



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Instituto de Física
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física
Mestrado Profissional em Ensino de Física
Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física



O Conceito de Velocidade Instantânea

Glaucemar Vieira Silva
Penha Maria Cardozo Dias
Carlos Eduardo Aguiar

Material instrucional associado à dissertação de mestrado de Glaucemar Vieira Silva, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2020

O Conceito de Velocidade Instantânea

Glaucemar Vieira Silva

Penha Maria Cardozo Dias

Carlos Eduardo Aguiar

O material instrucional consiste em uma proposta alternativa para ensinar o conceito de velocidade instantânea.

Usualmente, o conceito de velocidade instantânea é introduzido por um processo de limite, o qual é de difícil entendimento para um aluno do ensino médio. Entretanto, mesmo sem ter um conceito matemático de limite, os filósofos mertonianos, no século XIV, deram ao conceito de velocidade instantânea uma definição precisa. Cerca de duzentos anos depois, Galileu Galilei usou a definição mertoniana e demonstrou as leis do movimento uniformemente acelerado. Como esses pensadores enfrentaram e contornaram as dificuldades envolvidas no processo de limite, seus métodos inspiram uma forma alternativa de ensino do conceito de velocidade instantânea. A proposta aqui apresentada é inspirada na concretização que Galileu deu à definição mertoniana de limite. Essa concretização sugere a construção de um “velocímetro”, o qual permite introduzir o conceito de velocidade instantânea de modo operacional.

A sequência didática consiste de cinco unidades. Essas unidades são trabalhadas em sala de aula. Cada unidade não precisa corresponder a uma aula inteira; o material a ser trabalhado em cada aula depende da disponibilidade do professor.

Descrição do material instrucional

Unidade 1

Nesta unidade, é feita uma avaliação diagnóstica do conhecimento dos alunos sobre o conceito de velocidade. Eles respondem a um questionário, em sala de aula.

1. A primeira questão analisa a noção subjetiva dos alunos sobre o conceito de velocidade. Nesta questão, duas imagens de um personagem de “videogame”, Sonic, são apresentadas em situações distintas e se pergunta em qual delas ele é mais rápido. Pede-se, também, uma justificativa para a resposta.
2. Nas questões 2 e 3, são apresentadas duas situações diferentes e se pede uma avaliação qualitativa sobre qual corpo é o mais rápido. A questão 2 apresenta dois carros percorrendo distâncias diferentes em tempos iguais; pergunta-se qual carro é mais rápido e o porquê da resposta. A questão 3 apresenta dois carros percorrendo distâncias iguais em tempos diferentes; pergunta-se qual carro é mais rápido e o porquê da resposta.
3. Nas questões 4 e 5, pede-se uma avaliação quantitativa das mesmas situações das questões 2 e 3, respectivamente. Na questão 4, pergunta-se quantas vezes um carro, na questão 2, é mais rápido que o outro e o porquê da resposta. Na questão 5, pergunta-se quantas vezes um carro, na questão 3, é mais rápido que o outro e o porquê da resposta.
4. A questão 6 avalia se os alunos entendem que deslocamento e tempo são ambos necessários para o cálculo da velocidade.
5. A última questão é uma piada sobre o conceito de velocidade, envolvendo Einstein, em que distância e tempo têm significados diferentes dos da Física.

A unidade termina com uma tarefa: medir quanto tempo o aluno demora

para percorrer a quadra da escola, em duas situações, andando e, depois, correndo.

Unidade 2

Nesta unidade, a definição formal de velocidade média é introduzida. A seguir, pede-se aos para aplicar a definição em várias situações.

1. Na questão 1, pede-se ao aluno que aplique a definição para calcular a velocidade com que percorreu a quadra, pede-se as unidades de medida do tempo, da distância e da velocidade e, finalmente, que compare com a resposta anteriormente dada à mesma pergunta.
2. Na questão 2, é dada a mesma situação da questão 4 da Unidade 1. Dois carros percorrem distâncias diferentes em tempos iguais; pede-se ao aluno a velocidade média de cada carro e para comparar com a resposta anteriormente dada à mesma pergunta.
3. Na questão 3, é dada a mesma situação da questão 5 da Unidade 1. Dois carros percorrem distâncias iguais em tempos diferentes. Pede-se ao aluno a velocidade média de cada carro e para comparar com a resposta anteriormente dada à mesma pergunta.
4. Nas questões 4 e 5, o sistema de unidades de velocidade é trabalhado.
5. Na questão 6, é introduzido um movimento em que trechos são percorridos uniformemente, mas com velocidades diferentes. Pede-se a velocidade em cada trecho e no percurso total. Então, é apresentada uma situação, cuja resposta envolve o conceito de velocidade instantânea.

Unidade 3

Nesta unidade, os conceitos de movimento uniforme e de movimento não uniforme são introduzidos. A Unidade começa definindo movimento uniforme como aquele em que distâncias iguais são percorridas em tempos iguais. Então, várias perguntas são feitas.

1. Na questão 1, o movimento não uniforme na questão 6 da Unidade 2 é trabalhado. Pergunta-se se as velocidades anteriormente calculadas são velocidades médias, pergunta-se se o movimento é uniforme e, finalmente, pede-se que o aluno marque em um papel milimetrado posições e instantes, de acordo com o enunciado da questão 6.
2. Na questão 2, é dado o gráfico posição versus tempo de um movimento uniforme. Pede-se as velocidades em vários trechos de igual duração e se pergunta se o movimento é uniforme.
3. Na questão 3, é mostrada uma imagem estroboscópica da queda de uma bolinha. As fotos são tomadas a cada 0,05 segundos e uma régua adicionada à foto mostra a posição. Os alunos preenchem uma tabela com as posições ao final de cada intervalo de 0,05 segundos, de 0,00 até 0,40 segundos, e colocam esses valores em um gráfico posição versus tempo. Depois, preenchem uma tabela com os deslocamentos e as velocidades médias em intervalos sucessivos de 0,05 segundos. Finalmente, pergunta-se se o movimento é uniforme.
4. Na questão 4, o conceito de movimento uniforme é fixado; dá-se a definição de movimento uniforme como aquele em que distâncias iguais são percorridas em iguais intervalos de tempo, e se pergunta se é correto ou falso. A seguir, pergunta-se se, nos gráficos das questões 2 e 3, respectivamente, distâncias iguais são percorridas em tempos iguais e pede-se que compare com a definição de movimento uniforme, no primeiro item.
5. Na questão 5, é dado um gráfico posição versus tempo, em que são representados dois movimentos, um descrito por uma reta e o outro, por uma curva. Pede-se ao aluno para identificar qual é o movimento uniforme e qual é o não uniforme.
6. A questão 6 mostra a foto estroboscópica anterior e se pergunta se é possível falar de velocidade no instante apontado por uma seta.

Unidade 4

Nesta unidade, é introduzida a proposta de ensino.

1. Na primeira parte, é feita uma apresentação em sala de aula sobre a fundamentação teórica, intitulada “Aristóteles, os mertonianos e Galileu”.
2. Na segunda parte, intitulada “Um velocímetro galileano”, é proposto um experimento para o cálculo da velocidade instantânea. Essa proposta é inspirada nas ideias de Galileu Galilei, descrita na primeira parte.

Os dados são colocados em uma planilha e construído o gráfico velocidade versus distância e o gráfico quadrado da velocidade versus distância.

A Unidade 4 termina com a pergunta anteriormente feita, na questão 6 da Unidade 3: “Faz sentido falar de velocidade em um único instante?”

Unidade 5

Na unidade 4, os experimentos com o “velocímetro galileano” mostram a dependência da velocidade instantânea no pé do plano com a distância de descida. Na unidade 5, resultados com o “velocímetro galileano” são complementados, de modo a se obter como a velocidade instantânea varia com o tempo de descida do plano inclinado e como a distância percorrida sobre o plano inclinado varia com o tempo. A importância de estudar a dependência temporal de x e de v vem do fato dela ser a forma usual de apresentar a cinemática no ensino médio.

As dificuldades para medir o tempo de descida e a maneira de contorná-las são apresentadas aos alunos. A regra medieval da dupla distância (RDD) é apresentada como uma forma de contorná-las. Com auxílio da RDD, o experimento da medida de tempo torna-se tão simples quanto o anterior. Sua verificação pode ser uma etapa inicial da atividade ou, dependendo do tempo disponível, ela pode ser apenas enunciada. Dessa maneira os alunos

medem o tempo, a distância, a velocidade instantânea e preenchem uma tabela com os valores de x , v e t .

Material a ser apresentado em sala de aula

Nas próximas páginas estão os roteiros para uso em sala de aula.

Unidade 1

Questão 1

O Sonic é um dos personagens mais rápidos do mundo, tem como objetivo salvar os outros animais do vilão Dr. Eggman.

Imagem 1

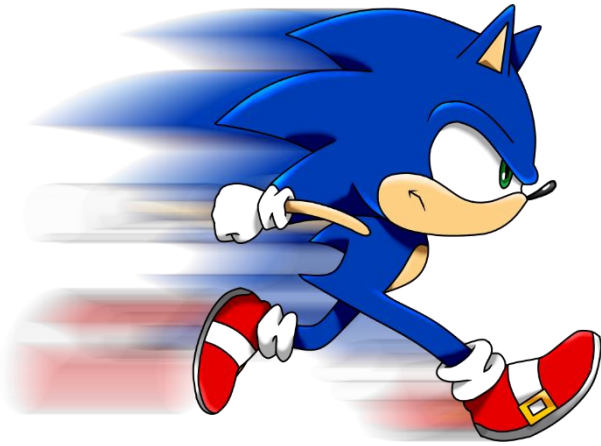


Imagem 2



a) Observando as imagens do Sonic, em qual delas ele é mais rápido?

Imagem 1

Imagem 2

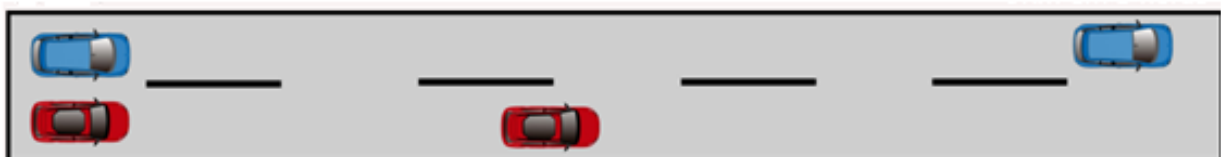
b) Por quê?

Questão 2

Dois carros, A e B, percorrem distâncias diferentes em tempos iguais.

Carro A

9 km em 3 horas



Carro B

3 km em 3 horas

Unidade 1

a) Qual carro é o mais rápido?



Carro A



Carro B

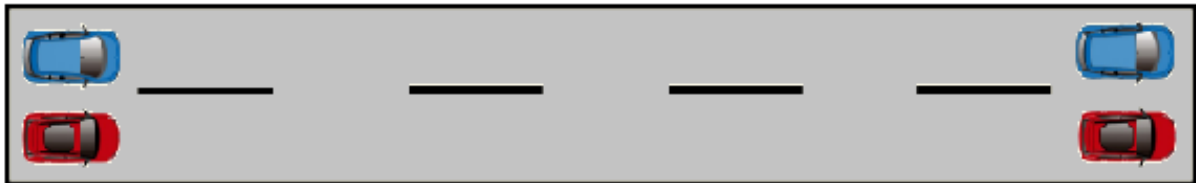
b) Por quê?

Questão 3

Dois carros, A e B, percorrem distâncias iguais em tempos diferentes.

Carro A

4 km em 4 horas



Carro B

4 km em 2 horas

a) Qual carro é o mais rápido?



Carro A



Carro B

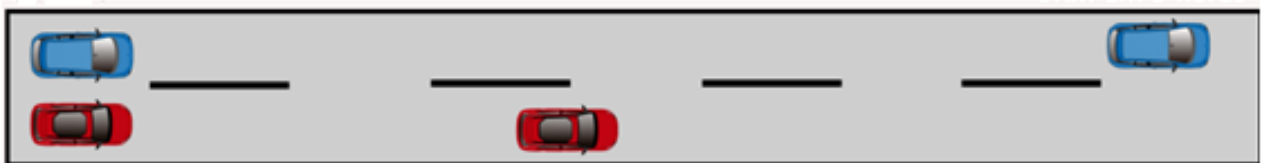
b) Por quê?

Questão 4

Dois carros, A e B, percorrem distâncias diferentes em tempos iguais.

Carro A

9 km em 3 horas



Carro B

3 km em 3 horas

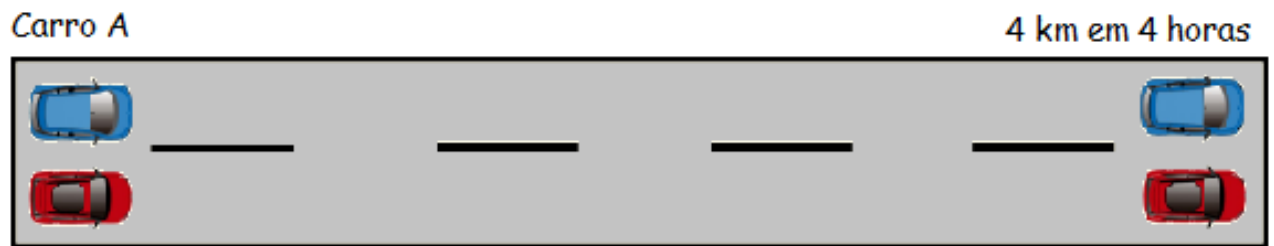
Unidade 1

Quantas vezes o carro A é mais rápido ou mais lento que o carro B? Explique

- a) 2 vezes mais rápido
- b) 3 vezes mais rápido
- c) 2 vezes mais lento
- d) 3 vezes mais lento

Questão 5

Dois carros, A e B, percorrem distâncias iguais em tempos diferentes.



Quantas vezes o carro A é mais rápido ou mais lento que o carro B? Explique

- a) 2 vezes mais rápido
- b) 3 vezes mais rápido
- c) 2 vezes mais lento
- d) 3 vezes mais lento

Considerando toda a discussão abordada anteriormente, responda as próximas questões.

Questão 6

a) Seria possível saber qual é o mais rápido ou mais lento, apenas com as distâncias percorridas?

Unidade 1

b) Seria possível saber qual é o mais rápido ou mais lento, apenas com os tempos de viagem?

Questão 7



a) Você riu? Por quê?

Unidade 1

Atividade para trazer na próxima aula

Vamos medir quanto tempo você demora para percorrer a quadra da escola, andando e, depois, correndo. Use seu celular para cronometrar o tempo. Anote também o comprimento da quadra.

	Tempo
Andando	
Correndo	

Tamanho da quadra

Unidade 2

Para calcular a velocidade no percurso precisamos saber a distância percorrida e o tempo para percorrê-la. Podemos definir a velocidade da seguinte maneira:

$$velocidade = \frac{distância}{tempo}$$

Questão 1

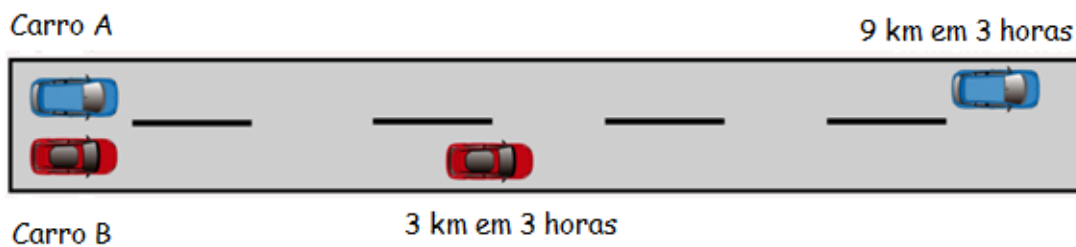
a) Agora calcule sua velocidade para percorrer a quadra da escola, usando os dados que anotou na unidade 1.

b) Em que unidade você mediu a quadra da escola? E em que unidade você mediu o tempo para percorrer a quadra?

c) A velocidade que você calculou tem unidade? Se sim, qual é?

Questão 2

a) Calcule as velocidades dos carros A e B.

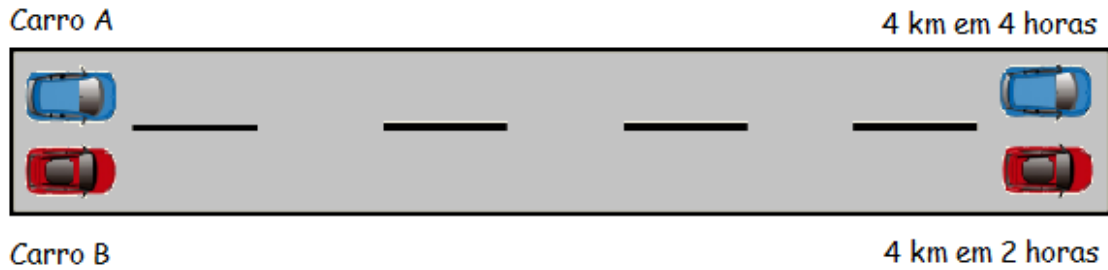


b) Esses valores são compatíveis com sua resposta à questão 4 da unidade 1?

Unidade 2

Questão 3

a) Calcule as velocidades dos carros A e B



b) Esses valores são compatíveis com sua resposta à questão 5 da Unidade 1?

Questão 4

A unidade da velocidade que você calculou na quadra é a mesma utilizada nos carros nos exemplos?

Questão 5

O que seria mais rápido, você andando a 2 m/s ou um carro a 2 km/h?

Questão 6

A Linha Vermelha no RJ possui 22 km de extensão e a velocidade máxima permitida é de 80 km/h. Considere que um carro percorre o primeiro trecho nessa via, de 12 km, em 15 minutos. O segundo trecho, de 10 km, é percorrido em 5 minutos.

a) Qual a velocidade, em km/h, do carro em cada trecho?

Unidade 2

b) E qual a velocidade, em km/h, do carro em toda a extensão da linha vermelha?

c) O motorista recebeu multa por um radar no segundo trecho. O motorista recorreu alegando que a sua velocidade na Linha Vermelha estava abaixo do valor permitido na via. O motorista tem razão ou não? Por quê?

Unidade 3

Velocidade Média

O que definimos anteriormente como velocidade é denominada, com mais precisão, de velocidade média e se refere somente ao *percurso considerado*. Diferentes trechos de um mesmo movimento podem ter diferentes velocidades médias (v_m).

$$v_m = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo para percorrer}}$$

Movimento Uniforme

Um tipo de movimento é muito importante: o *movimento uniforme*. Nesse movimento, a velocidade média é a mesma em qualquer trecho do percurso. Assim, se o movimento for uniforme – e somente nesse caso – não precisamos especificar para qual percurso a velocidade foi calculada.

Questão 1

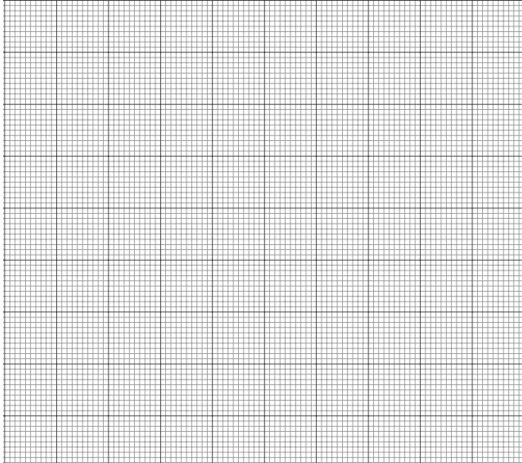
Na aula anterior, discutimos, em uma das questões, sobre o movimento de um carro na Linha Vermelha, em que ele percorre dois trechos de comprimentos diferentes em intervalos de tempos diferentes. E você calculou a velocidade em cada trecho e em toda a extensão da via.

a) As velocidades que você calculou são velocidades médias?

b) O movimento do carro foi uniforme?

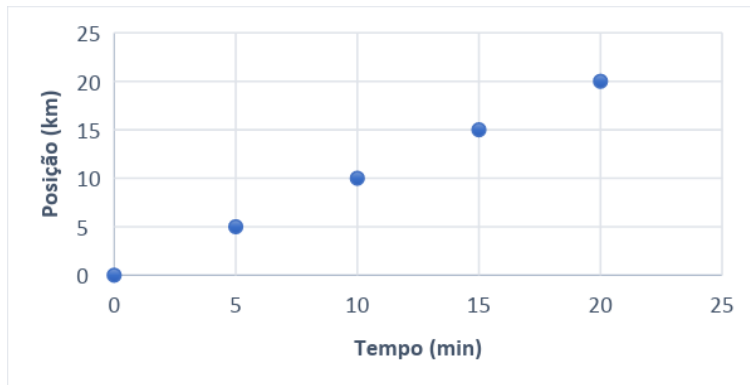
c) Marque no papel milimetrado a posição do carro nos instantes considerados. Os dados estão na questão 6 da Unidade 2. Indique em cada eixo a grandeza física e sua respectiva unidade de medida.

Unidade 3



Questão 2

Suponha que o gráfico do movimento de outro carro na linha vermelha fosse como o da imagem abaixo.



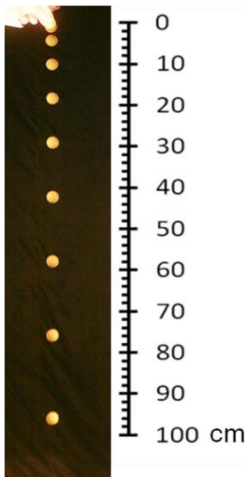
a) Qual a velocidade média do carro entre 0-5 min, 5-10 min, 10-15 min, 15-20 min, 0-20 min? Especifique em que unidade está sua resposta.

Unidade 3

b) Esse movimento foi uniforme?

Questão 3

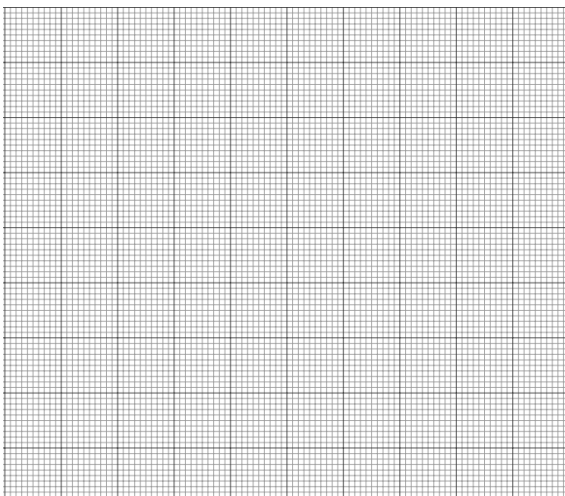
A imagem mostra o movimento de queda de uma bolinha. A foto registra a posição da bolinha a cada 0,05 s. Chamamos esse tipo de foto de imagem estroboscópica.



a) Preencha a tabela com os dados (posição e tempo) extraídos da foto. Suponha que a primeira posição na queda considerada por você corresponda a $t = 0$ s.

Tempo (s)	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,4
Posição (cm)									

b) Construa no papel milimetrado o gráfico da posição em função do tempo. Indique em cada eixo a grandeza física e sua respectiva unidade de medida.



c) Complete a tabela abaixo.

Unidade 3

Intervalo de tempo (s)	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
Deslocamento no intervalo (cm)								
Velocidade média no intervalo (cm/s)								

d) O movimento é uniforme?

Questão 4

a) Considere a seguinte afirmativa: No movimento uniforme, distâncias iguais são percorridas em tempos iguais. Essa afirmativa é:

Correta Falsa

b) No gráfico da questão 2, distâncias iguais são percorridas em tempos iguais?

Sim Não

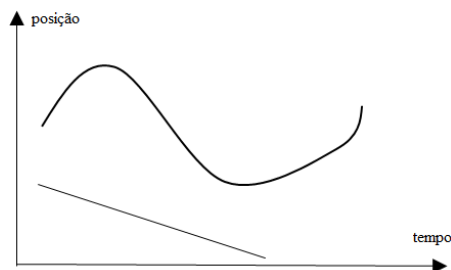
c) No gráfico da questão 3, distâncias iguais são percorridas em tempos iguais?

Sim Não

d) Suas respostas nos itens (b) e (c) estão de acordo com sua resposta no item (a)?

Questão 5

O gráfico abaixo representa dois movimentos diferentes, um uniforme e um não uniforme. Identifique esses movimentos.

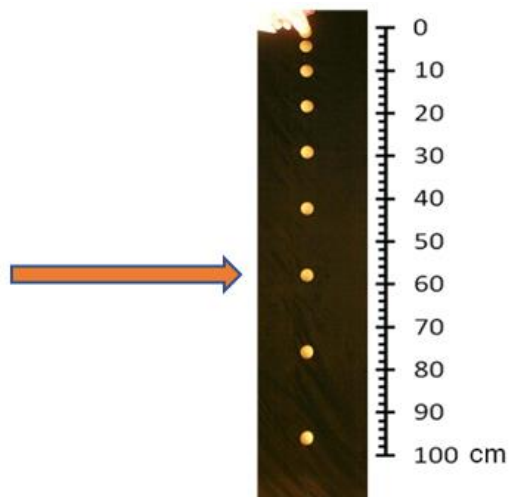


Uniforme Não Uniforme

Questão 6

Unidade 3

Faz sentido falar de velocidade em um único instante, por exemplo, no instante marcado na figura?



Unidade 4

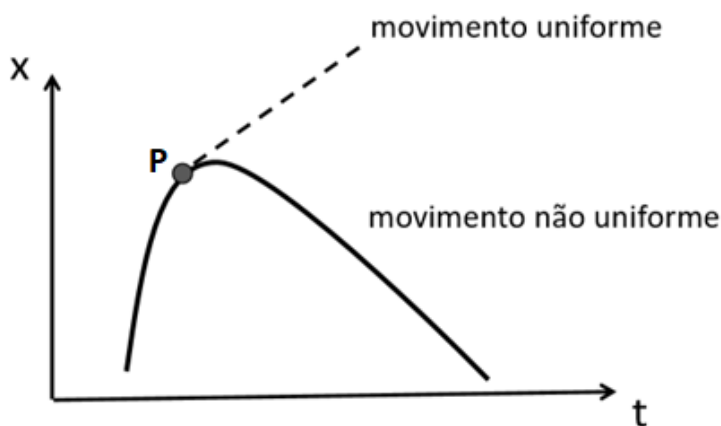
1 – Aristóteles, os Mertonianos e Galileu

O conceito de velocidade apresentado nas unidades 1, 2 e 3 é semelhante àquele proposto por Aristóteles: a velocidade está relacionada a um percurso.

Durante muito tempo, só havia essa formulação para velocidade. No século XIV, um dos períodos intelectualmente mais ricos da Idade Média, filósofos, reunidos no Merton College, em Oxford, e por isso chamados mertonianos, estudaram o movimento mais detalhadamente que Aristóteles e introduziram novas ideias. Entre as novas ideias, estão o uso de gráficos para descrever o movimento e um conceito muito importante, o da velocidade em um instante ou velocidade instantânea.

O filósofo mertoniano William Heytesbury respondeu à pergunta que fizemos ao final da unidade 3, da seguinte maneira:

Se um corpo tem um movimento não uniforme, sua velocidade em um dado instante (a velocidade instantânea), é determinada pelo caminho que esse corpo percorreria se, a partir desse instante, o movimento fosse uniforme.

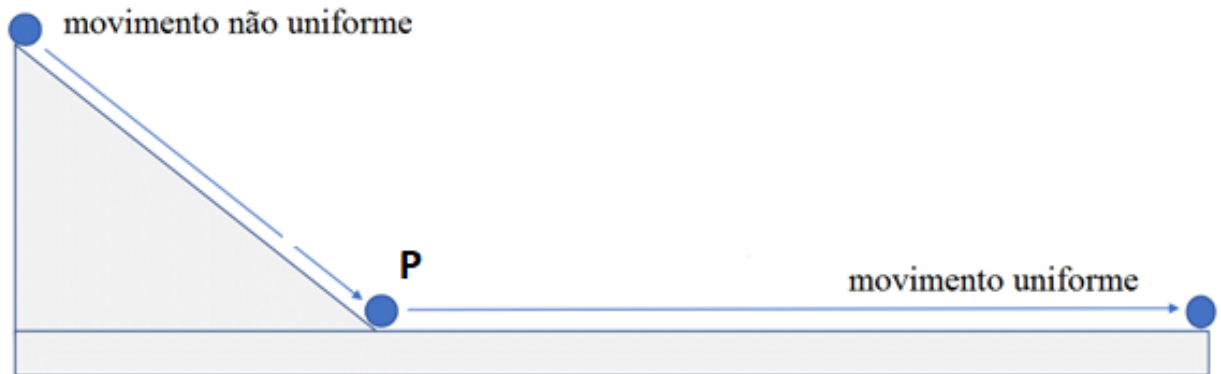


O gráfico representa o movimento não uniforme de um corpo. A partir de um certo instante, indicado na figura pelo ponto P, o corpo poderia percorrer um movimento uniforme. Nesse caso, o gráfico da posição com o tempo seria uma reta a partir do ponto P, mostrada pela linha tracejada. A velocidade instantânea em P é determinada pela velocidade desse movimento uniforme, $v = \Delta S / \Delta t$.

A ideia dos mertonianos pode ser aplicada em um experimento simples. No esquema mostrado na figura seguinte, a bolinha percorre dois trechos com movimentos diferentes. No primeiro trecho, um plano inclinado, o movimento é não uniforme. No

Unidade 4

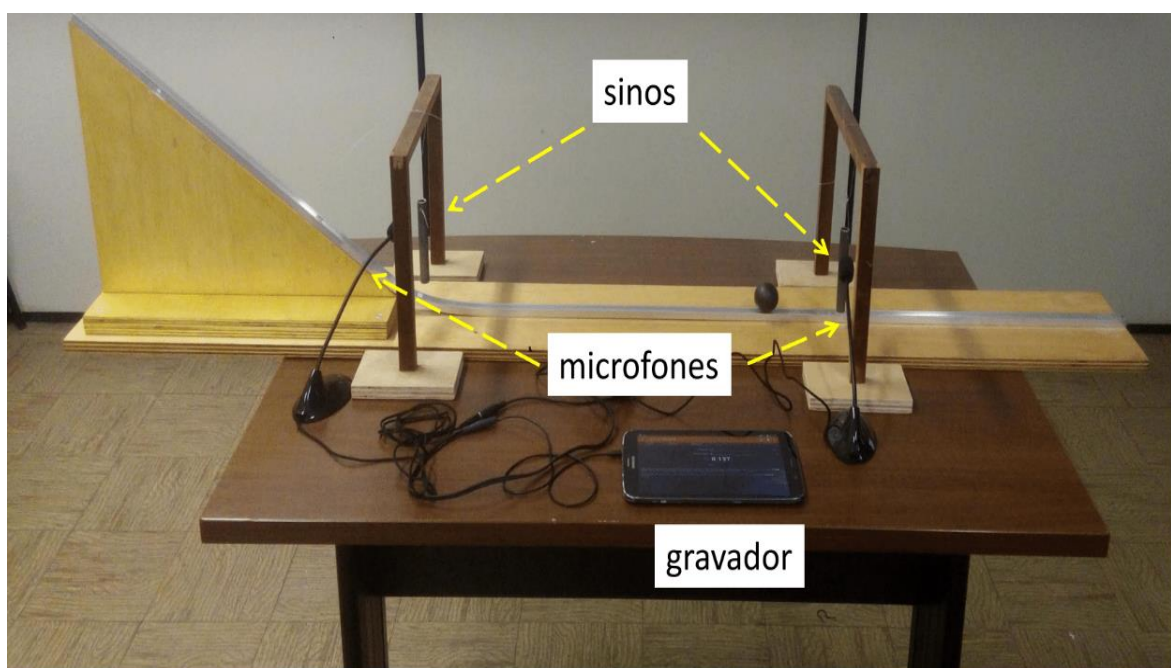
segundo trecho, um plano horizontal, o movimento é uniforme, conforme foi enfatizado por Galileu. De acordo com a definição mertoniana, Galileu obteve a velocidade instantânea no ponto marcado calculando a velocidade do movimento uniforme no plano horizontal.



$$\text{velocidade em } P = \frac{\text{distância percorrida na horizontal}}{\text{tempo para percorrer a distância horizontal}}$$

2 – Um velocímetro galileano

Construímos um aparato capaz de medir a velocidade instantânea de um corpo que desce um plano inclinado. Chamamos esse aparato de velocímetro galileano, pois é baseado na definição de velocidade instantânea dada por Galileu, que discutimos na seção anterior. Entretanto, é importante dizer que Galileu jamais construiu um velocímetro tal como entendemos hoje.



Unidade 4

A foto acima mostra o aparato. Ele é a junção de um plano inclinado com um plano horizontal, como foi discutido na seção anterior. Dois sinos são colocados sobre o plano horizontal, separados por uma distância ΔS . Os sinos são posicionados de maneira tal que um objeto que percorra o plano horizontal colida com eles. O tempo Δt que o objeto leva para percorrer a distância entre os sinos é dado pelo intervalo entre os sons dos impactos, registrado por um gravador. Pelo que foi discutido anteriormente, a velocidade instantânea, v , no final do plano inclinado é a velocidade do movimento uniforme no plano horizontal, ou seja,

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Um procedimento para medir a velocidade instantânea:

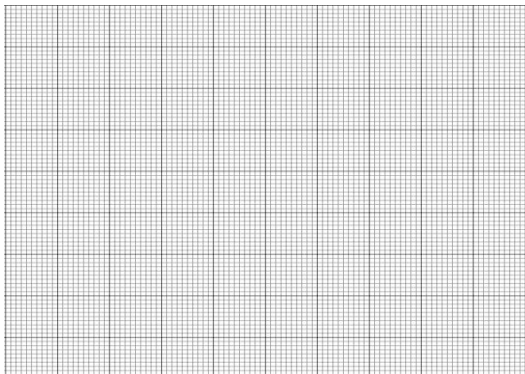
- Coloque os sinos em uma posição fixa no plano horizontal e meça a distância entre eles.
- Solte uma bolinha em diferentes posições no plano inclinado. Em cada um dos casos meça a distância entre a posição inicial e o final da descida.
- Meça o tempo que a bolinha leva para percorrer a distância entre os dois sinos usando um programa de análise de áudio.

Complete os dados da tabela.

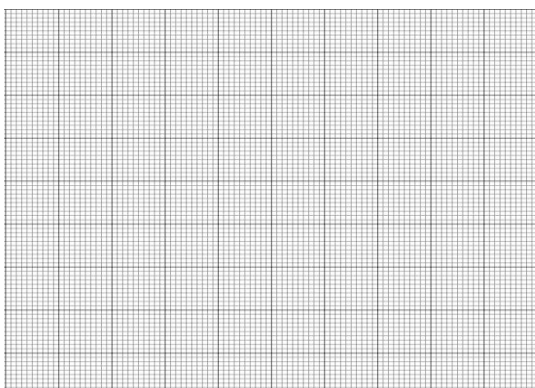
Medidas	1	2	3	4	5	6
Posição inicial da bolinha no plano inclinado (cm)						
Tempo para percorrer a distância entre os dois sinos (s)						
Distância entre os dois sinos (cm)						
Velocidade Instantânea (cm/s)						
Quadrado da velocidade instantânea (cm/s) ²						

Unidade 4

Construa no papel milimetrado o gráfico da velocidade em função da distância. Indique em cada eixo a grandeza física e sua respectiva unidade de medida.



Construa no papel milimetrado o gráfico do quadrado da velocidade em função da distância. Indique em cada eixo a grandeza física e sua respectiva unidade de medida.



Pergunta:

Com base no resultado das medidas, comente a sua resposta à pergunta feita no final da unidade 3: “Faz sentido falar de velocidade em um único instante?”

Unidade 5

Na unidade 4 vimos como a velocidade instantânea se relaciona com a distância percorrida em um plano inclinado, ou seja, encontramos experimentalmente a função $v(x)$. Entretanto, os movimentos geralmente são descritos em função do tempo, ou seja, gostaríamos de encontrar experimentalmente as funções $v(t)$ e $x(t)$. Para isso, temos que medir o tempo t que a bolinha leva para percorrer a distância x .

Essa medida de tempo é difícil de realizar com o método anterior já que não é fácil fazer com que a bolinha produza um ruído no ponto de partida. Por exemplo, ela não consegue fazer um sino soar. Uma opção para contornar essa dificuldade é soltar a bolinha no mesmo instante de uma batida de palmas. A gravação do som das palmas marca o início do movimento. Com isso, o intervalo de tempo entre as palmas e um sino colocado ao pé do plano inclinado, que pode ser medido na gravação nos fornece o tempo t necessário para descer uma distância x . E o intervalo de tempo T entre os sons do primeiro sino e do segundo sino (separados por uma distância D) pode ser usado, como antes, para medir a velocidade instantânea ao final da descida.

Com esse procedimento podemos verificar uma propriedade muito interessante do velocímetro galileano: se $D = 2x$ então $T = t$. Essa propriedade, chamada de *regra da dupla distância*, simplifica bastante a medida do tempo t , pois não precisamos mais do som das palmas. Ajustando o aparato para que $D = 2x$, o tempo de descida t será dado pelo tempo T entre os dois sinos, que pode ser medido como no experimento anterior.

Procedimento para medida da velocidade instantânea em função do tempo:

- Solte uma bolinha em diferentes posições, x , no plano inclinado.
- Para cada posição x coloque um dos sinos ao pé do plano inclinado e o outro no plano horizontal a uma distância $D = 2x$ do primeiro.
- Meça o tempo T que a bolinha leva para percorrer a distância, $D = 2x$, entre os dois sinos usando um programa de análise de áudio.

Unidade 5

Lembrando a definição dos mertonianos para velocidade instantânea, temos que a velocidade ao pé do plano é:

$$v = \frac{D}{T}$$

Medidas	1	2	3	4	5	6
Posição da bolinha no plano inclinado - x (m)						
Distância para percorrer o plano horizontal - D = 2x (m)						
Tempo para percorrer o plano - T = t (s)						
Velocidade instantânea - v = D/T						

1 - Construa no papel milimetrado o gráfico da velocidade em função do tempo. Indique em cada eixo a grandeza física e sua respectiva unidade de medida.

2 - Construa no papel milimetrado o gráfico da posição em função do tempo. Indique em cada eixo a grandeza física e sua respectiva unidade de medida.