



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Instituto de Física
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física
Mestrado Profissional em Ensino de Física

Proposta de Ensino da Segunda Lei da Mecânica

Roberta Trigueiro Campos
Penha Maria Cardozo Dias
Mariana Faria Brito Francisquini

Material instrucional associado à dissertação de mestrado de Roberta Trigueiro Campos, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Rio de Janeiro
Maio de 2023

Proposta de Ensino da Segunda Lei da Mecânica

Roberta Trigueiro Campos
Penha Maria Cardozo Dias
Mariana Faria Brito Francisquini

Capítulo 1

Fundamentos da proposta

Princípios mais gerais que justificam a Segunda Lei da Mecânica aparecem de modo natural na análise da colisão elástica feita por Johann Bernoulli.

Equilíbrio era entendido como uma sucessão de quebra e retorno ao equilíbrio, intermitentemente. Assim, no caso da alavanca, em cada instante, ela tende a girar de um ângulo, devido ao peso na extremidade de um braço, mas esse movimento é simultaneamente anulado pelo peso na outra extremidade, o qual tende a girar a alavanca de um mesmo ângulo, em sentido oposto. Da mesma forma, um livro sobre uma mesa move para baixo, porém esse movimento é anulado pela “força morta” da mesa sobre ele, que o empurra para cima. Movimento, por sua vez, era entendido como uma sucessão de estados instantâneos de equilíbrio.

O equilíbrio de dois corpos era descrito por dois princípios equivalentes — o Princípio da Alavanca e o Princípio das Velocidades Virtuais:

$$\text{princípio da alavanca:} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} \quad ; \quad (1.1)$$

$$\text{princípio das velocidades virtuais:} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{\Delta v_2}{\Delta v_1} \quad . \quad (1.2)$$

onde l_1 e l_2 são os braços da alavanca; F_1 e F_2 são pesos colocados nas extremidades dos braços; Δv_1 e Δv_2 são velocidades virtuais ou velocidades que seriam atingidas em um tempo $\Delta t \ll 1$, se a alavanca começasse a se mover. É fácil ver que os princípios são equivalentes. Usando a notação da

figura 1.1, suponha que a alavanca gire de um ângulo infinitesimal $\Delta\phi$. Os arcos movidos são $\Delta s_1 = l_1\Delta\phi$ e $\Delta s_2 = l_2\Delta\phi$. Segue-se:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} \equiv \frac{l_2 \times \Delta\phi}{l_1 \times \Delta\phi} = \frac{\Delta s_2}{\Delta s_1} \equiv \frac{\Delta v_2 \times \Delta t}{\Delta v_1 \times \Delta t} = \frac{\Delta v_2}{\Delta v_1}.$$

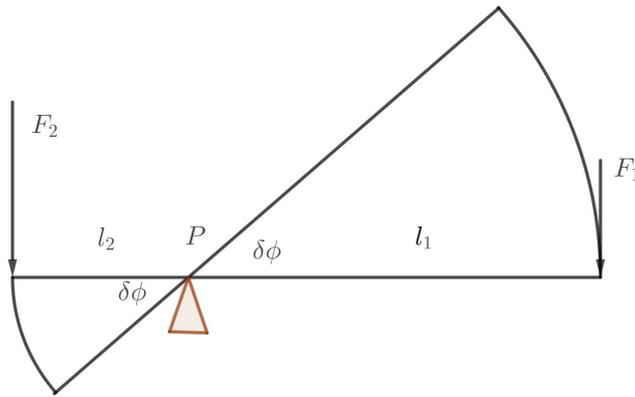


Figura 1.1: A alavanca. l_1 e l_2 são os braços, em cujas extremidades estão as massas m_1 e m_2 .

Bernoulli usa essas ideias para explicar uma colisão elástica. A colisão elástica de duas massas foi representada por Bernoulli pelo movimento das duas massas, quando acopladas por uma mola, figura 1.2.



Figura 1.2: A colisão elástica de duas massas é descrita pelo acoplamento das massas por uma mola.

As massas na figura movem-se sobre a linha horizontal, como se a mola fosse uma alavanca sempre em equilíbrio. Em um instante fixo, as massas e a mola podem ser consideradas em repouso; aplicando o princípio das

velocidades virtuais:

$$\frac{m_1 \Delta v_1}{m_2 \Delta v_2} = 1.$$

Bernoulli escreve isso em termos das acelerações:

$$\frac{m_1 \frac{\Delta v_1}{\Delta t}}{m_2 \frac{\Delta v_2}{\Delta t}} = 1.$$

Portanto a quantidade $m \frac{\Delta v}{\Delta t}$ tem valores iguais em ambos os corpos, quando em equilíbrio. Ela é a medida da “força morta” que mantém cada massa em repouso instantâneo:

$$\text{medida da força morta} = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta (mv)}{\Delta t}.$$

Nesse cálculo, a forma da Segunda Lei aparece naturalmente e inspira um material instrucional.

1.1 Estrutura do material instrucional

O material é dividido em três aulas. Na aula 1, é introduzido o Princípio da Alavanca, que descreve o equilíbrio de uma alavanca. Na aula 2, o equilíbrio da alavanca é descrito pelo Princípio das Velocidades Virtuais; o conceito de quantidade de movimento aparece naturalmente na aplicação desse Princípio. Na aula 3, é analisado o que acontece com a quantidade de movimento, quando repouso for quebrado. O conceito de força não é discutido na dissertação, de forma profunda, mas introduzido por meio de exemplos, apenas, para ilustrar a ideia de interação em uma variedade de situações. A alavanca introduz o conceito de massa associado ao peso dos objetos nas extremidades, mas a diferença entre os conceitos pode ser elaborada pelo professor, quando o conceito de força for exemplificado.¹

Cada aula contém, separadamente, a parte do estudante e a parte do professor.

¹A massa é um dado da metafísica leibniziana e não é discutido por Bernoulli no contexto específico desse problema.

1.2 Aula 1

Nesta aula, o estudante é apresentado à lei que descreve o equilíbrio de uma alavanca (Princípio da Alavanca). Com referência à Figura 1.1, essa lei é:²

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{l_2}{l_1}. \quad (1.3)$$

Atividade

O estudante responde a um questionário, fazendo simulações na plataforma interativa PhET:

https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/balancing-act

O estudante deve responder a oito questões:

- Da questão 1 à questão 4, o estudante faz simulações, colocando objetos diferentes ou iguais em posições diferentes ou iguais, de um lado e outro do fulcro de uma gangorra, verificando em quais condições a gangorra permanece parada na posição horizontal.
- Na questão 3, é observado que somente a massa não é fator decisivo para o equilíbrio da gangorra. Em seguida, na questão 4, é observado que somente a posição do objeto na gangorra não é fator decisivo para o equilíbrio da gangorra.
- A questão 5 enfatiza o significado de “equilíbrio da gangorra”. A ideia é associar equilíbrio ao fato da gangorra permanecer horizontal.
- Na questão 6, o estudante, deve preencher uma tabela com as informações das questões de 1 a 5, identificando para quais valores dos produtos m_1l_1 e m_2l_2 a gangorra está em equilíbrio.
- A questão 7 reforça a questão 6. O estudante escolhe “pacotes mistério” na plataforma, em que a massa não é fornecida.

²O sistema da alavanca introduz o conceito de massa associado ao peso dos objetos nas extremidades. Nesse momento pode haver uma confusão entre massa e peso, mas isso pode ser elaborado, quando o conceito de força for exemplificado, na Aula 3.

- Na primeira parte da questão, cada pacote é colocado em uma mesma posição em lados opostos do fulcro da gangorra. O estudante deve concluir qual pacote possui maior massa.
 - Na outra parte da questão, mudando a posição dos mesmos pacotes em cima da gangorra, o estudante investiga a posição de cada um deles sobre a gangorra para que ela fique em equilíbrio. O estudante desenha essa situação, anota as posições e responde à seguinte questão: Quantas vezes a massa de um pacote é maior que a do outro?
- Na questão 8, o estudante deve ser capaz de fornecer a relação entre as posições e as massas nas situações de equilíbrio,

1.3 Aula 2

Nesta aula, o estudante é apresentado a outra forma de descrever o equilíbrio da alavanca, o Princípio das Velocidades Virtuais. Com referência à Figura 1.1, o Princípio é:

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{\Delta v_2}{\Delta v_1}. \quad (1.4)$$

Δv_1 e Δv_2 referem-se às velocidades que seriam adquiridas, caso a alavanca começasse a se mover; v_1 e v_2 são chamadas “velocidades virtuais”, pois se referem a uma situação hipotética. O Princípio refere-se a movimentos infinitesimais, portanto as atividades propostas devem concretizar as seguintes ideias:

- O estudante deve ser levado ao entendimento do que seja “ângulo pequeno”. O ângulo vai ser definido como “pequeno”, quando o arco descrito pela extremidade do braço da alavanca coincide com uma reta.
- Δv_1 e Δv_2 referem-se às velocidades que seriam adquiridas — caso a alavanca começasse a se mover — ao fim de um tempo τ , durante o qual o arco de círculo descrito pela extremidade do braço da alavanca

confunde-se com uma linha reta.³

- O Princípio é obtido por uma demonstração geométrica trivial, a qual se segue da figura formada pela alavanca, quando se move em ângulos pequenos (Figura 1.1).
- A variação da quantidade de movimento ou do momentum linear aparece naturalmente, como a aquilo que seria “criado” ($m\Delta v$), caso a alavanca se movesse em um ângulo pequeno.

Atividades

O estudante responde a quatro questões:

- Na questão 1, é solicitado ao estudante que desenhe a posição dos braços de uma gangorra, em três momentos diferentes do seu movimento, a partir da posição de equilíbrio. Depois disso, o aluno deve ser capaz de nomear a curva desenhada pelos braços, se uma circunferência, uma parábola, uma reta ou outra.
- Na questão 2, é solicitado ao aluno que faça vários desenhos dos braços das gangorras para ângulos cada vez menores. A partir de uma foto ampliada dos desenhos, o aluno deve identificar entre algumas opções a curva que é mais próxima de seu desenho.
- Utilizando a Figura 1.3 o professor auxilia o aluno a escrever a proporcionalidade existente na semelhança dos triângulos:

$$\frac{PB}{PB'} = \frac{PA}{PA'} = \frac{AB}{AB'} \quad (1.5)$$

Como os segmentos AB e $A'B'$ são retilíneos, podem ser percorridos com velocidade uniforme, no tempo τ : $AB = (\Delta v_1)\tau$ e $A'B' = (\Delta v_2)\tau$.

O resultado

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}$$

³A velocidade média é, também, a velocidade final ao término de τ , adquirida a partir do repouso ($\Delta v = v - 0$), pois uma reta suporta uma velocidade única (Lei da Inércia).

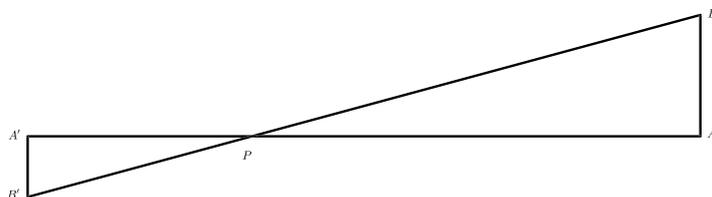


Figura 1.3: O movimento de uma gangorra por um ângulo infinitesimal descreve dois triângulos semelhantes.

é o Princípio das Velocidades Virtuais.

- Na questão 3, é requerido que o aluno escreva uma relação matemática que una o Princípio da Alavanca ($\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}$), visto na primeira aula, e o Princípio das Velocidades Virtuais ($\frac{l_1}{l_2} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}$). O estudante deve escrever:

$$\frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

- Na questão 4, é proposta uma situação, na qual duas crianças estão em uma gangorra em equilíbrio. São dadas três opções, $m_1 \Delta v_1 = m_2 \Delta v_2$, $m_1 \Delta v_1 > m_2 \Delta v_2$ e $m_1 \Delta v_1 < m_2 \Delta v_2$. O aluno deve indicar qual delas descreve o equilíbrio da gangorra.

Definição: Quantidade de movimento ou momento linear

A quantidade $\Delta p = \Delta(mv)$ é chamada *quantidade de movimento* ou *momento linear*.

1.4 Aula 3

Nesta aula, é investigado o que acontece, quando um corpo varia sua velocidade. No caso do movimento de duas massas acopladas por uma mola, a análise de Bernoulli (Capítulo ??) implica:

- O movimento é pensado como uma sucessão de estados de repouso.

- Quando em repouso, as quantidades de movimento das massas são iguais (Aula 2).
- Quando o equilíbrio é quebrado, as quantidades de movimento de cada massa continuam iguais entre si (pois instantaneamente estão em repouso), porém com valores diferentes dos que têm em instantes diferentes.
- Portanto, considerando cada massa separadamente seu movimento é descrito pela a variação da quantidade de movimento ou momento linear, no tempo.

1.4.1 Descrição do movimento segundo Bernoulli

Uma animação da colisão proposta por Bernoulli encontra-se em:

<https://makeagif.com/i/50VYxc>

ou em

https://www.youtube.com/watch?v=9XmnB_y_gi4

O experimento é encontrado em

<https://www.youtube.com/watch?v=CjJVBvDNxcEt=0s>

filmado de longe entre os instantes 34 segundos e 50 segundos e filmado de perto entre os instantes 1 minuto e 32 segundos e 1 minuto e 50 segundos. Como mostram a animação e o filme, as massas se movem ao longo da linha horizontal, que está ao longo da mola.

A Figura 1.4 apresenta quatro “fotos” do movimento, tomadas em instantes diferentes. Em cada “foto” o movimento está congelado, de modo que a “alavanca” formada pela linha horizontal (ou pela mola e as massas) está em repouso.

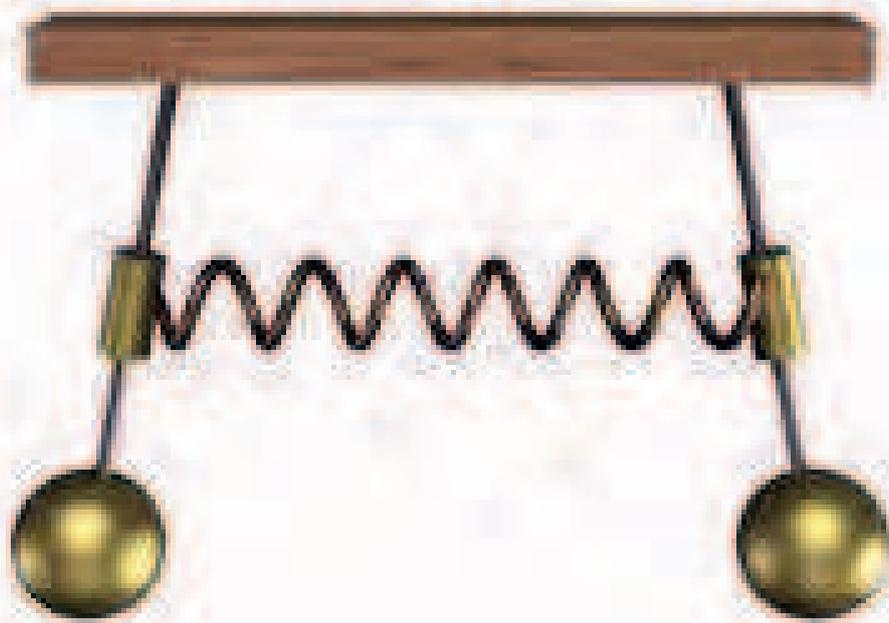
Segundo Bernoulli, movimento consiste em uma sucessão de estados de

congelamento, seguidos por seu descongelamento, de modo que:

Instante	Quantidade de movimento adquirida (no instante), se as massas começam a mover naquele instante
$t = t_0$	$[\Delta(m_1v_1)]_{t_0} = [\Delta(m_2v_2)]_{t_0}$ ou $\Delta p_1(t_0) = \Delta p_2(t_0)$
$t = t_1$	$[\Delta(m_1v_1)]_{t_1} = [\Delta(m_2v_2)]_{t_1}$ ou $\Delta p_1(t_1) = \Delta p_2(t_1)$
$t = t_2$	$[\Delta(m_1v_1)]_{t_2} = [\Delta(m_2v_2)]_{t_2}$ ou $\Delta p_1(t_2) = \Delta p_2(t_2)$
...	...
$t = t_n$	$[\Delta(m_1v_1)]_{t_n} = [\Delta(m_2v_2)]_{t_n}$ ou $\Delta p_1(t_n) = \Delta p_2(t_n)$
...	...
$t = T$	$[\Delta(m_1v_1)]_{t_T} = [\Delta(m_2v_2)]_{t_T}$ ou $\Delta p_1(t_T) = \Delta p_2(t_T)$

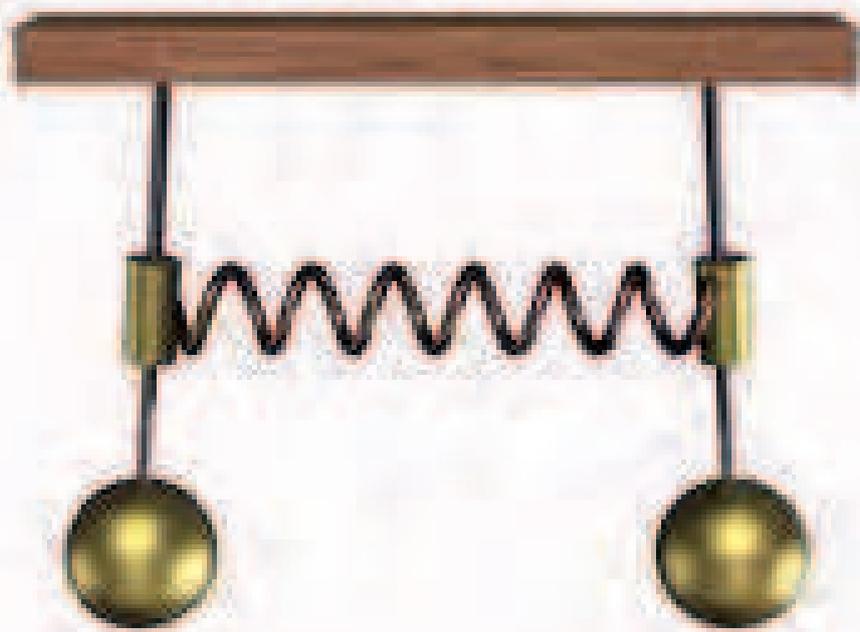
Essa concepção de movimento é ilustrada pela animação:

PHYSICS-ANIMATIONS.COM



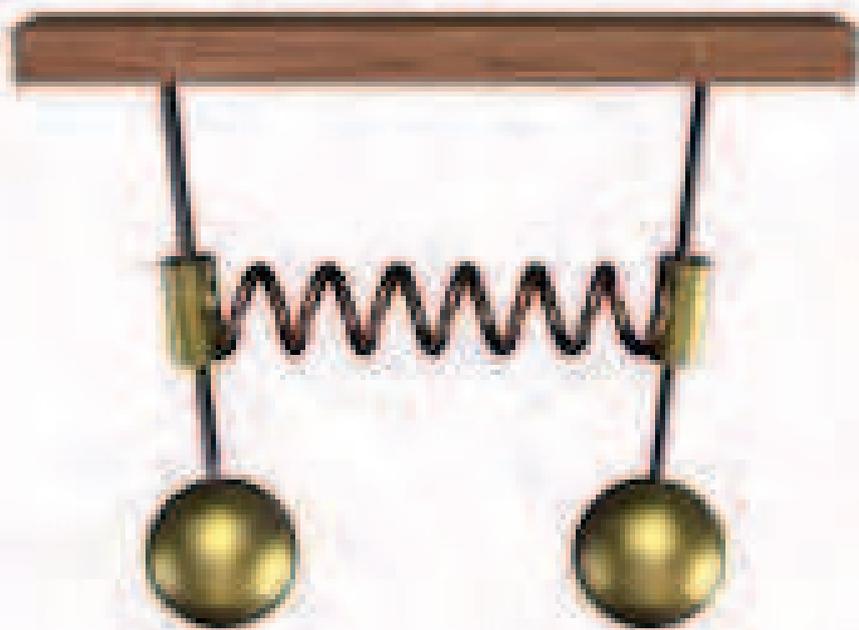
MakeAGIF.com

PHYSICS-ANIMATIONS.COM



MakeAGIF.com

PHYSICS-ANIMATIONS.COM



MakeAGIF.com

PHYSICS-ANIMATIONS.COM



MakeAGIF.com

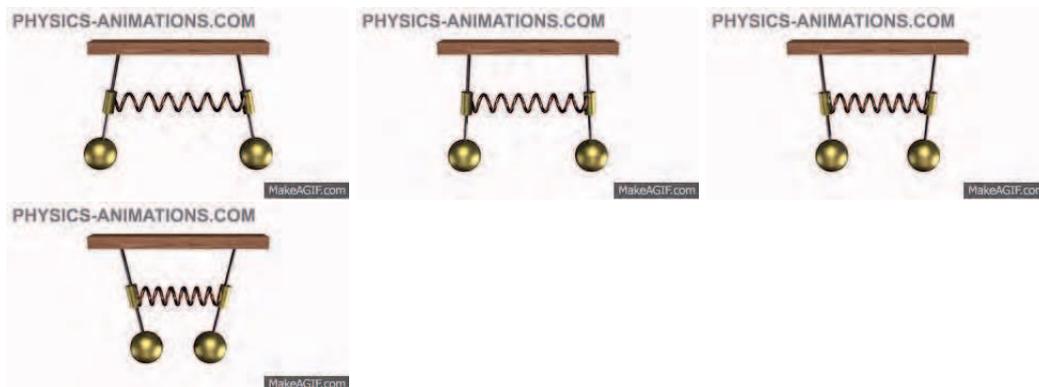


Figura 1.4: A partir do alto à esquerda, o movimento foi congelado nos instantes $t = 0$ (relaxamento máximo), $\dots, t_i, \dots, t_j, \dots, T$ (compressão máxima).

Atividades

O estudante responde a nove questões.

- Na questão 1 o estudante deve assinalar para cada uma das fotos (os instantes congelados) se $m_1\Delta v_1 = m_2\Delta v_2$ ou se $m_1\Delta v_1 \neq m_2\Delta v_2$.
- Na questão 2, o estudante deve assinalar se a quantidade mv varia ou não no tempo no movimento retilíneo uniforme.
- Na questão 3, o estudante deve assinalar se a quantidade mv varia ou não no tempo, no movimento retilíneo não uniforme.
- Nas questões 4, 5, 6, 7 e 8, são dados exemplos de vários sistemas físicos para que, a partir da resposta dos alunos, o professor possa ilustrar vários tipos de interação e força.
- Na questão 9, é perguntado se o aluno acha que existe alguma grandeza física responsável pela variação da quantidade de movimento de um corpo. Espera-se que o aluno faça uma associação entre a pergunta 3 e as situações descritas nas perguntas 4, 5, 6, 7 e 8, para que seja possível introduzir um conceito geral de força.

É bom enfatizar que há duas grandezas distintas, força e quantidade de movimento ou momento linear. A causa da variação da quantidade de movimento é resultado da atuação de uma força.

Capítulo 2

Aulas

2.1 Parte do professor



Nome da escola _____

Aluno: _____ Turma: _____

Professor: _____

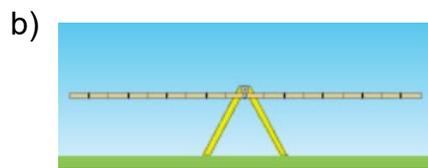
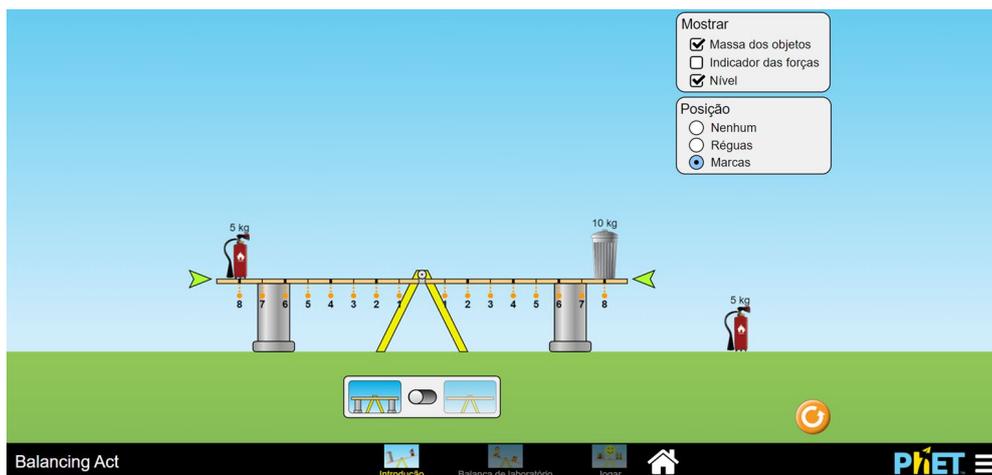
Aula 1: Leis de equilíbrio

O material instrucional do aluno é composto por oito questões. No material do professor será apresentada a resposta de cada questão e qual o objetivo a ser atingido em cada uma das questões.

Questão 1

Assinale a opção que representa como ficará a gangorra após removermos os suportes, se:

- colocarmos um extintor na posição 8 do lado esquerdo e colocarmos a lata de lixo na posição 8 do lado direito (figura abaixo)



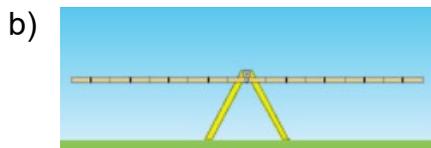
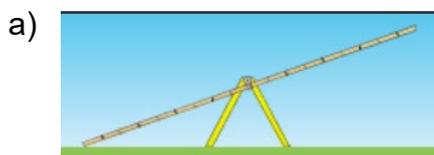
Resposta e objetivo da questão.

Letra C. A questão tem o propósito de avaliar se o aluno compreende que dois objetos de massas diferentes colocados sobre a gangorra, de lados opostos do fulcro e a distâncias iguais dele fazem a gangorra inclinar para o lado do objeto de maior massa.

Questão 2

Assinale a opção que representa como ficará a gangorra após removermos os suportes, se:

- colocarmos um extintor na posição 8 e o outro extintor na posição 8 em lados opostos (figura abaixo)



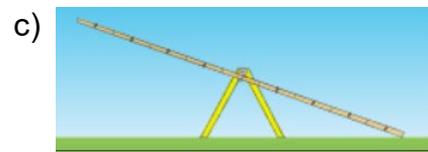
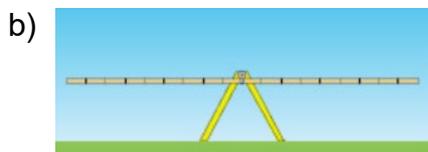
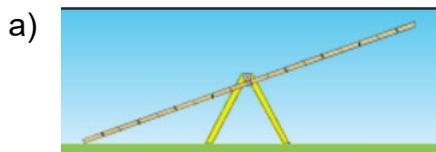
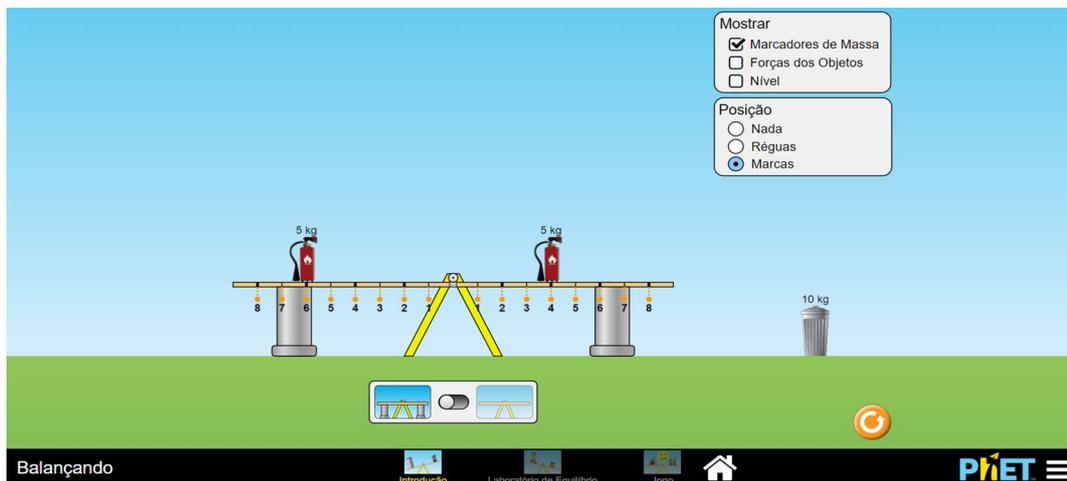
Resposta e objetivo da questão.

Letra B. A questão tem o propósito de avaliar se o aluno compreende que dois objetos de massas iguais colocados sobre a gangorra, de lados opostos do fulcro e a distâncias iguais dele fazem a gangorra inclinar para o lado do objeto de maior massa, equilibra a gangorra.

Questão 3

Assinale a opção que representa como ficará a gangorra após removermos os suportes, se:

- Colocarmos um extintor na posição 6 do lado esquerdo e o outro extintor na posição 4 do lado direito (figura abaixo)



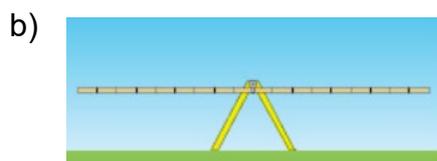
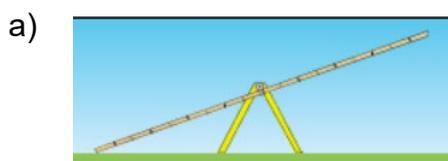
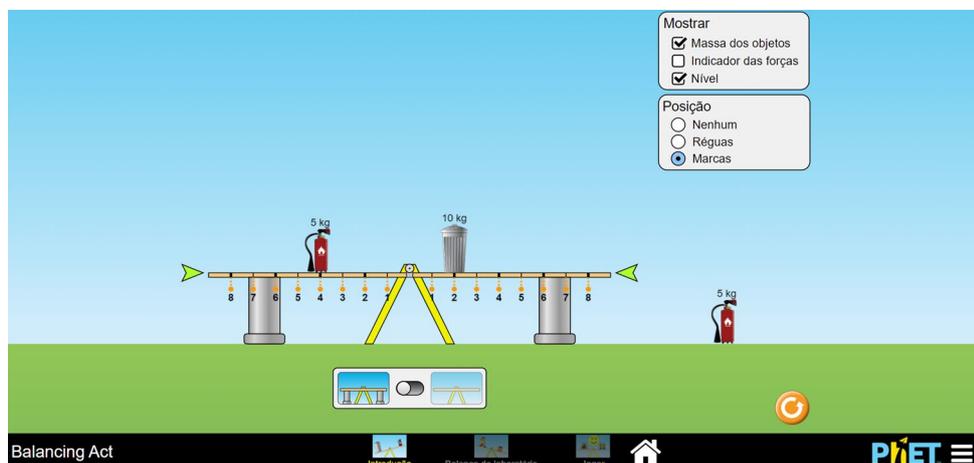
Resposta e objetivo da questão.

Letra A. A questão tem o propósito de avaliar se o aluno compreende que quando os objetos possuem massas iguais, mas estão colocados a distâncias diferentes do fulcro, a balança inclina para o lado da massa mais distante do fulcro.

Questão 4

Assinale a opção que representa como ficará a gangorra após removermos os suportes, se:

- posicionarmos um extintor na posição 4 do lado esquerdo e a lata de lixo na posição 2 do lado direito



Resposta e objetivo da questão.

Letra B. A questão tem o propósito de avaliar se o aluno compreende que quando dois objetos que possuem massas diferentes são colocados a distâncias diferentes do fulcro, a balança fica em equilíbrio se os produtos das massas pelas respectivas distâncias forem iguais.

Acesse o link trazido neste roteiro e verifique cada uma das respostas dadas às questões 1, 2, 3 e 4. Assinale nas opções abaixo as questões que você acertou.

- QUESTÃO 1. ()
QUESTÃO 2. ()
QUESTÃO 3. ()
QUESTÃO 4. ()
NENHUMA ()

O propósito desta verificação é avaliar quais questões tiveram um maior índice de erros e acertos.

Parte II do questionário

Questão 5

O que significa dizer que “os braços da gangorra estão no mesmo nível”?

Resposta e objetivo da questão.

Espera-se que o aluno instintivamente responda que a balança está em equilíbrio.

Questão 6

Na situação do exercício 3, nós observamos que somente a massa não é fator decisivo para o equilíbrio da balança. Em seguida, no exercício 4, observamos que somente a posição não é fator decisivo para o equilíbrio da balança.

Preencha a tabela abaixo com os dados das quatro primeiras situações. Com os dados preenchidos na tabela, identifique a condição necessária para que a balança fique em equilíbrio.

Questão	Objeto da esquerda da balança			Objeto da direita da balança			A balança está em equilíbrio? (marque a opção)	
	Massa 1	Posição 1	Produto 1 (massa x posição)	Massa 2	Posição 2	Produto 2 (massa x posição)		
1							Sim	Não
2							Sim	Não
3							Sim	Não
4							Sim	Não

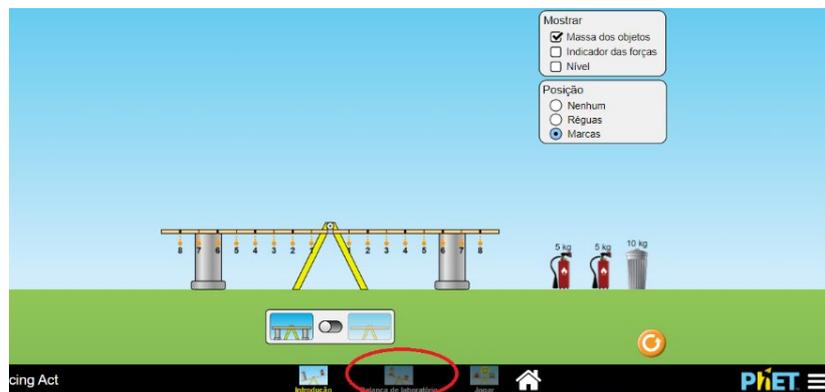
Qual a condição necessária para que a balança fique em equilíbrio?

Resposta e objetivo da questão.

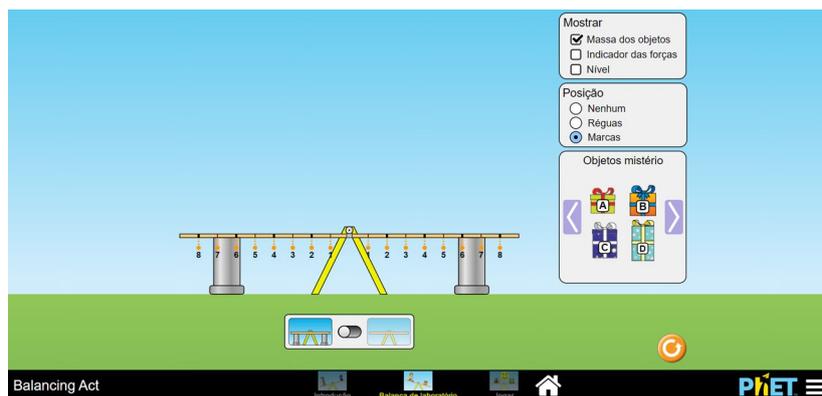
A condição necessária para que a balança fique em equilíbrio é que o produto das massas pelas posições sejam iguais. O propósito da questão é avaliar se o aluno ao preencher a tabela consegue identificar a igualdade entre os produtos nas situações em que a gangorra está em equilíbrio.

Questão 7

Agora selecione a opção “balança de laboratório” (círculo vermelho na figura abaixo).



Observe que um novo menu se abrirá abaixo dos menus à direita da tela. Neste terceiro menu clique na seta roxa lateral até aparecerem os “objetos mistério”.



Escolha dois pacotes “mistério” e coloque cada um deles em uma mesma posição em lados opostos. Remova as colunas de concreto e conclua qual pacote tem a maior massa. Por que você acha isso?

Resposta e objetivo da questão.

O propósito da questão é que mesmo sem saber os valores das massas o aluno compreenda que a gangorra irá tombar para o lado do objeto mais massivo pois ambos estão a distâncias iguais do fulcro.

Questão 7 – continuação

Mudando a posição dos pacotes em cima da balança, encontre a posição de cada um deles para que a balança fique em equilíbrio e desenhe esta situação utilizando o local abaixo. Não esqueça de anotar o valor das posições dos pacotes no seu desenho.



Quantas vezes a massa de um pacote é maior que a do outro?

Resposta e objetivo da questão.

O aluno terá que observar os valores numéricos das posições dos objetos na questão anterior e estabelecer uma proporção entre eles como na tabela da questão 5.

Questão 8

Descreva, com suas palavras, a relação entre a posição, a massa dos objetos e o equilíbrio da gangorra

Resposta e objetivo da questão.

Espera-se que os alunos descrevam com suas próprias palavras que $m_1 l_1 = m_2 l_2$.



Nome da escola _____

Aluno: _____ Turma: _____

Professor: _____

Aula 2: O movimento da gangorra para ângulos muito pequenos

Roteiro instrucional

A turma deverá ser separada em grupos de até 3 (três) alunos. Cada grupo receberá uma folha de papel milimetrado, régua e compasso e é necessário que pelo menos um dos integrantes do grupo tenha um celular que tire foto para ser usado na atividade. Na folha de papel milimetrado há o desenho esquemático de uma gangorra em equilíbrio, na qual o triângulo representa o fulcro/ponto fixo da gangorra e a linha reta, seus braços. Antes de responder às perguntas abaixo, **desenhe a posição dos braços da gangorra em três momentos diferentes do seu movimento.**

Questão 1

Qual curva melhor descreve o movimento das extremidades dos braços? Marque a opção abaixo:

- a) Circunferência b) Parábola c) Reta d) Outra

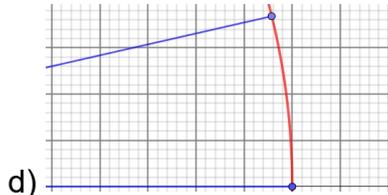
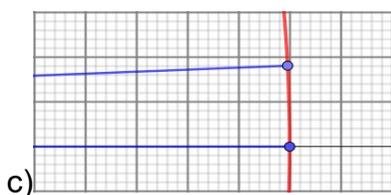
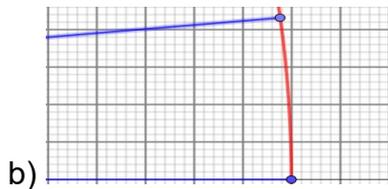
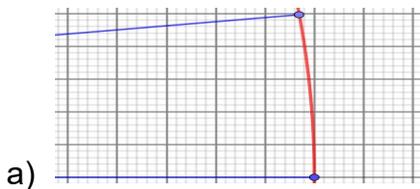
Resposta e objetivo da questão:

Letra A. A questão tem como objetivo avaliar se o aluno compreende que as extremidades dos braços descrevem arcos de circunferências com centros no fulcro.

Questão 2

Desenhe agora a posição da gangorra, no papel milimetrado, para ângulos cada vez menores.

Utilizando a figura que você traçou acima, tire uma foto da extremidade do braço e amplie. Marque a opção que mais se parece com o seu desenho.



Para observar:

Existe um valor do ângulo para o qual não é possível distinguir o círculo de uma reta. Observe na Figura 1 abaixo:

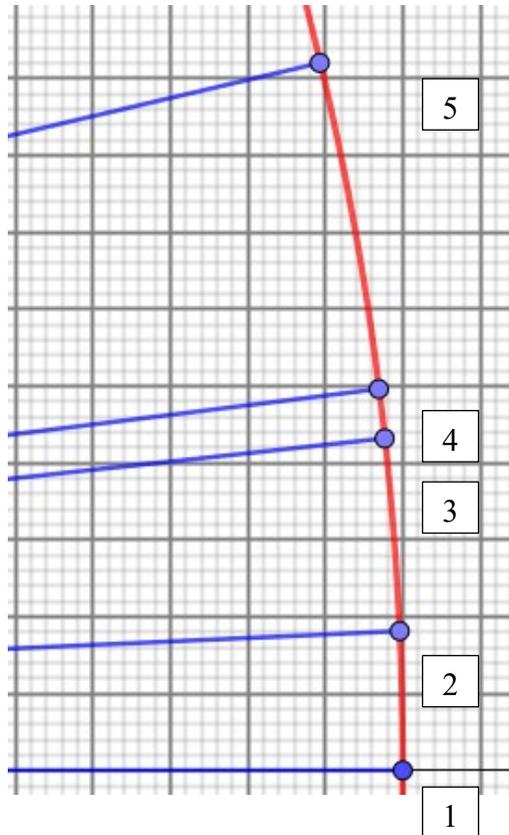


Figura 1 - Círculo revelando pequenos segmentos de reta quando consideramos ângulos muito pequenos

Repare na figura acima que entre as posições 1 e 5 da extremidade da gangorra (linha vermelha) o segmento circular fica muito evidente. Esta característica vai ficando menos evidente à medida que giramos a gangorra de **ângulos pequenos**: repare a linha vermelha entre as posições 1 e 2 ou entre as posições 3 e 4, em que os braços da gangorra (linha azul) parecem estar paralelos.

Esta característica se manifesta de outras formas em aplicativos muito utilizados por você. Repare que no aplicativo *Paint*, ao ampliarmos um círculo, revelam-se diversos segmentos de reta.



Figura 2 - Segmentos de reta revelados na composição de um círculo quando utilizados **ângulos pequenos**.

Continuação:

Para ângulos muito pequenos – aqueles ângulos em que não conseguimos distinguir um arco de uma reta – o movimento da gangorra descreve a Figura 3 abaixo:

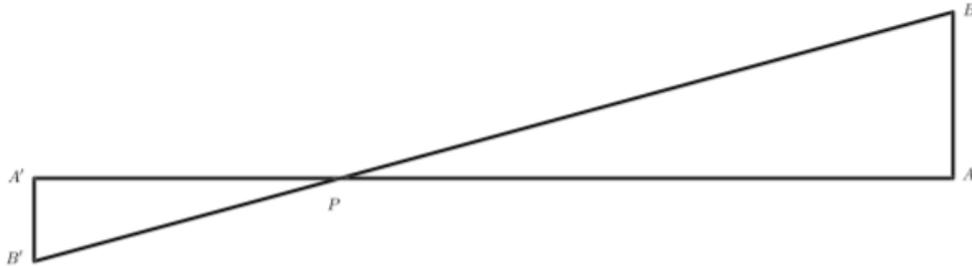


Figura 3 - *Frame* de um instante de tempo do movimento da gangorra quando o ângulo é muito pequeno.

Na figura acima é possível identificar dois triângulos semelhantes:

$$\Delta PAB \sim \Delta PA'B'$$

então

$$\frac{PA}{PA'} = \frac{AB}{A'B'}$$

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{AB}{A'B'}$$

Quando a alavanca se move, a ponta A do braço da alavanca adquire, durante o tempo em que a ponta percorre \overline{AB} , a velocidade v_B , de modo que sua velocidade variou de $\Delta v_{AB} = v_B - 0$. Por ser um segmento retilíneo, \overline{AB} pode ser percorrido com uma velocidade única (Lei da Inércia).

Então, o segmento AB pode ser percorrido com Δv_{AB} , em um certo tempo τ , o qual é muito pequeno, pois o arco ainda coincide com \overline{AB} . Como $v = \Delta S / \Delta t$, podemos escrever $AB = \Delta v_{AB} \cdot \tau$. O mesmo acontece com o outro braço da balança. Logo:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{\Delta v_{AB} \times \tau}{\Delta v_{A'B'} \times \tau} = \frac{\Delta v_{AB}}{\Delta v_{A'B'}}$$

Trocando a notação AB pelo índice 1 e $A'B'$ pelo índice 2, temos:

$$\boxed{\frac{l_1}{l_2} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}}$$

As duas leis do equilíbrio

Questão 3

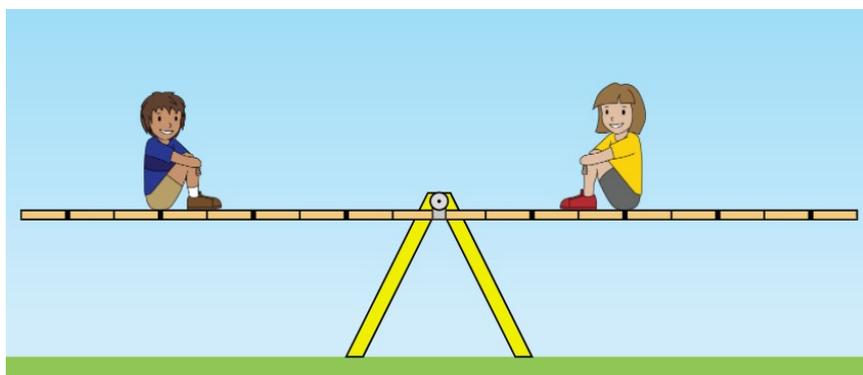
Escreva uma relação matemática que una o princípio da alavanca ($\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}$), visto na primeira aula, e a relação que você acabou de aprender ($\frac{l_1}{l_2} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}$).

Resposta e objetivo da questão:

Espera-se que o aluno obtenha a relação $\frac{m_2}{m_1} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}$.

Questão 4

Pedrinho, de massa m_1 , e Maria, de massa m_2 , impedem o movimento um do outro, enquanto a gangorra está parada (ou seja, em equilíbrio). Marque abaixo qual opção expressa o fato de a gangorra estar em equilíbrio:



a) $m_1 \Delta v_1 = m_2 \Delta v_2$

b) $m_1 \Delta v_1 > m_2 \Delta v_2$

c) $m_1 \Delta v_1 < m_2 \Delta v_2$

Resposta e objetivo da questão:

Letra A. Espera-se que o aluno entenda que, em equilíbrio, $m_1 \Delta v_1 = m_2 \Delta v_2$.

Para entender:

O produto da massa pela velocidade (mv) recebe o nome de momento linear ou quantidade de movimento.



Nome da escola _____

Aluno: _____ Turma: _____

Professor: _____

Aula 3: Rompendo com a lei da Inércia (acelerando massas)

Roteiro instrucional

O movimento de duas massas presas a uma mola imita uma colisão entre elas, em que as massas, ora se aproximam, ora se afastam e assim sucessivamente. Veja a Figura 4 abaixo:



Figura 1 - Momento da oscilação de duas massas acopladas por uma mola

Esse movimento é ilustrado na animação no link:

<https://makeagif.com/i/5OVYxc>

ou em:

https://www.youtube.com/watch?v=9XmnB_y_gi4

A configuração das massas na animação e na Figura 4 diferem apenas pelo fato de que na animação as massas não estarem apoiadas no chão. As massas comportam-se da mesma maneira nas duas configurações.

Esta animação é materializada em um experimento que pode ser acessado no link:

<https://www.youtube.com/watch?v=CjJVBvDNxcEt=0s>

O vídeo mostra, inicialmente, três experimentos filmados de longe. No primeiro deles, o professor empurra as duas massas acopladas pela mola para o mesmo lado; no segundo, afasta as duas massas acopladas pela mola e as solta ao mesmo tempo; no terceiro, segura uma das massas, afasta a outra e, depois, as solta para observar o movimento de ambas as massas conectadas pela mola.

Em seguida, apresenta os mesmos experimentos filmados de perto. Além disso, apresenta um último experimento ao final.

Os momentos de maior interesse ao nosso estudo são:

- (1) Demonstração filmada de longe do instante 0:34 até o instante 0:50;
- (2) Demonstração filmada de perto do instante 1:32 até o instante 1:50.

Veja como a Figura 5 comporta diferentes momentos do movimento das massas. As massas estão pausadas (equilíbrio) em cada um desses instantes.

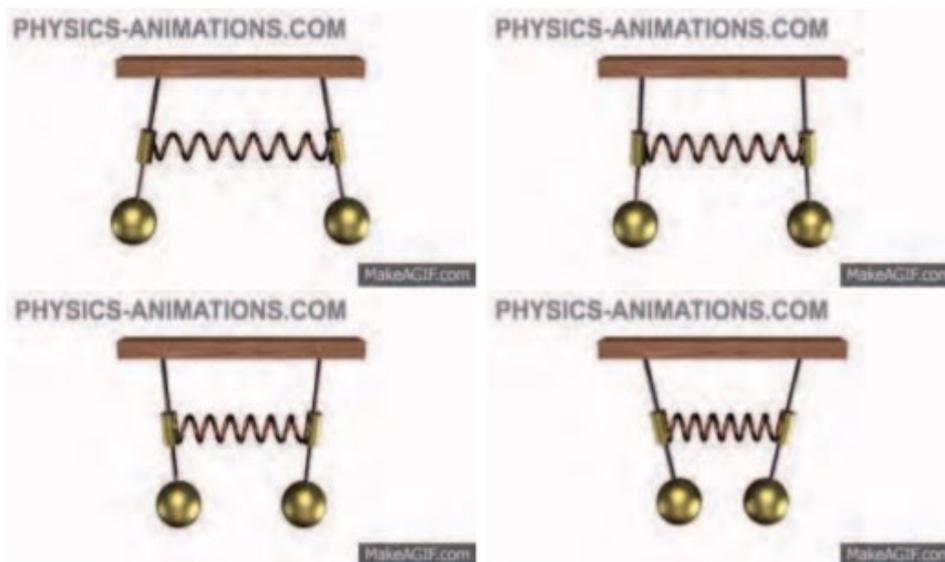


Figura 2 - Momentos diferentes da oscilação de massas acopladas por uma mola

A professora apresentará estas imagens em forma de slide.
Note que em cada slide é como se o movimento estivesse pausado.

Analogia com uma gangorra:

Note que na sucessão de slides mostrada pela professora a mola e as massas se movem horizontalmente. Em cada instante pausado a mola se comporta como uma gangorra em equilíbrio com massas em suas extremidades.

Questão 1

O que você diria sobre a relação das quantidades de movimento das massas em cada uma das fotos (os instantes congelados) mostradas? Marque a opção abaixo:

a) $m_1\Delta v_1 = m_2\Delta v_2$

b) $m_1\Delta v_1 \neq m_2\Delta v_2$

Resposta e objetivo da questão:

Letra A. Espera-se que o aluno compreenda que em cada instante pausado a gangorra formada pela mola está em repouso com as massas colocadas em suas extremidades.

Lembrando o que você respondeu na questão 1, responda às duas questões a seguir, nas quais v é a velocidade; a é a aceleração; t é o instante de tempo e s é a distância.

Questão 2

Qual das seguintes relações expressa o fato de uma massa estar em movimento retilíneo uniforme ou em repouso?

- a) mv tem o mesmo valor em qualquer instante.
- b) mv tem valores diferentes em instantes diferentes.

Resposta e objetivo da questão:

Letra A. Começar a introdução da ideia que a força, nas questões seguintes, causa variação de mv no tempo, o que corresponde a uma quebra de equilíbrio.

Questão 3

Qual das seguintes relações abaixo expressa o fato de uma massa estar em movimento retilíneo **NÃO** uniforme?

- a) $\frac{\Delta mv}{\Delta t} \neq 0$
- b) $\frac{\Delta mv}{\Delta t} = 0$

Nas questões 4, 5, 6, 7 e 8 são dados exemplos de vários sistemas físicos para que a partir da resposta dos alunos o professor possa introduzir o conceito de força.

Questão 4

No caso da gangorra estudada na primeira aula, o que você acha que causou o movimento da gangorra gerando uma quantidade de movimento?

Resposta e objetivo da questão:

Espera-se que o aluno responda que é o peso.

Você vai receber os seguintes materiais para responder as questões que seguem: mola, ímã, clips e dinamômetro.

Questão 5

Vamos analisar o caso da mola. Pegue a mola e a comprima ou a espiche. O que você fez sobre a mola para espichar ou comprimir?

Resposta e objetivo da questão:

Espera-se que o aluno responda que é a “força”, embora, talvez esta palavra seja pra ele um sinônimo de esforço muscular.

Questão 6

Se você quiser manter a mola com certo comprimento, quando você a está comprimindo ou espichando, você sente algo na sua mão?

Resposta e objetivo da questão:

Espera-se que o aluno ainda responda que é a “força”, no mesmo sentido acima.

Questão 7

Vamos pegar um ímã e aproximá-lo de alguns clips de papel. O que vai ocorrer?

Resposta e objetivo da questão:

Espera-se que o aluno responda que é uma “força”, porém a questão introduz a ideia que nem toda força é de contato e que há forças de naturezas diferentes.

Questão 8

Vamos pegar uma mola de balança vertical com o peso na ponta. O que vai ocorrer com o ponteiro?

Resposta e objetivo da questão:

Espera-se que o aluno responda que é o peso. Deve-se ressaltar para o aluno que é a ação entre a massa e a mola que causa a distensão na mola.

Questão 9

Após esses experimentos você acha que existe alguma grandeza física responsável pela variação da quantidade de movimento de um corpo?

Resposta e objetivo da questão:

Espera-se que o aluno conecte a pergunta 3 com as situações descritas nas perguntas 4, 5, 6, 7 e 8.

O professor deve introduzir o conceito de força. Deve enfatizar que a força é externa ao corpo e que possui várias origens depende do sistema físico em consideração. Focar nos exemplos das questões 4, 5, 6, 7 e 8.

2.2 Parte do aluno



Nome da escola _____

Aluno: _____ Turma: _____

Professor: _____

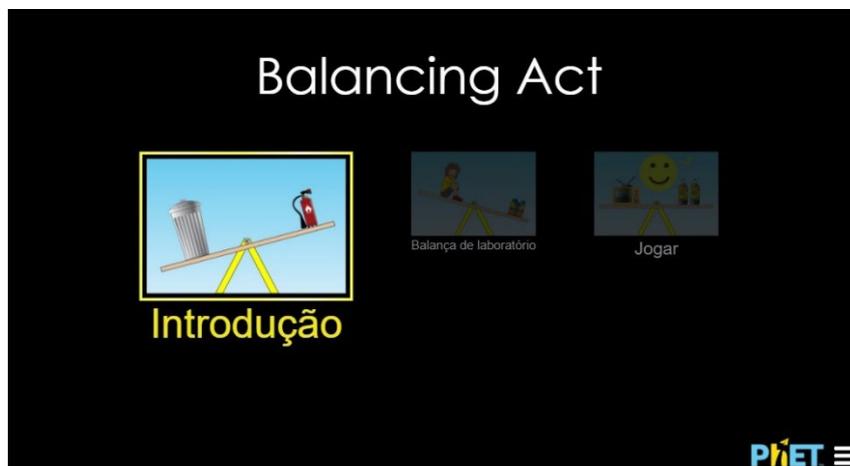
Aula 1: O equilíbrio de uma gangorra

Roteiro instrucional

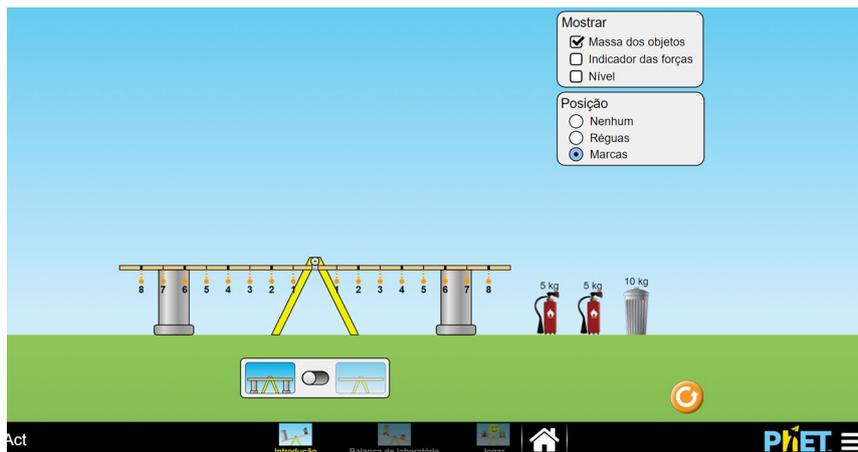
No computador, entre no link abaixo:

https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/balancing-act

Ao clicar, você será direcionado para o seguinte ambiente virtual:



Iniciaremos clicando na opção “Introdução”, a qual nos guiará ao seguinte ambiente virtual:



Fique atento à explicação da professora sobre o funcionamento do ambiente virtual e qualquer dúvida sobre como acessá-lo em casa, faça perguntas.

No ambiente encontramos três objetos (dois extintores de incêndio e uma lixeira) que podem ser dispostos de qualquer maneira na balança. A balança consiste em um ponto de apoio (cavelete

amarelo) e uma tábua com suas extremidades inicialmente em repouso em cima de duas colunas de concreto. As colunas de concreto servem para que os objetos sejam dispostos à vontade na balança sem que ela tombe para qualquer lado antes de desejarmos saber o que irá acontecer.

Menus à direita: você pode escolher mostrar na tela a massa do objeto, a força que atua em cada objeto e o nível da balança. Para isto, basta clicar nos marcadores que deseja mostrar.

Além disso, onde aparece o menu “posição” você pode escolher mostrar marcações simétricas na balança ou colocar uma régua para delimitar as posições na balança de maneira mais eficiente. Recomendamos selecionar “massa dos objetos” no menu de cima e “marcas” no menu de baixo.

Como proceder no ambiente virtual: para mover os objetos é necessário clicar em cima deles e arrastá-los até o ponto onde deseja fixá-los. Para verificar o que acontece com a gangorra é necessário clicar no botão posicionado entre a imagem de duas gangorras - uma com colunas de apoio e a outra sem.

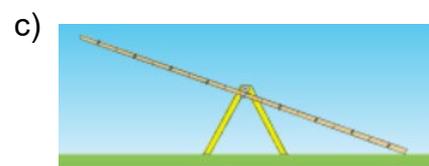
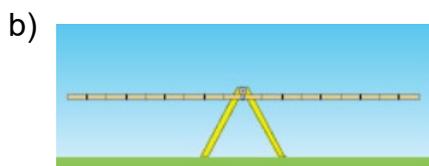
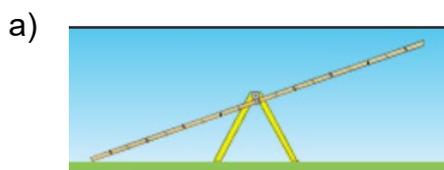
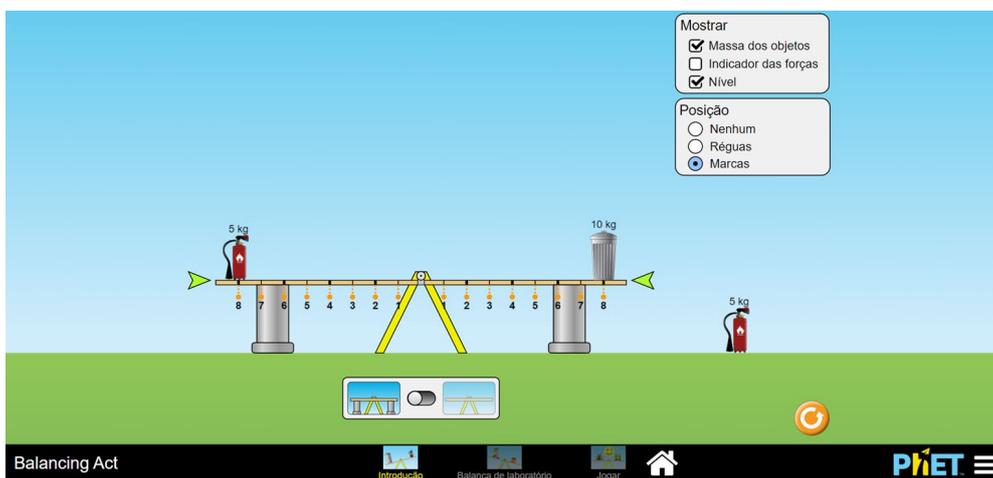
Recomeçar: para realizar uma nova experimentação basta acionar o botão de cor laranja.

Após familiarizar-se com o ambiente virtual, você irá responder um questionário. Este questionário é composto de 8 (oito) questões simples sobre as situações exploradas no PhET. Esperamos que você **não use** o computador na hora de fornecer sua resposta às 4(quatro) primeiras questões e explique seu raciocínio sempre que solicitado.

Questão 1

Assinale a opção que representa como ficará a gangorra após removermos os suportes, se:

- colocarmos um extintor na posição 8 do lado esquerdo e colocarmos a lata de lixo na posição 8 do lado direito (figura abaixo)

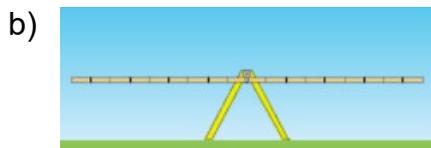
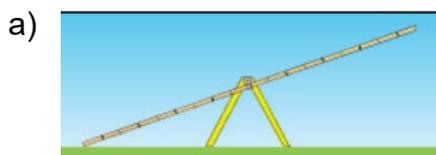
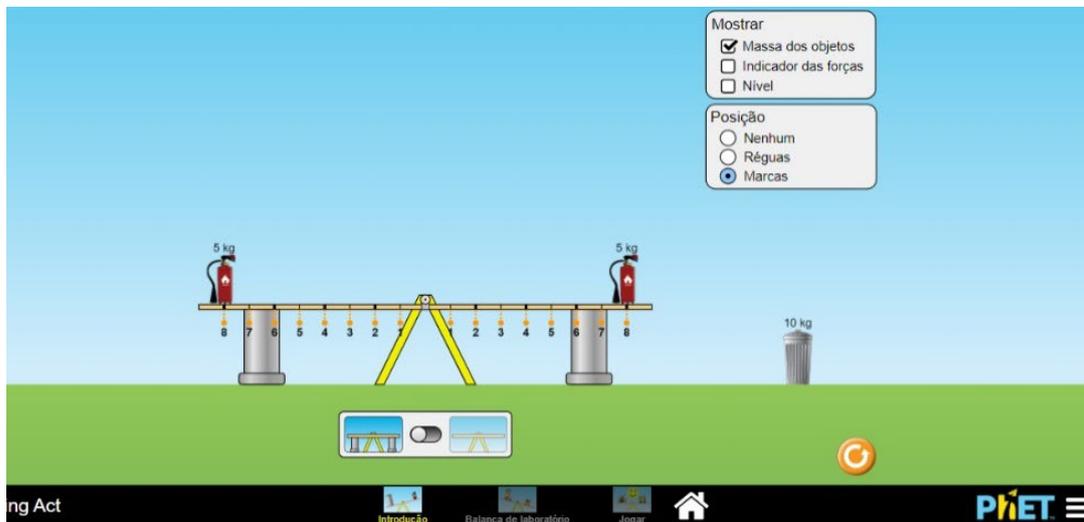


Explique seu raciocínio.

Questão 2

Assinale a opção que representa como ficará a gangorra após removermos os suportes, se:

- colocarmos um extintor na posição 8 e o outro extintor na posição 8 em lados opostos (figura abaixo)

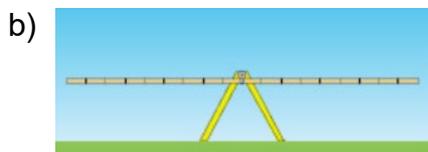
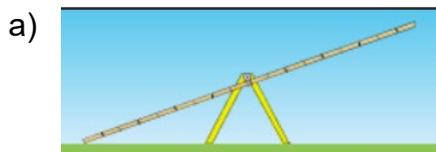
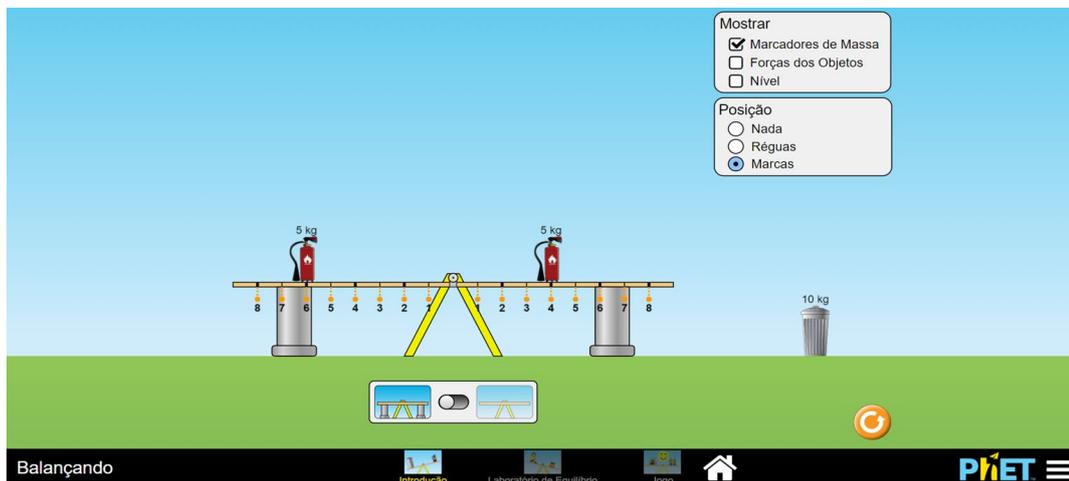


Explique seu raciocínio.

Questão 3

Assinale a opção que representa como ficará a gangorra após removermos os suportes, se:

- Colocarmos um extintor na posição 6 do lado esquerdo e o outro extintor na posição 4 do lado direito (figura abaixo)

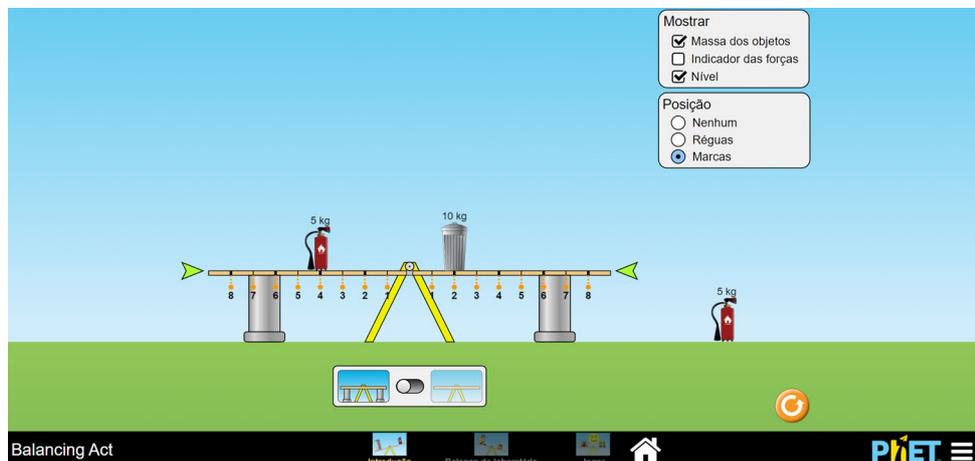


Explique seu raciocínio.

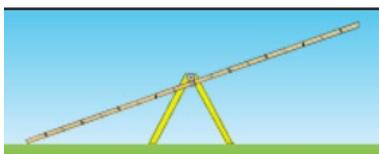
Questão 4

Assinale a opção que representa como ficará a gangorra após removermos os suportes, se:

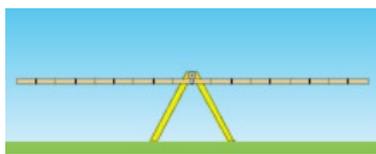
- posicionarmos um extintor na posição 4 do lado esquerdo e a lata de lixo na posição 2 do lado direito



a)



b)



c)



Explique seu raciocínio.

Acesse o link trazido neste roteiro e verifique cada uma das respostas dadas às questões 1, 2, 3 e 4. Assinale abaixo as questões que você acertou.

- QUESTÃO 1. ()
QUESTÃO 2. ()
QUESTÃO 3. ()
QUESTÃO 4. ()
NENHUMA ()

Parte II do questionário

Questão 5

O que significa dizer que “os braços da gangorra estão no mesmo nível”?

Questão 6

Na situação do exercício 3, nós observamos que somente a massa não é fator decisivo para o equilíbrio da balança. Em seguida, no exercício 4, observamos que somente a posição não é fator decisivo para o equilíbrio da balança.

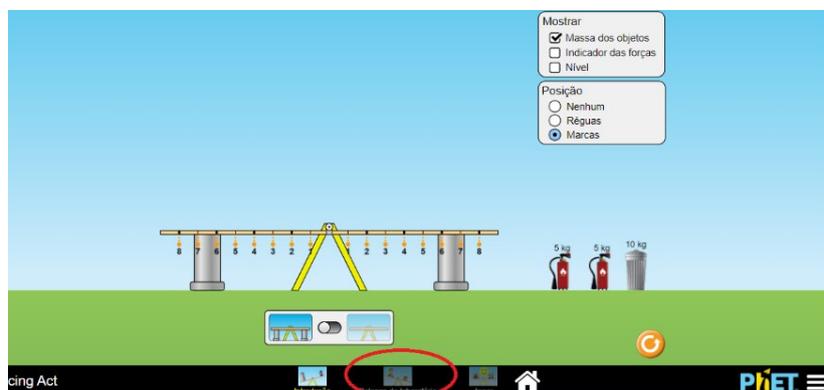
Preencha a tabela abaixo com os dados das quatro primeiras situações. Com os dados preenchidos na tabela, identifique a condição necessária para que a balança fique em equilíbrio.

Questão	Objeto da esquerda da gangorra			Objeto da direita da gangorra			A gangorra está em equilíbrio? (marque a opção)	
	Massa 1	Posição 1	Produto 1 (massa x posição)	Massa 2	Posição 2	Produto 2 (massa x posição)		
1							Sim	Não
2							Sim	Não
3							Sim	Não
4							Sim	Não

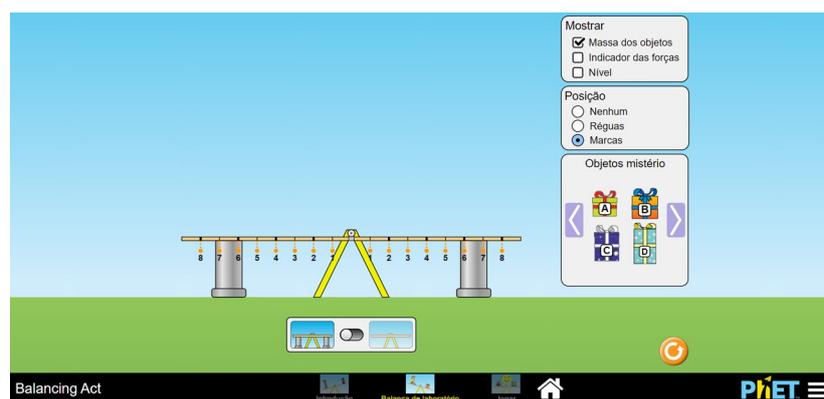
Qual a condição necessária para que a balança fique em equilíbrio?

Questão 7

Agora selecione a opção “balança de laboratório” (círculo vermelho na figura abaixo).



Observe que um novo menu se abrirá abaixo dos menus à direita da tela. Neste terceiro menu clique na seta roxa lateral até aparecerem os “objetos mistério”.



Escolha dois pacotes “mistério” e coloque cada um deles em uma mesma posição em lados opostos. Remova as colunas de concreto e conclua qual pacote tem a maior massa. Por que você acha isso?

Questão 7 – continuação

Mudando a posição dos pacotes em cima da balança, encontre a posição de cada um deles para que a balança fique em equilíbrio e desenhe esta situação utilizando o local abaixo. Não esqueça de anotar o valor das posições dos pacotes no seu desenho.

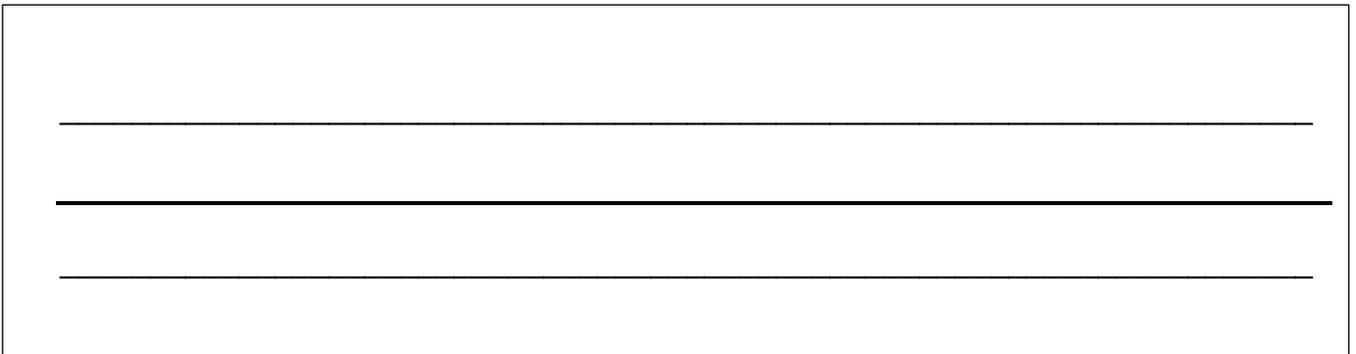


Quantas vezes a massa de um pacote é maior que a do outro?



Questão 8

Descreva, com suas palavras, a relação entre a posição, a massa dos objetos e o equilíbrio da gangorra





Nome da escola _____

Aluno: _____ Turma: _____

Professor: _____

Aula 2: O movimento da gangorra para ângulos muito pequenos

Roteiro instrucional

A turma deverá ser separada em grupos de até 3 (três) alunos. Cada grupo receberá uma folha de papel milimetrado, régua e compasso e é necessário que pelo menos um dos integrantes do grupo tenha um celular que tire foto para ser usado na atividade. Na folha de papel milimetrado há o desenho esquemático de uma gangorra em equilíbrio, na qual o triângulo representa o fulcro/ponto fixo da gangorra e a linha reta, seus braços. Antes de responder às perguntas abaixo, **desenhe a posição dos braços da gangorra em três momentos diferentes do seu movimento.**

Questão 1

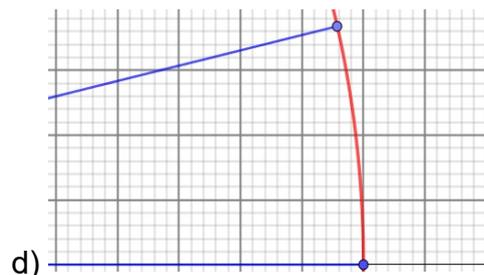
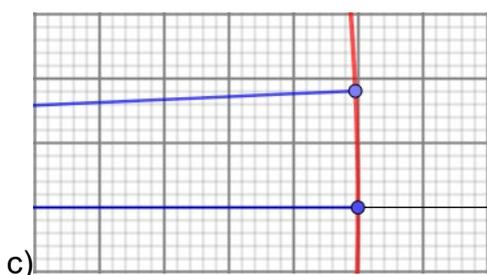
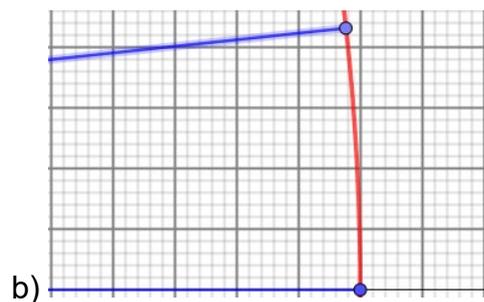
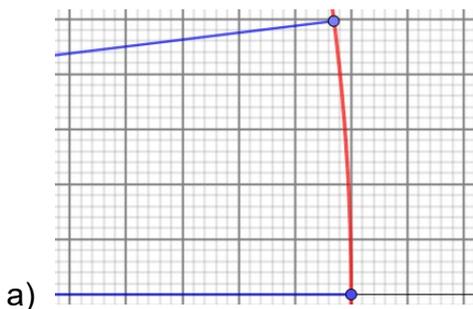
Qual curva melhor descreve o movimento das extremidades dos braços? Marque a opção abaixo:

- a) Circunferência b) Parábola c) Reta d) Outra

Questão 2

Desenhe agora a posição da gangorra, no papel milimetrado, para ângulos cada vez menores.

Utilizando a figura que você traçou acima, tire uma foto da extremidade do braço e amplie. Marque a opção que mais se parece com o seu desenho.



Para observar:

Existe um valor do ângulo para o qual não é possível distinguir o círculo de uma reta. Observe na Figura 1 abaixo:

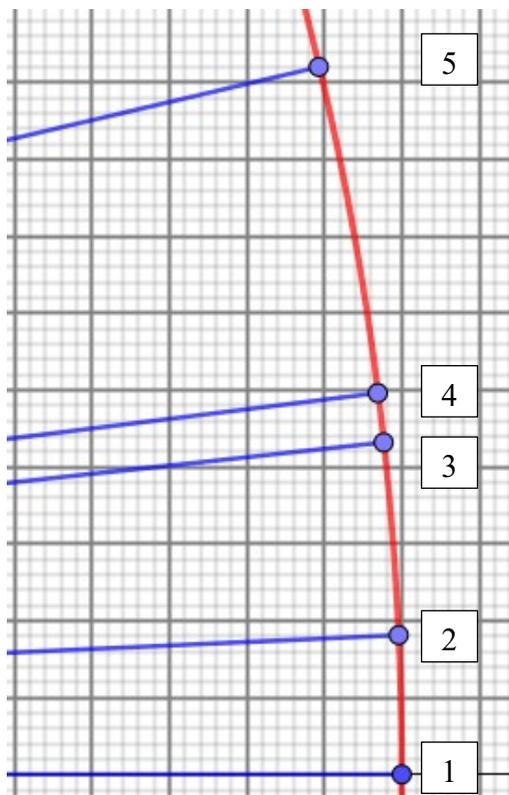


Figura 1 - Círculo revelando pequenos segmentos de reta quando consideramos ângulos muito pequenos

Repare na figura acima que entre as posições 1 e 5 da extremidade da gangorra (linha vermelha) o segmento circular fica muito evidente. Esta característica vai ficando menos evidente à medida que giramos a gangorra de **ângulos pequenos**: repare a linha vermelha entre as posições 1 e 2 ou entre as posições 3 e 4, em que os braços da gangorra (linha azul) parecem estar paralelos.

Esta característica se manifesta de outras formas em aplicativos muito utilizados por você. Repare que no aplicativo *Paint*, ao ampliarmos um círculo, revelam-se diversos segmentos de reta.



Figura 2 - Segmentos de reta revelados na composição de um círculo quando utilizados **ângulos pequenos**.

Continuação:

Para ângulos muito pequenos – aqueles ângulos em que não conseguimos distinguir um arco de uma reta – o movimento da gangorra descreve a Figura 3 abaixo:

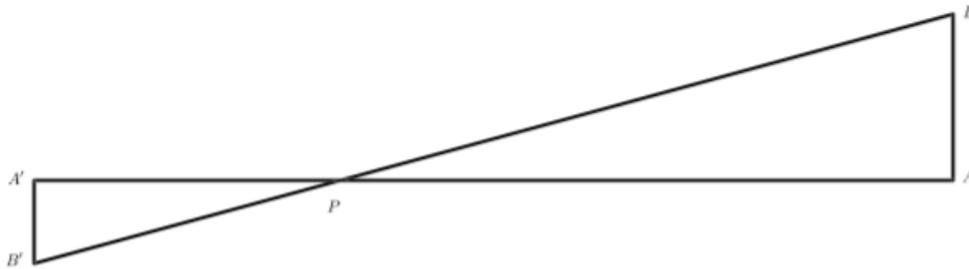


Figura 3 - *Frame* de um instante de tempo do movimento da gangorra quando o ângulo é muito pequeno.

Na figura acima é possível identificar dois triângulos semelhantes:

$$\Delta PAB \sim \Delta PA'B'$$

então

$$\frac{PA}{PA'} = \frac{AB}{A'B'}$$

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{AB}{A'B'}$$

Quando a alavanca se move, a ponta A do braço da alavanca adquire, durante o tempo em que a ponta percorre \overline{AB} , a velocidade v_B , de modo que sua velocidade variou de $\Delta v_{AB} = v_B - 0$. Por ser um segmento retilíneo, \overline{AB} pode ser percorrido com uma velocidade única (Lei da Inércia).

Então, o segmento AB pode ser percorrido com Δv_{AB} , em um certo tempo τ , o qual é muito pequeno, pois o arco ainda coincide com \overline{AB} . Como $v = \Delta S / \Delta t$, podemos escrever $AB = \Delta v_{AB} \cdot \tau$. O mesmo acontece com o outro braço da balança. Logo:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{\Delta v_{AB} \times \tau}{\Delta v_{A'B'} \times \tau} = \frac{\Delta v_{AB}}{\Delta v_{A'B'}}$$

Trocando a notação AB pelo índice 1 e $A'B'$ pelo índice 2, temos:

$$\boxed{\frac{l_1}{l_2} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}}$$

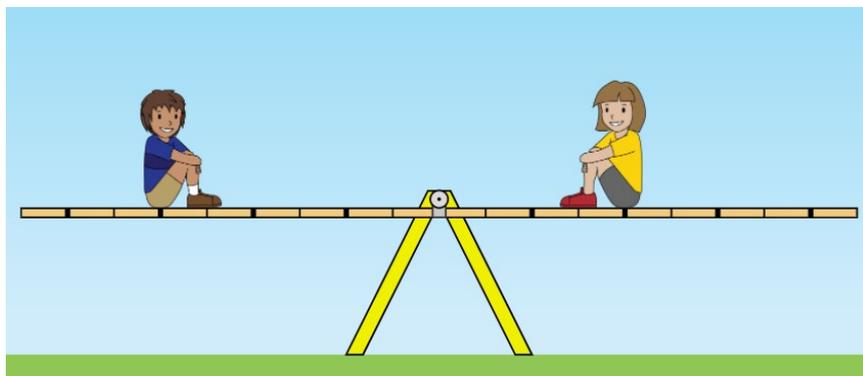
As duas leis do equilíbrio

Questão 3

Escreva uma relação matemática que una o princípio da alavanca ($\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}$), visto na primeira aula, e a relação que você acabou de aprender ($\frac{l_1}{l_2} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}$).

Questão 4

Pedrinho, de massa m_1 , e Maria, de massa m_2 , impedem o movimento um do outro, enquanto a gangorra está parada (ou seja, em equilíbrio). Marque abaixo qual opção expressa o fato de a gangorra estar em equilíbrio:



a) $m_1 \Delta v_1 = m_2 \Delta v_2$

b) $m_1 \Delta v_1 > m_2 \Delta v_2$

c) $m_1 \Delta v_1 < m_2 \Delta v_2$

Para entender:

O produto da massa pela velocidade (mv) recebe o nome de momento linear ou quantidade de movimento.



Nome da escola _____

Aluno: _____ Turma: _____

Professor: _____

Aula 3: Rompendo com a lei da Inércia (acelerando massas)

Roteiro instrucional

O movimento de duas massas presas a uma mola imita uma colisão entre elas, em que as massas, ora se aproximam, ora se afastam e assim sucessivamente. Veja a Figura 4 abaixo:

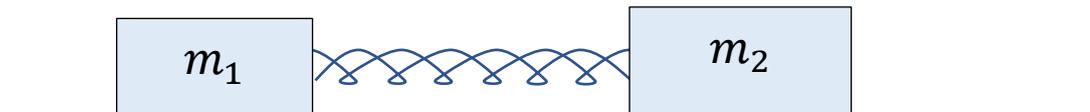


Figura 1 - Momento da oscilação de duas massas acopladas por uma mola

Esse movimento é ilustrado na animação no link:

<https://makeagif.com/i/5OVYxc>

ou em:

https://www.youtube.com/watch?v=9XmnB_y_gi4

A configuração das massas na animação e na Figura 4 diferem apenas pelo fato de que na animação as massas não estarem apoiadas no chão. As massas comportam-se da mesma maneira nas duas configurações.

Esta animação é materializada em um experimento que pode ser acessado no link:

<https://www.youtube.com/watch?v=CjJVBvDNxcEt=0s>

O vídeo mostra, inicialmente, três experimentos filmados de longe. No primeiro deles, o professor empurra as duas massas acopladas pela mola para o mesmo lado; no segundo, afasta as duas massas acopladas pela mola e as solta ao mesmo tempo; no terceiro, segura uma das massas, afasta a outra e, depois, as solta para observar o movimento de ambas as massas conectadas pela mola.

Em seguida, apresenta os mesmos experimentos filmados de perto. Além disso, apresenta um último experimento ao final.

Os momentos de maior interesse ao nosso estudo são:

- (1) Demonstração filmada de longe do instante 0:34 até o instante 0:50;
- (2) Demonstração filmada de perto do instante 1:32 até o instante 1:50.

Veja como a Figura 5 comporta diferentes momentos do movimento das massas. As massas estão pausadas (equilíbrio) em cada um desses instantes.

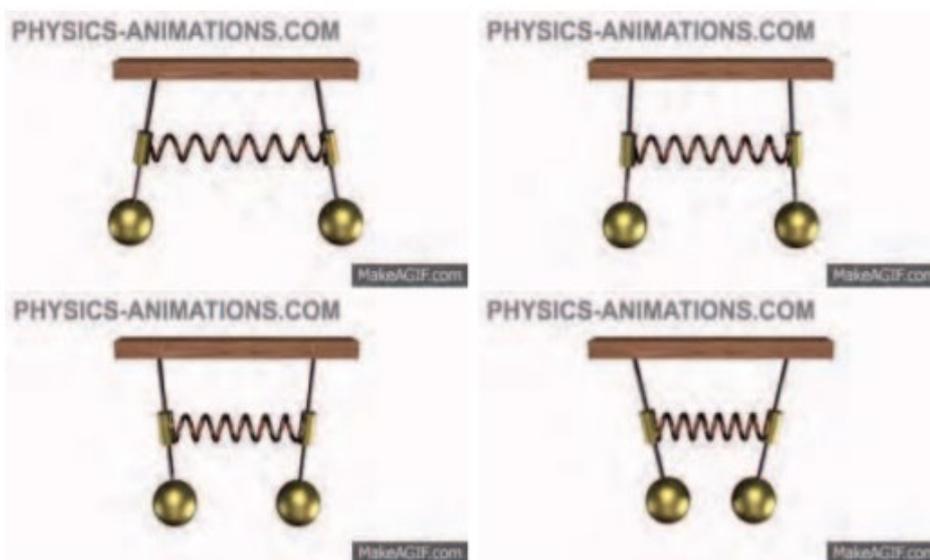


Figura 2 - Momentos diferentes da oscilação de massas acopladas por uma mola

A professora apresentará estas imagens em forma de slide.
Note que em cada slide é como se o movimento estivesse pausado.

Analogia com uma gangorra:

Note que na sucessão de slides mostrada pela professora a mola e as massas se movem horizontalmente. Em cada instante pausado a mola se comporta como uma gangorra em equilíbrio com massas em suas extremidades.

Questão 1

O que você diria sobre a relação das quantidades de movimento das massas em cada uma das fotos mostradas? Marque a opção abaixo:

a) $m_1\Delta v_1 = m_2\Delta v_2$

b) $m_1\Delta v_1 \neq m_2\Delta v_2$

Explique seu raciocínio

Lembrando o que você respondeu na questão 1, responda às duas questões a seguir, nas quais v é a velocidade; a é a aceleração; t é o instante de tempo e s é a distância.

Questão 2

Qual das seguintes relações expressa o fato de uma massa estar em movimento retilíneo uniforme ou em repouso?

- a) mv tem o mesmo valor em qualquer instante.
- b) mv tem valores diferentes em instantes diferentes.

Questão 3

Qual das seguintes relações abaixo expressa o fato de uma massa estar em movimento retilíneo **NÃO** uniforme?

- a) $\frac{\Delta mv}{\Delta t} \neq 0$
- b) $\frac{\Delta mv}{\Delta t} = 0$

Questão 4

No caso da gangorra estudada na primeira aula, o que você acha que causou o movimento da gangorra gerando uma quantidade de movimento?

Você vai receber os seguintes materiais para responder as questões que seguem: mola, ímã, clips e dinamômetro.

Questão 5

Vamos analisar o caso da mola. Pegue a mola e a comprima ou a espiche. O que você fez sobre a mola para espichar ou comprimir?

Questão 6

Se você quiser manter a mola com certo comprimento, quando você a está comprimindo ou espichando, você sente algo na sua mão?

Questão 7

Vamos pegar um ímã e aproximá-lo de alguns clips de papel. O que vai ocorrer?

Questão 8

Vamos pegar uma mola de balança vertical com o peso na ponta. O que vai ocorrer com o ponteiro?

Questão 9

Após esses experimentos você acha que existe alguma grandeza física responsável pela variação da quantidade de movimento de um corpo?
