, o vapor começa a sair e o operador ouve um assovio em I; então, ele abre a válvula D e a água em IK entra pelo chuveiro f, condensando o vapor. Um vácuo (ambiente de pressão baixa) é criado em R e a atmosfera empurra a água do poço para R, passando por G, mas não por I (a pressão em I deve ser, no mínimo, a atmosférica). Um novo ciclo é iniciado.

Essa máquina é extremamente ineficiente, pois o ar misturado à água não se condensa e, após poucas operações, o ar se aloja nos canos, impedindo a formação do vácuo, logo, o funcionamento da máquina.

Atividade

Qual a altura máxima que R e G têm de ter, a partir do solo?

Resposta

Procure, em seu livro de Física, o valor da pressão atmosférica, medida em metros de água. Deve ser $10,4\ m$

5.2 A máquina de Newcomen

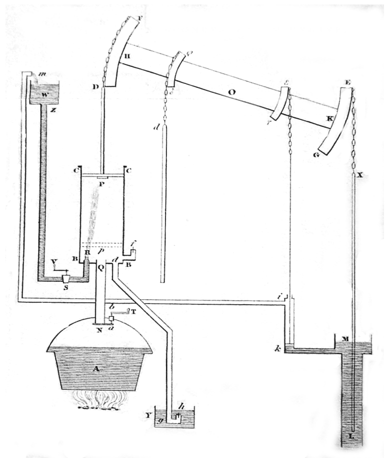


Figura 5.2: A máquina de Newcomen.

Para corrigir os defeitos da máquina de Savary, Thomas Newcomen (1663-1729) desenhou outra máquina. Nessa máquina, válvulas permitem a saída de ar. Entretanto, a máquina de Newcomen, se corrigia a máquina de Savery, estava ela sujeita a erros de concepção que a tornavam ineficiente e mascaravam os princípios básicos da Teoria do Calor.

O funcionamento da máquina é o seguinte (Dias, 1990): Suponha que, no início da operação, o êmbolo esteja em CC, as válvulas N e S estejam fechadas, a água da caldeira (A) esteja em ebulição e uma quantidade suficiente de vapor já tenha sido formada. A válvula N é aberta, girando o cabo h, de modo que vapor passa para o cilindro, expulsando para fora o ar que está na máquina, junto com o misturado a ele, pela válvula f; o vapor aquece o cilindro, condensando, e a água de condensação vai para um reservatório Y, por meio de um duto. Quando o cilindro atinge a temperatura do vapor, cessa a condensação e o vapor sai pela válvula f, lento e opaco, no início, pois está misturado com ar, mas depois se torna mais transpaente. Quando o operador da máquina notar que a pressão em f está alta e regular e que a caldeira está inteiramente suprida de vapor com a pressão apropriada (regulada por válvula, não mostrada no desenho), ele fecha N, cortando o suprimento de vapor, e abre S; a água do reservatória W entra no cilindro pelo chuveiro (R). O vapor no cilindro esfria e condensa, criando uma atmosfera rarefeita abaixo do êmbolo; a pressão atmosférica empurra o êmbolo para baixo e causa o fechamento das válvulas f e h. Ao descer, o êmbolo causa o movimento da viga, que puxa á gua do poço. Para começar uma nova operação, o operador traz o êmbolo para cima, manualmente, por meio de cabos; no ínterim, vapor entra no cilindro aquecendo-o e condensando, até que o cilindro tenha a temperatura do vapor e o êmbolo no topo. Então, novo ciclo pode ser iniciado.

Atividade

O que existe de comum nas operações das máquinas de Savary e Newcomen?

Resposta

A formação de um vácuo ou atmosfera de baixa pressão. No caso da máquina de Newcomen, o cilindro desce e a força sobre o êmbolo, devida à pressão atmosférica, realiza trabalho. No caso da máquina de Savary, o vácuo permite que a pressão atmosférica realize trabalho, empurrando água para dentro de R.

5.3 A máquina de Watt

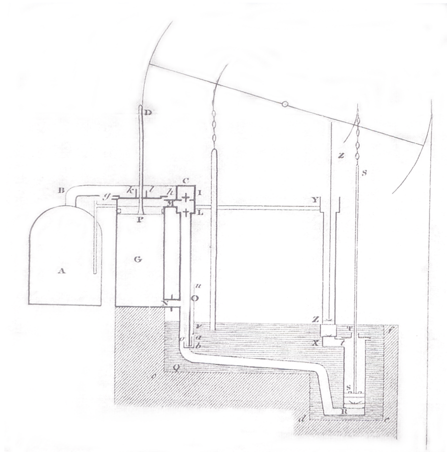


Figura 5.3: A máquina de Watt.

No inverno de 1763-1764, James Watt (1736-1819) era construtor de instrumentos na Universidade de Glasgow, na Escócia. Ele consertava uma miniatura da máquina de Newcomen, utilizada para dempnstrações em sala de aula. Ele notou que a miniatura era menos eficiente que a máquina real, pois parava a operação após um número menor de ciclos. Watt entendeu que isso era devido a um problema de escala: A razão $\frac{\text{área do cilindro exposta ao calor}}{\text{volume do cilindro}}$ é proporcional ao inverso do raio da base do cilindro; portanto, é maior, quanto menor o raio; conseqüentemente, a miniatura tem mais área, relativa ao volume, por onde calor pode escapar. A atenção de Watt foi direcionada a evitar *perdas de calor*. Para minimizá-las, introduziu duas novidades, cujas importâncias são de natureza conceitual:

(1) **1765.** Watt separou o cilindro quente, por onde o vapor entra, do cilindro frio, onde ocorre a condensação. Com isso, evitou perdas de calor devidas a ter de reaquecer, após esfriar, sucessivamente, um mesmo cilindro. Watt corrigiu o problema, colocando em evidência um conceito — *a existência necessária do segundo cilindro.*

(2) **1765.** Watt tampou o cilindro, evitando o contato da parede quente do cilindro com o ar frio da atmosfera. De novo, corrigiu perdas, desnudando conceitos. Nessa máquina, o

êmbolo move-se para baixo, empurrado pelo vapor e não pela atmosfera, como nas máquinas de Newcomen e de Savary. Com isso, Watt construiu a primeira máquina inteiramente térmica, embora o movimento ascendente do êmbolo continuasse a ser feito por contrapesos, até 1782.

A importância conceitual dessa descoberta está relacionada à terceira inovação.

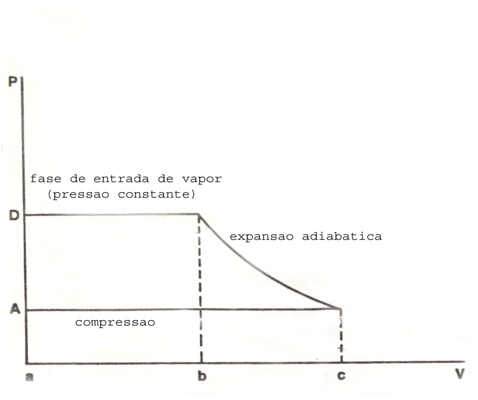
(3) **1769.** Watt introduziu o uso do *poder expansivo do fogo*. Esse uso consiste em se fechar o suprimento de vapor, depois que o êmbolo tenha descido uma fração da extensão do cilindro; no restante, do comprimento do cilindro, o vapor já contido no cilindro continua a expandir, empurrando o cilindro, mas sem receber suprimento. Máquinas que faziam uso do *poder expansivo do fogo* são mais eficientes dos que as que não o fazem.

5.3.1 O funcionamento da máquina de Watt

Em linguagem atual, o funcionamento da máquina de Watt é: Água é aquecida em uma fornalha (*fonte quente*), formando vapor (*substância de trabalho*). O vapor entra em um cilindro, previamente aquecido à temperatura do vapor, empurrando um êmbolo e realizando trabalho. Depois que o êmbolo é empurrado um pouco, o suprimento de vapor é cortado e o vapor expande por si só, continuando a empurrar o êmbolo e a realizar trabalho. Quando o êmbolo atinge o final do cilindro, o vapor expande para um cilindro, mantido a uma temperatura, fria o bastante para condensar o vapor (*condensador ou fonte fria*); o vapor é, pois, "destruído". Em decorrência, forma-se um vácuo no cilindro principal e o êmbolo pode ser trazido de volta à posição inicial.

No meio de uma disputa de registro de patente, Watt desejava mostrar que sua máquina era melhor do que a de seu oponente e pediu a um matemático amigo, John Southern, que inventasse um meio de calcular a eficiência. Southern inventou o chamado *indicador de Watt*; trata-se de um dispositivo para traçar o gráfico $p \times v$: Uma folha de papel é atrelada a um dispositivo que se move com o êmbolo, de modo que se move à medida que o volume varia; um lápis é atrelado a molas que se distendem ou comprimem com a pressão e se move perpendicularmente ao eixo V.

A máquina apresenta tês fases:



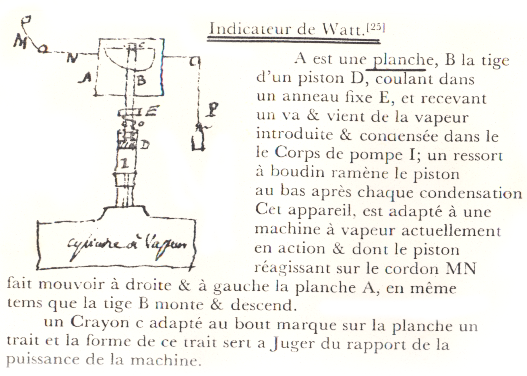


Figura 5.4: A máquina de Watt.

1. Expansão isobárica (pressão constante).

2. Quando o suprimento de calor é desligado e o vapor expande, o processo é adiabático. Inicialmente, pensava-se que a expansão do vapor fosse isotérmica. Por volta de 1819, dois químicos, Nicolas Clément e Charles-Bernard Désormes propuseram que fosse adiabática; eles o fizeram como resultado de experimentos. Eles chamaram essa fase de *détente*, uma palavra francesa que significa descompressão, expansão.

3. A terceira fase, *compressão*, corresponde ã condensação do vapor pela água do cilindro frio.

Em particular, Clément foi um amigo de Sadi Carnot e alguns historiadores acreditam que ele tenha ensinado a que a expansão correspondente ao uso do *poder expansivo do calor* fosse adiabática; por outro lado, a existência da *compressão* teria sido ensinada por Carnot a Clément. Clément foi professor no *Conservatoire des Arts et Métiers*. Em suas leis, utiliza o ciclo acima para calcular o "efeito" da máquina; o *indicador* acima foi copiado de suas aulas (Philip Levig, p.180).

5.3.2 Problemas colocados pela máquina de Watt

No começo do século XIX, o problema parecia ser o de definir os próprios problemas a serem estudados. A máquina de Watt trouxe, junto à sua maior eficiência, justamente o problema de explicar porque o uso do *poder expansivo* a fazia mais eficiente (Fox, 1976, 1978). Além disso, após a construção de máquinas que trabalhavam a alta pressão, sabia-se que essas eram mais eficientes do que as que operavam a baixas pressões (Fox, 1976, 1978). Segundo Fox (1976), quando, em 1824, Sadi Carnot escreveu seu livro, não havia dúvidas de que a maior eficiência das máquinas a alta pressão era que faziam melhor uso do *poder expansivo do fogo* (Fox, 1976, p.165). Esse problema foi resolvido por Sadi Carnot.

Atividade

Mostre que a razão $\frac{\text{área}}{\text{volume}}$ de um cilindro varia inversamente com o raio.

Resposta

Seja r o raio do cilindro e h, sua altura: $\text{área da base do cilindro} = \pi r^2 \quad \text{volume do cilindro} = 2\pi r h \Rightarrow \frac{\text{área}}{\text{volume}} \propto \frac{1}{r}$

Referências

Dias, Penha M. Cardoso (1990) "Sadi Carnot: Pré-história e História", *Revista da USP* **7**, 61-78.

Dias, Penha M. Cardoso; Morégula, Andrea; Thompson, Cláudia P.; Tavares, Luana; Gabcan, Ludmila (1993), "Um Presente de Grego: A Máquina de Hero de Alexandria", *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, **10**, 148-156. Republicado em *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* **24**, 88-96.

Fox, Robert (1976) "The challenge of a new technology: theorists and the high-pressure steam engine before 1824", in: Taton, René (ed) (1976) *Sadi Carnot et l'essor de la thermodynamique*, Éditions du Centre National de la Recherche Scientifique, p.149-168.

Fox, Robert (ed.) (1978) *Sadi Carnot: Réflexions sur la puissance motrice du feu; édition critique avec introduction et commentaire, augmenté de documents d'archives et de divers manuscrits de Carnot, par Robert Fox*, Vrin. Tradução inglesa por Fox, Robert (1986), Manchester University Press.

Levig, Philip (1985), "Sadi Carnot and the steam engine: Nicolas Clément's lectures on industrial chemistry", *British Journal of History of Science* **18**, 147-196.

Capítulo 6

A TEORIA GERAL DO CALOR II: AS "CATEGORIAS" DA CIÊNCIA DO CALOR

Meta da aula

Mostrar a racionalidade na formulaç ao das leis da Física.

Objetivo da aula

Apresentar a origem e justificativa do formalismo da Termodinâmica.

Introdução

Foi no dia 1º de junho de 1796 que nasceu Nicolas Léonard Sadi Carnot (1796-1832), filho primogênito de Lazare Nicolas Marguerite Carnot (1753-1823). Lazare foi Ministro da Guerra, de Napoleão, Ministro do Interior, membro do Diretório, general vitorioso, apelidado de "Organizador da Vitória", além de ter sido cientista respeitado; ele escreveu um tratado sobre máquinas hidráulicas e mecânicas.

O menino Sadi recebeu educação intelectual do mais fino trato que lhe permitia o ilustre e douto berço. Seu único irmão, Hyppolite, veio a ser Senador da República e seu sobrinho, Marie-François-Sadi Carnot, foi eleito presidente da França, em 1877. Apesar de ter sido o menos conhecido de sua linhagem, Sadi foi, certamente, o que realizou o mais nobre feito: Qual Prometeu, revelou à humanidade o segredo que a ela permitiria dominar o fogo. Esse segredo está em um livro de 119 páginas — umas das mais originais e férteis 119 páginas jamais concebidas pelo gênio humano! — *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres a développer cette puissance.*

O segredo revelado nesse opúsculo não foi o da natureza do calor; nem poderia Sadi Carnot desenvolver a Teoria do Calor em nível de grandeza molecular. Em seu livro, repetindo uma feliz sintetização, Sadi Carnot "concebeu as categorias do pensamento termodinâmico" (Charles Coulston Gillispie, 1960, p.367). Foi a partir dessas categorias que a Teoria do Calor veio a ser desenvolvida por Rudolf Julius Emmanuel Clausius (1822-1888), perseguido pelo perguntar incessante de William Thomson (1824-1907), o futuro Barão Kelvin de Largs.

6.1 Novos conceitos

As "categorias" da Ciência do Calor enunciadas por Sadi Carnot são, na ordem em que ele as introduz, no livro:

1. A formulação de um princípio, segundo o qual *o funcionamento das máquinas térmicas consiste em um transporte de calórico de uma fonte quente* (a caldeira) *para uma fonte fria* (o condensador) *e não de um "consumo"de calórico.*

2. O conceito de *reversibilidade* da operação da máquina: Revertendo o sentido de operação, a máquina leva o calórico de volta à fonte quente.

3. A demonstração de um teorema, de acordo com o qual *a eficiência das máquinas térmicas ideais independe da substância de trabalho*, se ar, vapor, ou outro meio.

4. O enunciado da *condição de máximo "efeito"*, segundo a qual o "efeito" de uma máquina térmica é máximo, quando não há contacto entre corpos mantidos a diferentes temperaturas.

5. O entendimento de que uma máquina térmica onde ocorreu contacto entre corpos mantidos a diferentes temperaturas é *não reversível*.

6. O conceito de *reservatório de calor*. Trata-se de um corpo capaz de absorver ou de ceder uma quantidade ilimitada de calórico. Tais são a fonte quente e a fonte fria da máquina térmica. No tratamento das máquinas, supõe-se que sejam mantidas a temperatura constante, mesmo que *calórico* seja transportado de uma fonte para a outra; na prática, as temperaturas são mantidas, seja esquentando a água da fornalha, na medida em que se esfria (isto é, gastando combustível), seja esfriando a água do condensador, à medida que se esquenta (isto é, jogando fora calor). A questão é que isso afeta a *eficiência* das máquinas.

7. Carnot descreve, em palavras, como deve ser o ciclo de operações da máquina térmica ideal:

    (a) *Expansão isotérmica.* O recipiente é posto em contacto com a fonte quente. O ar absorve calórico, expande-se e empurra o êmbolo, gerando *trabalho*. O contacto com a fonte assegura que a temperatura seja constante.

    (b) *Expansão adiabática.* O cilindro é retirado de seu contacto com a fonte quente, é isolado, termicamente, de modo que calórico não entra nem sai. O ar continua a expandir, mas, como *calórico* não foi cedido nem retirado, o ar esfria. O processo é interrompido, quando o ar atinge a temperatura da fonte fria.

    (c) *Compressão isotérmica.* O isolamento térmico é retirado e o cilindro é posto em contacto com a fonte fria. O êmbolo é empurrado, comprimindo o ar, cuja temperatura se eleva, mesmo sem absorver calórico. Nessa fase, o ar não produz *trabalho*, pelo contrário, *trabalho* é usado para comprimir o cilindro. Depois que todo o calórico retirado da fonte quente é passado à fria, pára-se o processo.

(d) *Compressão adiabática.* O cilindro é, de novo, isolado, termicamente. Então, continua-se a comprimi-lo. Como calor não foi cedido, nem retirado, o ar aquece. O processo é interrompido, quando o ar atinge a temperatura da fonte quente.

(e) Ao final da operação, o êmbolo retorna à mesma posição de onde partiu. O ar retorna às suas condições iniciais de *temperatura*, *volume* e *pressão*.

Carnot não desenhou gráficos, mas o gráfico ajuda a entender a operação da máquina:

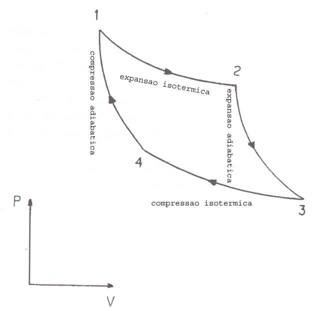


Figura 6.1: **O ciclo de Carnot.**

6.2 A máquina imaginária de Carnot

As "categorias" acima mencionadas são fundamentadas nos seguintes princípios (Dias, 1994):

1. **Princípio de "recuperabilidade" das condições iniciais.** A máquina tem de ser capaz de reiniciar novo ciclo de operações (é claro, ninguém deseja uma máquina que só funcione uma única vez). Portanto, tem de ser capaz de voltar às condições iniciais, isto é, à mesma temperatura e ao mesmo conteúdo de calórico.

2. **Princípio de economia.** Não é suficiente recuperar as condiç iniciais, mas isso tem de ser feito usando o **mesmo vapor** (*substância de trabalho*), pois criar novo vapor significa perda de gastar mais combustível.

3. **Princípio de "efeito máximo".** Carnot entendeu que, havendo contato entre dois corpos a temperaturas diferentes, calórico é transferido sem que *trabalho* seja realizado, isto é, *trabalho* é "deixado de ser realizado", logo é "perdido". Assim, para a máquina "trabalhar bem", isto é, não deixar de realizar *todo* o *trabalho* que pode, potencialmente, realizar, deve-se *evitar que partes a diferentes temperaturas entrem em contato*; isso é, obviamente, um **princípio de economia**.

Esses princípios justificam as "categorias": Para voltar ao começo das operações, é preciso que a substância de trabalho jogue fora o calor que recebeu da fonte quente; *a fonte fria existe para receber da substância de trabalho (parte d)o calor recebido da fornalha.* O ciclo de Carnot é o mais "econômico", pois a troca de calor dá-se, somente, nas isotermas, uma situação em que a *substância de trabalho* e a *fonte* têm mesma temperatura; os processos "laterais", sendo adiabáticos, garantem que não há troca de calórico, enquanto a *substância de trabalho* se expande ou se contrái para atingir as temperaturas das fontes. Em resumo, o funcionamento da máquina consiste na transferência de *calórico* da *fonte quente* para a *fonte fria*; findo o ciclo completo, a máquina recupera suas condições iniciais. No funcionamento da máquina, *calórico* é conservado, pois não é utilizado, gasto, "consumido", é só um "meio de transporte". O *princípio de Carnot* é uma lei de conservação: $\oint dQ = 0$.

6.3 O teorema

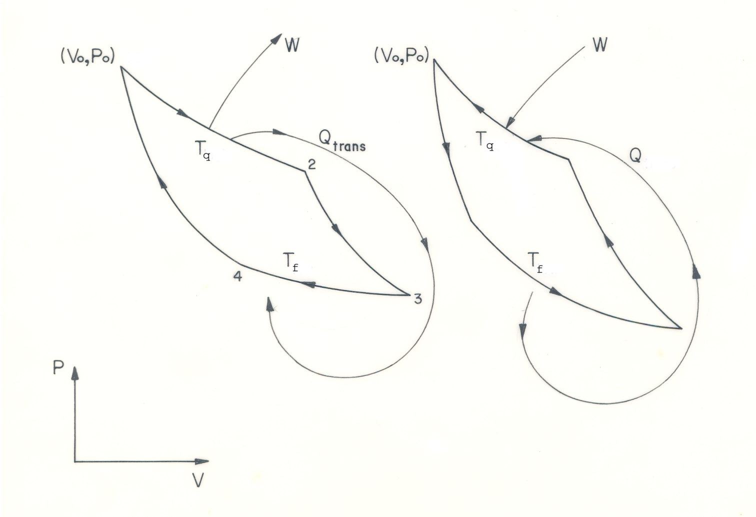


Figura 6.2: **O teorema de Carnot.**

A terceira "categoria" tem um papel fundamental na formulação da teoria. Não somente no trabalho específico de Carnot, mas sobretudo no trabalho futuro de Clausius. É ela que vai permitir, nas mãos de Clausius, a matematização da teoria: A demonstração de Carnot está errada, mas ela revela leis de conservação embutidas na teoria.

Segundo o teorema, em linguagem moderna, a *eficiência* da máquina térmica, funcionando de acordo com o ciclo de Carnot, não depende da substância de trabalho usada, isto é, se um gás perfeito ou outro gás perfeito ou se alguma outra substância. Para provar o teorema, Carnot supõe duas máquinas, operando entre as duas mesmas temperaturas, T_q e T_f, uma operando no ciclo direto e a outra, no ciclo reverso de operações; porém, elas usam diferentes *substâncias de trabalho*. A máquina direta transporta uma quantidade de calor da fonte fria para a quente e, no processo, produz *trabalho*; a máquina revertida usa *trabalho* e transporta calor da fonte fria para a quente. O teorema é, então, mais precisamente enunciado: Se as máquinas — que usam substâncias diferentes — transportam a mesma quantidade de calor (Q) entre fontes respectivamente a uma mesma temperatura (T_q e T_f), então o trabalho produzido pela primeira é igual ao trabalho usado pela segunda. Para demonstrá-lo, Carnot supõe que os trabalhos sejam diferentes para chegar a uma conclusão absurda; então, seja W o *trabalho* obtido na primeira e seja W' o *trabalho* utilizado pela máquina revertida, $W' < W$ (se for $W' > W$, é só reveter as máquinas, de modo que a direta fique reversa e a reversa, direta). Posto isso, a demonstração é: As máquinas são acopladas, isto é, *trabalho* (W) é obtido na máquina direta e uma parte ($W' < W$) é usada para operar a máquina revertida; ao final da operação acoplada,

1. O *calor* (Q) é "zerado": A máquina direta traz *calor*, Q, da *fonte quente* para a *fria* e a máquina revertida faz o caminho inverso, devolvendo *todo* o *calor*, Q, à *fonte quente*. Portanto, *fonte quente* e a *substância de trabalho* recuperam suas *condições iniciais*.

2. O *trabalho* não é "zerado": Da operação acoplada das máquinas resulta um *trabalho* grátis, $W - W'$, tirado do nada, pois só se usou *parte* (W') do *trabalho* obtido na máquina direta (W).

Ora, é um dos princípios metafísicos da Física é que se deve pagar por um *trabalho* realizado. Carnot conclui que sua hipótese de que só *parte* do *trabalho* obtido fosse necessário para operar a máquina revertida é um absurdo: Ambas produzem (e utilizam, quando revertidas) a mesma quantidade de *trabalho*. Como, por hipótese, as máquinas operam com substâncias diferentes, o resultado é que *o trabalho independe da substância de trabalho*.

Em outras palavras, a *eficiência*, $\frac{\text{trabalho}}{\text{calor retirado da fonte quente}}$, independe da *substância de trabalho*. Mas, então, do quê depende? Ora, só pode depender do que for *numericamente igual* nos dois ciclos, o direto e o reverso. Ora, por hipótese, as variáveis "iguais" são: Por hipótese, Q, T_q, T_f e, pelo teorema, W. Finalmente, o teorema — como entendido por Carnot — mostra que *trabalho* é conservado, quando se reverte a máquina; isso vai ser corrigido por Clausius.

COMEÇO BOX EXPLICATIVO

Note que a demonstração do teorema não precisa referir-se às *substâncias de trabalho*. Portanto, podem ser quaisquer.

FIM BOX EXPLICATIVO

Referências

Gillispie, Charles C. (1960) *The Edge of Objectivity: An Essay in the History of Scientific Ideas*, Princeton University Press.

Dias, Penha M. Cardoso (2001) "A (Im)pertinência da História ao Aprendizado da Física (Um Estudo de Caso)", *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **23**, 226-235.

Dias, Penha M. Cardoso (1994) "A Path from Watt's Engine to the Principle of Heat Transfer", in: Dag Prawitz e Dag Westerståhl (eds.) *Logic and Philosophy of Science in Uppsala*, Kluwer Academic Publishers p.425-437.

Dias, Penha M. Cardoso (1990) "Sadi Carnot: Pré-história e História", *Revista da USP* **7**, 61-78.

Capítulo 7

A TEORIA GERAL DO CALOR III: AS DUAS LEIS DO CALOR

Meta da aula

Mostrar a racionalidade na formulação das leis da Física.

Objetivo da aula

Apresentar a origem e justificativa do formalismo da Termodinâmica.

Introdução

O *Réflexions* foi lido por um amigo de Sadi, na sessão de 14 de Junho de 1824 da Académie des Sciences de Paris, à qual estava presente o *crème de la crème* da ciência francesa contemporânea — Arago, Fourier, Laplace, Ampère, Gay-Lussac, Poinsot, Fresnel, Legendre, Poisson, Cauchy, Dulong, Navier e Riche de Prony. Apesar da importância científica dos ouvintes, o livro caiu em ouvidos moucos e não teve impacto imediato. Uma opinião é que o livro de Carnot não era dirigido ao público científico, mas a um público geral, de construtores e usuários de máquinas térmicas; por exemplo, o tratamento não foi formal; desse modo, o livro não sensibilizou as sumidades presentes. A opinião que me apetece, apresentada por alguns historiadores, é: O livro de Carnot foi escrito no contexto da teoria do *calórico*; em 1824, a teoria, senão morta, agonizava em coma profundo e nem o próprio Carnot acreditava nela, como mostram notas em seu caderno de rascunho; sua teoria dependia de muitos resultados obtidos com o calórico e o desespero era compreensível.

O livro foi lido por Émile Clapeyron, um engenheiro que que trabalhou em locomotivas a vapor. Em 1834, Clapeyron publicou um artigo, no qual expunha a teoria de Carnot, ampliada de formalismo matemático e gráficos, ambos ausentes do livro de Carnot. Ele matematiza o *teorema de Carnot*: $\text{eficiência}\frac{dt}{C(t)}$, onde $C(t)$ é uma função desconhecida da temperatura (t), que veio a ser chamada *função de Clapeyron*.

Os gráficos colocam uma questão: Por que e como teriam ocorrido a Clapeyron? Uma opinião é que Clapeyron teria tido conhecimento que Watt havia traçado o gráfico de sua máquina, através de um engenheiro de Watt, a serviço na Rússia, onde Clapeyron, também, estava a serviço. O artigo de Clapeyron também teve de esperar outros dez anos para render frutos. Mas ele caiu nas mãos certas, foi lido pelo jovem William Thompson.

7.1 O termômetro

Por volta de 1847, a então existente Teoria do Calor carecia de medidas confiáveis de calor específico, calor latente, etc., medidas essas que estavem sendo refeitas no laboratório de Victor Regnault. Uma das dificuldades era a inexistência de um bom termômetro e o jovem doutor William Thomson, que estagiava no laboratório, dedicava-se a esse problema. Ele procurava um termômetro que, também, independesse da substância. Thomson leu o artigo de Émile Clapeyron. Ele entendeu que a solução de seu problema estava na teoria de Carnot e procurou o livro em Paris; não o achou, naquela ocasião, mas conseguiu resolver seu problema.

O problema de Thomson era construir uma escala de temperatura, "independentemente das propriedades de qualquer tipo particular de material" (1848; 2007, p.487). O princípio de Carnot forneceu-lhe o modo de definir essa escala (1848; 2007, p.489):

> A propriedade característica da escala que eu proponho agora é que todos os graus tenham o mesmo valor; isto é, que a unidade de calor que desce de um corpo $\mathcal{A}$ à temperatura T^o dessa escala, para um corpo $\mathcal{B}$, à temperatura $(T-1)^o$, deveria produzir o mesmo efeito mecânico, qualquer que seja o número T.

Pelo *teorema de Carnot*, essa escala independe da substância e, continua Thomson, "pode ser, justamente, chamada uma escala absoluta". Na verdade, o termômetro absoluto é a máquina térmica e a contribuição de Thompson foi demonstrar a existência do grau absoluto (Dias, 2007).

7.2 O dilema do jovem Thomson

7.2.1 O problema

William Thomson colocou o seguinte dilema:

1. James Prescott Joule demonstrou, por experimentos, que *calor* pode ser transformado em *trabalho* e vice-versa.

2. Portanto, se a máquina realiza *trabalho*, *calor* não pode ser, *todo* ele, *transportado* de uma fonte para a outra. Ele tem de "virar" *trabalho*, isto é, ser **consumido**, usado, gasto.

3. Logo: Ou Carnot está certo e Joule errado; ou Carnot está errado e Joule certo.

7.2.2 Clausius responde a Thompson

Rudolf Julius Emmanuel Clausius entendeu que não há contradição entre os dois princípios, desde que o *Princípio de Carnot* sofra pequena modificação:

1. Clausius aceita os resultados de Joule: **calor é trabalho**. Logo, se *trabalho* é obtido, *calor* é **consumido**.

2. Clausius corrige Carnot: **O calor retirado da fonte quente não pode ser todo ele transferido, mas parte é consumida**. Ele distingue, pois, duas operações nas máquinas térmicas:

   (a) **Transformação de calor em trabalho** ou **consumo** de calor: Parte do calor recebido da *fonte quente* é transformada em trabalho, durante a *expansão isotérmica.*

   (b) **Transporte de calor da fonte quente para a fonte fria**: A parte restante do calor que foi recebido da *fonte quente* é transferida para a *fonte fria*, durante a *compressão isotérmica.*

7.3 Demonstração das duas leis

7.3.1 A primeira lei

O *Princípio de Joule* significa que *calor* e *trabalho* são uma mesma entidade física; logo:

$$\frac{\text{trabalho}}{\text{calor consumido}} = 1.$$

Como as quantidades são medidas em unidades diferentes, em vez de 1 aparece um valor *constante* para a razão, A^{-1}; se *caloria* é usada para medir *calor* e *joule*, para medir *trabalho*, será $A = 4,18\frac{\text{caloria}}{\text{joule}}$, como nos livros de Física modernos.

Depois de muita conta, Clausius reescreve a expressão acima como:

$$dU = -p\, dV + dQ\ .$$

As contas não são "iluminantes", exceto pelo seguinte: Segue-se, no fluir dos cálculos, que dQ e dW não são *diferenciais totais*, logo não são integráveis; por outro lado, dU é uma *diferencial total*, isto é, U é *integrável*, logo $\oint dU = 0$. Clausius chamou U de *conteúdo de calor* da substância de trabalho. Essas considerações permitem concluir: A *lei de Joule* significa que o *conteúdo de calor da substância da trabalho* (U) é recuperado, após um ciclo completo da máquina direta. Portanto, é uma **lei de conservação que rege a substância de trabalho**: Ela volta às suas condições iniciais, após um ciclo completo.

7.3.2 A segunda lei

O *teorema de Carnot* (aula 6) tem de ser adaptado a essas modificações e um nova demonstrado tem de ser dada, pois, agora: A máquina direta retira *calor*, Q, da *fonte quente*; parte desse *calor* é *consumido*, isto é, transformado em *trabalho*, W; o *calor* restante, $Q - W$, é *transportado* para a *fonte fria.* De novo, duas máquinas operam com substâncias diferentes, entre as mesmas temperaturas, respectivamente, T_q e T_f. A máquina direta transporta Q para a fonte fria e produz um *trabalho* W. O teorema consiste em provar que, usando o mesmo W para operar a máquina reversa, uma igual quantidade de calor, Q, será transportada da fonte fria para a quente. Clausius segue a mesma linha anterior de demonstração: Ele nega o resultado desejado para chegar a uma conclusão absurda.

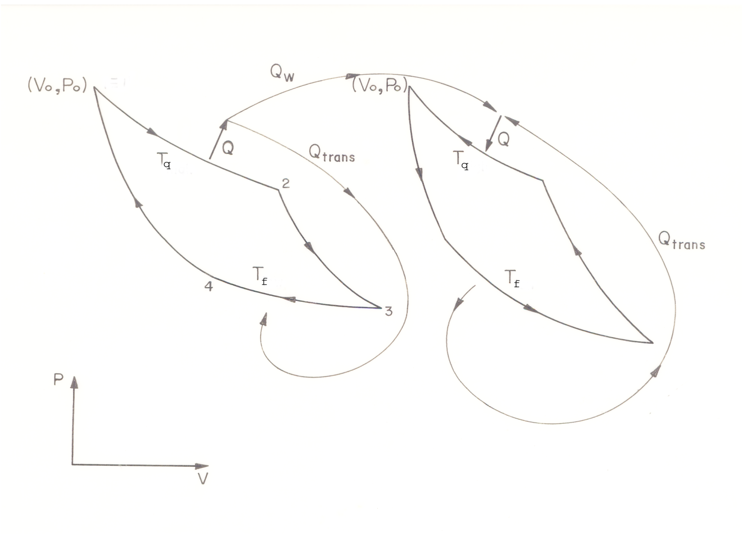


Figura 7.1: **O teorema de Carnot modificado por Clausius.**

Suponha, pois, que seja Q' o calor transportado da fonte fria para a quente. Ora, seja $Q' > Q$ (se for $Q' < Q$, é só reverter as máquinas, como antes). Ao final da operação acoplada das duas máquinas:

1. O *trabalho* é "zerado": A mesma quantidade W é obtida em uma máquina e usada para operar a outra.

2. O *calor* (Q) não é "zerado": A máquina direta traz *calor*, Q, da *fonte quente* para a *fria* e a máquina revertida leva uma quantidade maior, Q', $Q' > Q$, da fonte fria para a quente. Portanto, existe uma quantidade de calor, $Q' - Q$, transportada da fonte fria para a quente sem uso de *trabalho*.

Pra construir a contradição, Clausius "tira do bolso" o seguinte princípio: **É proibido que calor flua naturalmente de um corpo frio para um quente**. É claro que isso é uma dessas coisas que todo mundo sabe, mas ninguém a havia alçado à condição de lei independente da Natureza!

Atividade

Obtenha as equações dos processos adiabáticos e isotérmicos

Resposta

Carnot não conhecia a equação da *adiabática*, que foi achada por Poisson, por volta de 1824. Ela é obtida resolvendo o sistema de equações:

$$\begin{aligned} \text{equação constitutiva:} \quad & dU = c_V dT \\ \text{Lei de Joule:} \quad & dU \equiv c_V dT = -PdV \\ \text{Lei dos Gases Perfeitos:} \quad & PV = RT \end{aligned}$$

As equações dos processos são:

$$\begin{aligned}
\text{curva isoterma:} \quad & PV = \text{constante} \\
\text{curva adiabática:} \quad & PV^{\gamma} = \text{constante} = \text{constante}'\, TV^{\gamma-1} \\
& \gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{c_V + R}{c_V} = 1 + \frac{R}{c_V}
\end{aligned}$$

Atividade

Como visto na aula 4, equações podem ser dinâmicas ou de vínculo: Aquelas regem a dinâmica; essas são relação entre variáveis matemáticas do problema. Interprete, nesses termos, as equações dos processos adiabáticos e isotérmicos, na máquina térmica.

Resposta

Para que o ciclo se feche, os volumes V_1, V_2, V_3 e V_4 não podem ser independentes. Os processos adiabáticos fornecem vínculos entre essas variáveis:

$$\begin{aligned}
\text{expansão adiabática} \quad & T_q V_2^{\gamma-1} = T_f V_3^{\gamma-1} \\
\text{compressão adiabática} \quad & T_q V_1^{\gamma-1} = T_f V_4^{\gamma-1} \\
\text{vínculo} \quad & \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}
\end{aligned}$$

Os processos *isotérmicos* fornecem equações dinâmicas:

$$\begin{aligned}
\text{calor retirado da fonte quente:} \quad & Q = T_q \ln \frac{V_2}{V_1} \\
\text{calor transferido para a fonte fria:} \quad & q = T_f \ln \frac{V_3}{V_4} = T_f \ln \frac{V_2}{V_1} \\
\text{trabalho:} \quad & W = Q - q = (T_q - T_f) \ln \frac{V_2}{V_1}
\end{aligned}$$

Atividade

Deduza a lei de conservação da energia

Resposta

Inicialmente, tenha seu livro de Cálculo ao lado para ver expansão em série de Taylor.

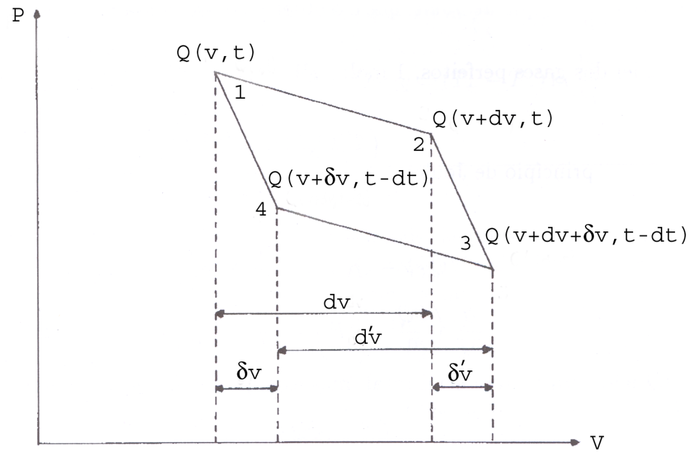


Figura 7.2: **A lei de Joule.**

calor em 1:	$Q(V,T)$	
calor em 2:	$Q(V+dV,T)$	
calor em 4:	$Q(V+\delta V, T-dT)$	
calor em 3:	$Q(V+d'V+\delta V, T-dT) = Q(V+dV+\delta' V, T-dT)$	
relação entre os acréscimos de volume:	$dV+\delta' V = \delta V + d'V$	(C)

Para facilitar, derivadas parciais primeiras são indicadas por índices T e V e derivadas parciais segundas, por índices VV, TT, VT e TV. Então, expansões em *série de Taylor* dão:

calor retirado da fonte quente:	$Q(V+dV,T) - Q(V,T) = Q_V dV$	(1)
calor cedido à fonte fria:	$Q(V+d'V+\delta V, T-dT) - Q(V+\delta V, T-dT) =$	
	$Q_V d'V + Q_{VV}\delta V\ d'V - Q_{VT} d'V\ dT$	(2)
calor consumido:	$(1)-(2) =$	
	$Q_V dV - [Q_V + Q_{VV}\delta V - Q_{VT} dT]\, d'V$	(3)
processo adiabático:	$Q(V+\delta V, T-dT) = Q(V,T)$	
	$\Rightarrow Q_V \delta V = Q_T dT$	(B)
processo adiabático:	$Q(V+dV,T) = Q(V+dV+\delta' V, T-dT)$	
	$\Rightarrow (Q_V + Q_{VV} dV)\,\delta' V = (Q_T + Q_{VT} dV)\, dT$	(A)

As expressões (A), (B) e (C) são vínculos e são usadas para calcular δV, $\delta' V$ e $d'V$ em função de dV e dT. O resultado é:

$$\begin{aligned} \delta V &= \tfrac{Q_T}{Q_V} dT && \text{(a)} \\ \delta' V &= \tfrac{dT}{Q_V}\left(Q_T - \tfrac{Q_{VV}}{Q_V} Q_T dV + Q_{TV} dV\right) && \text{(b)} \\ d'V &= dV + \left(-\tfrac{Q_{VV} Q_T}{Q_V^2} + \tfrac{Q_{TV}}{Q_V}\right) dV\ dT && \text{(c)} \end{aligned}$$

Substituindo esses valores em (3):

$$\text{calor consumido:} \qquad (Q_{TV} - Q_{VT})\, dT\ dV$$

Essa expressão é igual ao *trabalho* (a menos de uma constante multiplicativa). Para escrever a lei da conservação da energia, o *trabalho* tem de ser achado. Da *Lei dos Gases Perfeitos*, $P = R\frac{T}{V} \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial T} = \frac{R}{V}$; então:

$$\text{trabalho} = \text{área} = dP dV = R\frac{T}{V} dV dT$$

Agora é possível escrever o *Princípio de Joule*:

$$\text{princípio de Joule: } \frac{\text{trabalho}}{\text{calor consumido}} = A \Rightarrow \frac{(Q_{TV} - Q_{VT})\, dVdT}{\frac{R}{V}dVdT} = A$$

Isso pode ser escrito:

$$Q_{TV} - Q_{VT} = \frac{AR}{V} \equiv A\frac{\partial P}{\partial T} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial Q}{\partial V} - AP\right) - \frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right) = 0$$

Em outras palavras, dQ não é uma diferencial total (pois $Q_{TV} - Q_{VT} \neq 0$); porém, $dU \equiv \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial Q}{\partial V} - AP\right) - \frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right) = 0$ significa que existe uma função diferenciável $U\,(V,T)$, tal que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial V} &= \frac{\partial Q}{\partial V} - AP \\ \frac{\partial U}{\partial T} &= \frac{\partial Q}{\partial T} \end{aligned}$$

Logo:

$$dU \equiv \frac{\partial U}{\partial V}dV + \frac{\partial U}{\partial T}dT = -APdV + \left(\frac{\partial Q}{\partial V}dV + \frac{\partial Q}{\partial T}dT\right) = -APdV + dQ$$

7.4 O significado da segunda lei

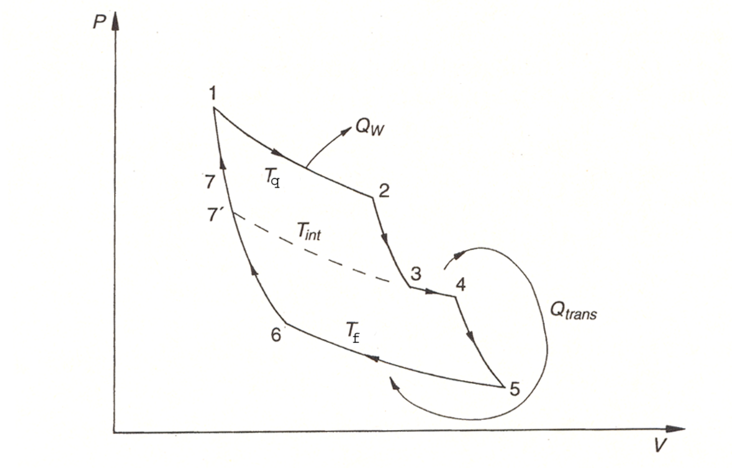


Figura 7.3: **O ciclo de três temperaturas.**

Clausius entendeu que a demonstração do teorema, envolvendo, apenas, duas temperaturas, é muito simples, pois *consumo* se dá em uma das duas temperaturas entre as quais se efetua a *transferência*, porém pode ser que as relações entre as quantidades de calor envolvidas em uma e outra operação varie diferentemente com a temperatura. Para descobrir como cada operação depende da temperatura, Clausius inventou um ciclo com três temperaturas: Todo o *calor* absorvido na fonte com a maior temperatura (T_q) é transformado em *trabalho* (*consumo*); todo o calor absorvido na fonte com a temperatura intermediária (T_i) é transportado para a *fonte fria* (*transporte*), T_f.

Clausius segue a inspiração original de Carnot de que o princípio de funcionamento da máquina térmica expressa uma *lei de conservação*. Mas de quê? Para responder, ele inventa outra demonstração do *Teorema de Carnot*. Clausius raciocina que, após um ciclo, as duas operações da máquina se cancelam, pois há uma volta às condições iniciais. Ele, então, atribui *valores de eqüivalência* a cada uma das duas operações:

operação	**valor de eqüivalência**
transformação de calor em trabalho na temperatura T_q	$-W\ f\,(T_q)$
transformação de trabalho em calor na temperatura T_q	$+W\ f\,(T_q)$
transporte de calor na temperatura T_i em calor na temperatuta T_f	$+Q_{\text{transportado}}\,F\,(T_i, T_f)$
transporte de calor na temperatura T_f em calor na temperatuta T_i	$-Q_{\text{transportado}}\,F\,(T_i, T_f)$

Cancelamento das duas operações significa:

$$-W\ f\,(T_q) + Q_{\text{transportado}}\,F\,(T_i, T_f) = 0\ ; \tag{1}$$

isso é uma *lei de conservação*, pois as operações se cancelam.

Uma outra máquina opera com as temperaturas T_q' ($T_i < T_q' < T_q$), T_i e T_f, mas com o ciclo revertido: Uma quantidade de *trabalho*, W', é transformada em calor em T_q' e calor é transportado de T_f a T_i; suponha que a quantidade de calor transportada é igual à da máquina direta, $Q_{\text{transportado}}$. Aplicando o cancelamento a essa máquina:

$$+W'\ f\left(T_q'\right) - Q_{\text{transportado}}\,F\,(T_i, T_f) = 0\ . \tag{2}$$

(1) + (2):

$$-W f\,(T_q) + W' f\left(T_q'\right) = 0\ . \tag{3}$$

Significa que a operação das máquinas, agindo acopladamente, é a transformação de uma quantidade de *calor*, W, em *trabalho* na temperatura T_q e de uma quantidade W' de *trabalho* em *calor* em T_q'. Ora, se a fonte T_q', agindo como *fria*, por ser menor, recebe um calor W' e a fonte T_q, agindo como *quente*, por ser maior, cede W, significa que o acoplamento é eqüivalente a uma máquina operando entre T_q e T_q', que realiza *trabalho* $W - W'$ e transporta W'; logo, aplicando a condição de cancelamento:

$$-\left(W - W'\right) f\,(T_q) + W' F\left(T_q, T_q'\right) = 0\ . \tag{4}$$

Somando e subtraindo $W' f\,(T_q)$ a (3) e agrupando termos:

$$-\left(W - W'\right) f\,(T_q) + W'\left[f\left(T_q'\right) - f\,(T_q)\right] = 0 \tag{3$'$}$$

Mas (3′) e (4) descrevem a mesma máquina, logo:

$$F\left(T_q, T_q'\right) \equiv f\left(T_q'\right) - f\,(T_q)\ .$$

Portanto, a condição de cancelamento é:

$$-W f\,(T_q) + Q_{\text{transportado}}\left[f\,(T_f) - f\,(T_q)\right] = 0\ .$$

A demonstração acima envolve o uso da máquina revertida. Logo, a seguinte condição de *conservação* vale para um *ciclo completo*, *reversível*:

$$-Wf\left(T_q\right)+Q_{\text{transportado}}\left[f\left(T_f\right)-f\left(T_q\right)\right]=0\ .$$

Generalizando a notação, Clausius denota por T uma função desconhecida da temperatura ($T=\frac{1}{f(\text{temperatura})}$); desse modo ele generaliza a expressão obtida para gases perfeitos a sistema termodinâmicos gerais:

$$\text{lei de conservação do ciclo reversível:}\quad S=\left\{\begin{array}{ll}\text{sistema discreto} & \sum_{j=1}^{j=3}\frac{Q_j}{T_j}\\ \text{sistema contínuo} & \oint\frac{dQ}{T}\end{array}\right\}=0$$

O *Teorema de Carnot* produz, pois, uma *diferencial total*, $dS\equiv\frac{dQ}{T}$. O *Princípio de Carnot* é, de fato, uma *lei de conservação*: **Ao término de um ciclo da máquina** ***revertida*****, a** ***fonte quente*** **volta às suas condições iniciais, recuperando seu** ***conteúdo de calor*****. Para que isso aconteça, após um ciclo da máquina direta, a quantidade S tem de recuperar seu valor original.**

Clausius já parte de uma expressão "suspeita" para o *valor de eqüivalência*:

$$Q\times\text{função só da temperatura.}$$

Clausius já devia ter resolvido "milhões" de ciclos para o *gás perfeito* e a expressão $\sum_{j=1}^{j=3}\frac{Q_j}{T_j}=0$, com toda certeza, sempre aparecia. Entretanto, um leitor do século XXI pode raciocinar do seguinte modo, embora não haja evidência de que Clausius tenha pensado assim:

O resultado do *Teorema de Carnot*, já modificado por Clausius, é que dois *gases perfeitos*, diferentes, trabalhando entre as *mesmas duas temperaturas*, que produzem o mesmo *trabalho*, transferem para a *fonte fria* a mesma quantidade de calor. Os gases, sendo diferentes, as *equações de estado* (isto é, a *lei do gás perfeito*) dos dois gases têm diferentes constantes,

$$PV=\frac{\text{massa}}{\text{peso molecular}}RT=(\text{número de moles})\ RT\ ;$$

portanto, dois gases têm curvas idênticas somente quando têm o mesmo número de *moles*. W é não integrável, logo depende das trajetórias que compõem o ciclo; como as equações das curvas diferem, para que W tenha o mesmo valor nos ciclos, as figuras dos dois ciclos não se podem superpor: Mesmo que as temperaturas sejam iguais e os processos partam das mesmas condições iniciais, a posição das *isotermas* e das *adiabáticas* dos dois ciclos no "espaço" $V\times P$ não precisam coincidir (isto é, os valores de V e P onde os processos começam e terminam não precisam coincidir); nem precisam os traçados dos dois ciclos coincidir, isto é, as curvaturas de cada uma das curvas que compõem o ciclo podem ser respectivamente diferentes nos ciclos de um gás e do outro. As conseqüências são:

1. Qualquer quantidade que tenha o mesmo valor nos dois ciclos, portanto, *independentemente das posições e da forma dos ciclos* no espaço $V\times P$ só pode depender de V e P através de Q, T_q e T_f. Carnot fez $dW=dQf\left(T\right)$; Clausius fez $dS=dQf\left(T\right)$.

2. Carnot está errado, porque W depende do ciclo e, de fato, a condição de que seja o mesmo nos dois ciclos determina (junto, é claro, com as equações das curvas) o traçado do ciclo.

3. O *Teorema de Carnot*, como generalizado por Clausius, é mais bem entendido assim: Dado que o *Princípio de Carnot* é uma condição de *conservação* no ciclo reversível e dado que a quantidade conservada é função de Q, T_+ e T_-, somente, Clausius supôs que ela tivesse a forma $Qf(T)$; então, ele prova que a equação que os $Qf(T)$'s, nas várias fases do ciclo, têm de obedecer é $\oint \frac{dQ}{T} = 0$.

Atividade

Calcule a eficiência do ciclo de três temperaturas sem as condições impostas por Clausius, segundo as quais *trabalho* é realizado a T_q e a transferência se dá entre T_i e T_f. A eficiência pode depender dos volumes?

Resposta

As fontes *quente* e *intermediária* fornecem *calor* Q_q e Q_i, respectivamente; a fonte fria recebe Q_f. Então:

Processos isotérmicos:

$$\begin{aligned}
Q_q &= T_q \ln \frac{V_2}{V_1} > 0 \ (V_2 > V_1) \\
Q_i &= T_i \ln \frac{V_4}{V_3} \ (V_4 > V_3) \\
Q_f &= T_f \ln \frac{V_6}{V_5} = -T_f \ln \frac{V_5}{V_6} < 0 \ (V_5 > V_6)
\end{aligned}$$

Lembrando que a equação da adiabática é $TV^{\gamma-1} =$ constante e aplicando às adiabáticas 23, 45, 61:

$$\begin{aligned}
T_q V_2^{\gamma-1} &= T_i V_3^{\gamma-1} \\
T_i V_4^{\gamma-1} &= T_f V_5^{\gamma-1} \\
T_f V_6^{\gamma-1} &= T_q V_1^{\gamma-1} \\
\Rightarrow \frac{V_1}{V_6} &= \frac{V_2 V_4}{V_3 V_5} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_5}{V_6}\frac{V_3}{V_4}
\end{aligned}$$

Este último resultado é um vínculo entre os V's, para que a curva se feche. Então, usando o vínculo:

$$\begin{aligned}
\text{calor recebido das fontes por expansão} = \quad Q_q + Q_i &= T_q \ln\left(\frac{V_5}{V_6}\frac{V_3}{V_4}\right) + T_i \ln \frac{V_4}{V_3} \\
&= T_q \ln \frac{V_5}{V_6} - (T_q - T_i) \ln \frac{V_4}{V_3} \\
\text{calor cedido à fonte fria} = \quad Q_f &= -T_f \ln \frac{V_5}{V_6} \\
\text{calor consumido} = \quad W &= (Q_q + Q_i) - |Q_f| = \\
&= -(T_q - T_i) \ln \frac{V_4}{V_3} + (T_q - T_f) \ln \frac{V_5}{V_6}
\end{aligned}$$

então:

$$\text{eficiência} = \frac{W}{Q_q + Q_i} = \frac{-(T_q - T_i)\ln \frac{V_4}{V_3} + (T_q - T_f)\ln \frac{V_5}{V_6}}{-(T_q - T_i)\ln \frac{V_4}{V_3} + T_q \ln \frac{V_5}{V_6}} .$$

No caso tratado por Clausius, em que $Q_q = W$, segue-se que $Q_i = |Q_f|$, logo $\frac{\frac{V_4}{V_3}}{\frac{V_5}{V_6}} = \frac{T_f}{T_i}$; então, a *eficiência* só depende das *temperaturas*.

No caso geral de três temperaturas, a *eficiência* depende, também, de razões dos *volumes*, como se vê pelo resultado acima. A condição para que a eficiência seja a mesma para máquinas com diferentes *substâncias de trabalho*, mas operando entre as mesmas temperaturas é que as razões $\frac{V_4}{V_3}$ e $\frac{V_5}{V_6}$ sejam, respectivamente, iguais nas duas máquinas, mas não necessariamente os valores V_3, V_4, V_5 e V_6 tomados separadamente.

Atividade

Por que a dependência do volume desaparece no caso de duas temperaturas?

Resposta

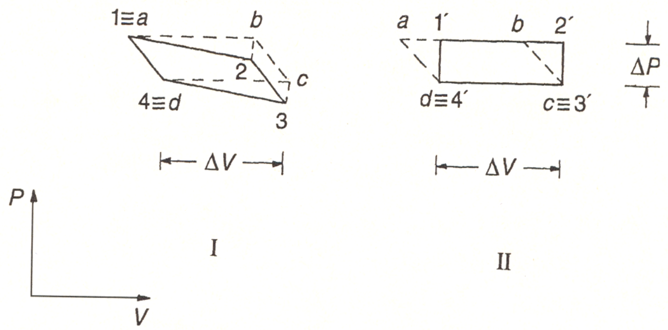


Figura 7.4: **O ciclo infinitesimal.**

O gráfico de Carnot, para diferenças infinitesimais de pressão e de volume pode ser reduzido a um *retângulo*, $dV\ dP$; logo a expansão de volume na isoterma quente é igual à compressão de volume na isoterma fria, logo, no ciclo infinitesimal, $V_1 \equiv V_4$ e $V_2 \equiv V_3$; como o ciclo finito pode ser entendido como composto de ciclos infinitesimais, o mesmo vale para o ciclo total, finito.

Referências

Dias, Penha M. Cardoso (2007) "À procura do Trabalho Perdido", *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 29, 491-498.

Dias, Penha M. Cardoso (2001) "A (Im)pertinência da História da Física ao ensino de Física", *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **23**, 226-235.

Dias, Penha M. Cardoso; Pinheiro Pinto, Simone e Cassiano, Deisemar H. (1995) "The Conceptual Import of Carnot's Theorem to the Discovery of the Entropy, *Archive for History of Exact Sciences*, **49**, 135-161.

Thompson, William (1848) "A Escala Termométrica Absoluta Baseada na Teoria da Potência Motriz de Carnot e e Calculada a Partir das Observações de Regnault", *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 29 (2007), 487-490. Traduzido para o Português, de *Philosophical Magazine*, por Santos, Wilma M. Soares e Dias, Penha M. Cardoso.