



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Física

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física

Mestrado Profissional em Ensino de Física



TRABALHO E ENERGIA: UMA NOVA ABORDAGEM SOBRE A TRANSFORMAÇÃO E CONSERVAÇÃO DE ENERGIA

Leandro Fernandes Batista

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador(es):

Antônio Carlos Fontes dos Santos

Lúcia Helena Coutinho

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2017

TRABALHO E ENERGIA: UMA NOVA ABORDAGEM SOBRE A TRANSFORMAÇÃO E CONSERVAÇÃO DE ENERGIA

Leandro Fernandes Batista

Orientador(es):

Antônio Carlos Fontes dos Santos

Lúcia Helena Coutinho

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada por:

Dr.^a Lúcia Helena Coutinho (Presidente).

Dr. Fernando Lang da Silveira.

Dr.^a Penha Maria Cardozo Dias.

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2017

FICHA CATALOGRÁFICA

B333t

Batista, Leandro Fernandes

Trabalho e energia: Uma nova abordagem sobre a transformação e conservação de energia / Leandro Fernandes Batista. - Rio de Janeiro: UFRJ/IF, 2016.

x, 202 f. : il. ; 30 cm.

Orientadora: Lúcia Helena Coutinho.

Coorientador: Antônio Carlos Fontes dos Santos.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, 2016.

Referências Bibliográficas: f. 146-147

1. Ensino de Física. 2. Teorema do Pseudotrabalho. 3. Bioenergética. 4. Primeira Lei da Termodinâmica.

I. Coutinho, Lúcia Helena. II. Santos, Antônio Carlos Fontes dos. III. Universidade Federal do Rio de Janeiro. IV. Trabalho e energia: Uma nova abordagem sobre a transformação e conservação de energia.

Dedico esta dissertação a meus pais e a minha noiva.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente quero agradecer aos meus pais e a minha noiva Isabella por todos os conselhos e incentivos que contribuíram para meu crescimento pessoal e profissional.

Agradeço a todos os professores do programa de mestrado profissional em ensino de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro, em especial, meus orientadores, Antônio Carlos (Toni) e Lúcia Helena, por toda paciência, sabedoria e ajuda na orientação desta dissertação.

Agradeço a CAPES pela bolsa de estudos concedida para a realização desta dissertação no Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física da Sociedade Brasileira Física.

RESUMO

TRABALHO E ENERGIA: UMA NOVA ABORDAGEM SOBRE A TRANSFORMAÇÃO E CONSERVAÇÃO DE ENERGIA

Leandro Fernandes Batista

Orientador(es):

Antônio Carlos Fontes dos Santos

Lúcia Helena Coutinho

Resumo da Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

O objetivo deste trabalho é discutir e apontar novas estratégias para o ensino e aprendizagem dos conceitos de trabalho e energia no Ensino Médio. As atuais abordagens desses assuntos nas escolas se encontram engessados e não contemplam o cotidiano dos estudantes. É pensando nesta problemática que ao longo desta dissertação discutimos a limitação de conceitos como, por exemplo, a restrição do uso Teorema da Energia Cinética a certos casos de sistemas e que por vezes passam despercebidos por professores e livros. Acreditamos também que para lidar com fenômenos mais cotidianos, o estudante não deva se limitar à concepção de trabalho e energia estudados na Física. Para uma compreensão mais completa dos fenômenos cotidianos, é preciso ampliar o conhecimento do aluno integrando conceitos de energia estudados na biologia e a química. Além disso, na própria física é preciso estender a definição de trabalho e assim apresentar novos conceitos físicos como, por exemplo, o de trabalho de forças internas e Teorema do Pseudotrabalho. Para facilitar a compreensão e o desenvolvimento dos estudantes expomos nossa metodologia por meio de exercícios e de experimento que ajudem a constatar a limitação do Teorema da Energia Cinética e a contemplar os novos conceitos.

Palavras-chave: Ensino de Física, Pseudotrabalho, Primeira Lei da Termodinâmica.

Rio de Janeiro

Fevereiro de 2017

ABSTRACT

WORK AND ENERGY: A NEW APPROACH ON THE TRANSFORMATION AND ENERGY CONSERVATION

Leandro Fernandes Batista

Orientador(es):

Antônio Carlos Fontes dos Santos

Lúcia Helena Coutinho

Abstract of master's thesis submitted to Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, in partial fulfillment of the requirements for the degree Mestre em Ensino de Física.

In this dissertation we will discuss and point out new strategies for teaching and learning concepts of work and energy in high school. The current approaches of these issues in schools are antique and do not concern with the reality of students. To solve this problem, in this dissertation we will show the limitations of concepts such as the restriction on the use of Work-Kinetic Energy Theorem for certain types of systems. For a more complete understanding of everyday phenomena, it is necessary to expand the student's knowledge and for this reason we must also integrate the energy concepts used in Biology and Chemistry in Physics. Moreover, the need to extend the physical and setting work and thereby submit new physical concepts such as, for example, the internal work of system and Pseudowork-Energy Theorem. To facilitate the understanding and development of the students we explain our methodology through exercises and experiments to reinforce the correct use of both theorems (Work-Energy Theorem and Pseudowork-Energy Theorem).

Keywords: Physics education, Pseudowork, First Law of Thermodynamics.

Rio de Janeiro

Fevereiro de 2017

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO.....	1
1.1- Considerações iniciais.....	1
1.2- Objetivos e a proposta pedagógica.....	2
1.3- Estrutura dos capítulos.....	4
2 – COMENTÁRIOS SOBRE A HISTÓRIA DO CONCEITO DE ENERGIA.....	6
2.1- Considerações iniciais: A importância da abordagem histórica. . . .	6
2.2- Objetivo do capítulo.....	7
2.3- A dificuldade em se conceber a ideia de força de Newton.....	8
2.4- O conceito de força: Diferença entre o pensamento de Newton e Leibniz.....	9
2.5- A Força Viva de Leibniz e a crítica aos cartesianos: $m \cdot v^2$ ou $m \cdot v$?..	10
2.6- A confusão entre força e energia: A evolução do conceito de energia.....	13
3 – A AUTOMAÇÃO DO TEOREMA DA ENERGIA CINÉTICA E A NECESSIDADE DE AMPLIAR O CONHECIMENTO SOBRE ENERGIA.....	16
3.1- A automação do Teorema da Energia Cinética na questão do ENEM-2015.....	20
3.2- A escolha dos livros.....	44
3.3- A análise da metodologia aplicada pelos livros.....	45
3.4- A preocupação em lidar com a transferência de energia em sistemas.....	53
3.5- A Primeira Lei da Termodinâmica como verdadeira identidade das relações de energia.....	57
4 – APRIMORANDO A DEFINIÇÃO DE TRABALHO E APRESENTANDO O TEOREMA DO PSEUDOTRABALHO.....	66
4.1- O Trabalho realizado por forças internas.....	68

4.1.1- <i>Orientando estudantes e professores a respeito do conceito de forças internas e forças externas.</i>	74
4.2- O conceito e o Teorema do Pseudotrabalho	77
4.3- Aplicando no Ensino Médio o conceito de forças internas e do Teorema do Pseudotrabalho a partir de exemplos cotidianos.	80
4.3.1- <i>Problema 1: Automóvel que acelera sem derrapagem.</i>	81
4.3.2- <i>Problema 2: Colisões inelásticas.</i>	84
4.3.3- <i>Problema 3: Cilindro descendo um plano inclinado sem deslizamento.</i>	86
4.3.4- <i>Problema 4: Sistema formado por duas massas e uma mola puxados por uma força constante.</i>	90
4.4- O experimento com o sistema massa-mola: Como comparar o uso do Teorema a Energia Cinética e do Pseudotrabalho no Ensino Médio. . . .	96
4.4.1- <i>Conhecendo e fazendo as primeiras análises do experimento.</i>	97
4.4.2- <i>Construção do experimento: Materiais e procedimentos utilizados para montar e extrair dados.</i>	102
4.4.3- <i>Experimento: Aplicando o Teorema da Energia Cinética.</i>	107
4.4.4- <i>Experimento: Aplicando o Teorema do Pseudotrabalho.</i>	114
4.4.5 <i>Experimento: Comparando os Teoremas da Energia Cinética e do Pseudotrabalho</i>	120

5 – TRANSFORMAÇÕES ENERGÉTICAS: A UNIÃO DA FÍSICA, DA QUÍMICA E DA BIOLOGIA **124**

5.1- Explorando outras formas de energia: Energia química, biológica, Entalpia e Energia Livre de Gibbs. **126**

5.1.1- *O conceito de energia química.* 126

5.1.2- *O conceito de energia biológica.* 127

5.1.3- *Trabalhando os conceitos de Entalpia e Energia Livre de Gibbs.*

. 131

5.2- Energia e Corpo Humano.	134
5.2.1- <i>Problema 1: Homem de patins empurrando a parede.</i>	134
5.2.2- <i>Problema 2: Uma pessoa pulando.</i>	138
5.2.3- <i>Sugestão de abordagem de problemas envolvendo o corpo humano.</i>	141
6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS.	143
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.	146
APÊNDICE A - GUIA PARA ORIENTAR PROFESSORES NA ABORDAREM OS CONCEITOS DE TRABALHO, ENERGIA E PSEUDOTRABALHO NO ENSINO MÉDIO.	148
A.1 – A limitação do Teorema da Energia Cinética.	148
A.2 – Como lidar com a transferência de energia em sistemas?.	153
A.3 – A primeira Lei da Termodinâmica como verdadeira identidade das relações de energia.	155
A.4 – O Trabalho realizado por forças internas.	162
A.5 – Introduzindo o conceito do Teorema do Pseudotrabalho.	167
A.6 - Explorando outras formas de energia: Energia química, biológica, Entalpia e Energia Livre de Gibbs.	169
APÊNDICE B - GUIA DE EXERCÍCIOS QUE ENVOLVEM OS CONCEITOS DE PSEUDOTRABALHO, ENERGIA QUÍMICA E BIOLÓGICA.	177
B.1- Automóvel acelerando sem derrapagem.	177
B.2- Problema 2: Colisões inelásticas.	179
B.3 – Problema 3: Homem de patins empurrando a parede.	182
B.4 – Problema 4: Uma pessoa pulando.	185
APÊNDICE C - GUIA DE EXPERIMENTO PARA A ABORDAGEM DO TEOREMA DO PSEUDOTRABALHO.	188
C.1 – Compreensão física do sistema usado no experimento	188
C.1.1- <i>Compreendendo o sistema massa mola para o uso do Teorema do Pseudotrabalho.</i>	189

C.2 – Material.	194
C.3 – Montagem e coleta de dados.	194
<i>C.3.1 - Usfruindo do Tracker para investigar o experimento.</i>	196

1- INTRODUÇÃO

1.1- Considerações iniciais

Ao avaliar o currículo de Física do Ensino Médio percebemos que o assunto energia é recorrente nos três anos de duração do ciclo escolar. De fato, o conceito de energia é muito amplo e isso pode ser observado a partir da sua concepção, que no ciclo escolar permeia os diversos segmentos da Física, tais como a Mecânica, Termodinâmica, Ondulatória, Eletricidade e Física Quântica. É justamente essa a extensão do conceito de energia que permeia aos diversos ramos da Física que torna esse conhecimento indispensável de ser trabalhado no Ensino Médio, contudo, devemos destacar que essa diversidade na concepção de energia pode tornar difícil o papel do professor em construir um ensino significativo sobre os processos de transferência de energia que integrem campos da Física. Podemos constatar essa dificuldade em lidar com o conceito de energia nas palavras de João Paulino Barbosa e Antônio Tarciso Borges:

Entre os conceitos da ciência escolar que se espera que todo estudante aprenda, o de energia é considerado como um dos mais difíceis de ser ensinado e aprendido, por várias razões: é usado em diferentes disciplinas escolares, que enfatizam os seus diferentes aspectos; no ensino fundamental, é estudado muito superficialmente, resultando apenas na aprendizagem dos nomes de algumas manifestações de energia, nem todas elas consensuais; a noção de energia é também amplamente utilizada na linguagem cotidiana, confundindo-se com outras ideias, como as de força, movimento e potência; e a aprendizagem do significado de energia em Física requer um alto grau de abstração, além de conhecimentos específicos de suas várias áreas, como mecânica, eletricidade, termodinâmica. [Barbosa e Borges 2006]

Além da dificuldade de se abordar o tema devido a sua complexidade, ainda temos também as barreiras institucionais, como, por exemplo, a estrutura de ensino e a didática que não interagem com a vivência dos estudantes. Aliás, no que tange à vivência dos estudantes, é preciso pontuar que na nossa sociedade as informações e notícias se propagam de forma ágil, o que permite que os estudantes estejam continuamente atentos a novos conhecimentos. Esse fenômeno pode ser observado quando, por exemplo, constatamos as dúvidas dos estudantes em sala de aula a respeito da crise energética brasileira em 2015. Após imenso destaque na mídia, os

alunos se questionaram sobre quais eram os motivos, expectativas e as possíveis soluções para contornar o problema energético. Entretanto, embora se percebesse uma notória curiosidade dos estudantes em tentar compreender e discutir as possíveis motivações e soluções para a crise energética do ponto de vista físico e social, ainda assim as instituições de ensino se mantiveram tradicionais na abordagem. Com isso queremos dizer que não existe a conciliação do currículo com as situações cotidianas dos estudantes, de forma a trazer mais interação e complementação do conhecimento.

Na verdade, o que se percebe de muitas instituições de Ensino Médio é a geral desarticulação entre o conhecimento que chega aos estudantes decorrente dos meios de comunicação e o desenvolvimento do conteúdo conforme esquematizado no currículo escolar. Em outras palavras, é comum as instituições de ensino médio no Brasil centrarem o foco do processo de ensino-aprendizagem nos conteúdos ministrados pelo professor, em uma relação verticalizada com os estudantes. Nessa abordagem tradicional, por vezes as discussões e reflexões mais profundas a respeito de um conhecimento pertencente ao cotidiano são substituídas por inúmeros exercícios sem contextualização cuja única proposta é avaliar a destreza dos estudantes em usar o formalismo matemático.

1.2- Objetivos e a proposta pedagógica

Neste trabalho abordamos o conceito de energia e particularmente queremos propor um ensino que possa conciliar fenômenos do cotidiano dos estudantes e ao mesmo tempo possa satisfazer suas curiosidades e sanar suas dúvidas. Para objetivar nossa abordagem partimos do referencial que para construir um aprendizado mais significativo é importante desenvolver o senso crítico e instigar os alunos a questionarem a respeito de problemas vivenciados (como os oriundos da crise energética). Para isso precisamos diluir a quantidade de exercícios sem propósito investigativos e construir uma didática interacionista com o estudante. Durante o ambiente escolar acreditamos que a relação entre professor e aluno deva ser menos verticalizadas e mais centrada em conhecimentos prévios do estudante. Segundo argumenta Paulo Freire [Freire 1984], a aprendizagem surge a partir dos sentidos, da interação e das experiências dos estudantes e não a partir dos conteúdos abstratos

abordados em sala. Na sua concepção as escolas que focam nos conhecimentos abstratos só irão formar pessoas que conseguem repetir nomes e conceitos e conseqüentemente não internalizaram o conhecimento e assim não saberão quando aplicar os conhecimentos fora do contexto escolar.

Seguindo este modelo, propomos inicialmente identificar os conhecimentos prévios dos estudantes a respeito da concepção de energia para que, ao longo do processo, possamos construir reflexões e discussões com os estudantes. Posteriormente, ao ouvir os estudantes, faremos intervenções a fim de construir conceitos importantes para compreender as transformações energéticas, tal como o tradicional Teorema da Energia Cinética. Neste momento centraremos a reflexão sobre a validade do teorema e questionaremos sobre seu uso em situações mais gerais do cotidiano. Por fim julgamos necessária a introdução de novos conceitos, tais como o de trabalho de forças internas e o Teorema do Pseudotrabalho para uma compreensão mais rica das transformações energéticas.

Outro ponto que julgamos importante na metodologia é que para um processo de aprendizagem mais coeso é preciso que haja a interação do estudante com o objeto de estudo e sobretudo que haja interação do objeto com o aluno e as demais áreas do conhecimento de forma a proporcionar um ambiente em que o aluno seja capaz de interpretar e raciocinar sobre as problemáticas que ocorrem no cotidiano. Logo, com o propósito de estabelecer uma interação entre as disciplinas, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio direcionam para o ensino interdisciplinar. Isso é confirmado pelos PCNs a citar:

Na proposta de reforma curricular do Ensino Médio, a interdisciplinaridade deve ser compreendida a partir de uma abordagem relacional, em que se propõe que, por meio da prática escolar, sejam estabelecidas interconexões e passagens entre os conhecimentos através de relações de complementaridade, convergência ou divergência. [PCN-Ensino Médio 2000]

Logo, o objetivo desse trabalho é aprofundar a concepção de energia (conservação e transferência), dando destaque para um ensino interdisciplinar cuja finalidade é melhorar o aprendizado e a compreensão dos estudantes a respeito do tema, usando a Física, a Química e a Biologia. Seguindo esse caminho, a proposta é apresentar uma didática em que se possa conciliar as três áreas do conhecimento para discutir fenômenos cotidianos. Como exemplo, pode-se usar o conhecimento da

Física, da Química e da Biologia para explicar os processos de transferência de energia quando um homem corre ou pula ou ainda como um carro adquire energia cinética se nenhum agente externo realiza trabalho.

1.3- Estrutura dos capítulos

Para dar início a nossa metodologia, no segundo capítulo desse trabalho discutimos a origem do termo energia e como foi a evolução histórica desse conceito. Com esse capítulo queremos enfatizar a dificuldade de conceituar o que essencialmente definimos como energia. Queremos também que professores e estudantes reflitam a respeito dessa dificuldade e como o processo histórico é fundamental para ampliar a concepção desse tema.

No início do terceiro capítulo apresentamos uma questão do ENEM que relaciona as transformações energéticas em um fenômeno simples do cotidiano e que no caso particular do exercício refletia a relação entre trabalho e energia de um atleta da prova de corrida dos 100 m. Essa questão foi colocada nesse trabalho para podermos avaliar os conhecimentos prévios do estudante em relação às transformações de energia. Além disso, a questão trata o fenômeno através do Teorema da Energia Cinética e por isso queríamos entender (através de um questionário) como é a interpretação do fenômeno no referencial do aluno.

A discussão a respeito da questão do ENEM nos direciona para outra discussão em relação à aplicação irrestrita do Teorema da Energia Cinética sem a compreensão do seu uso. Como consequência desse raciocínio, abrimos espaço nesse mesmo capítulo para analisarmos as abordagens didáticas e o material didático usado para explicar o Teorema da Energia Cinética. O nosso foco é averiguar se existe a atenção devida em relação à aplicação desse teorema, isto é, se destacam a limitação do teorema que não poderá ser usado em fenômenos do cotidiano e a de que não podemos tratá-los como pontos materiais. Outro objetivo desse capítulo é resgatar a concepção da relação entre trabalho e energia que acaba sendo perdida no Ensino Médio devido ao uso impulsivo (mecânico) do Teorema da Energia Cinética. Logo, trataremos nesse capítulo da Primeira Lei da Termodinâmica como uma expressão mais adequada para tratar dos fenômenos que envolvem a transferência

de energia e veremos também que o Teorema da Energia Cinética é consequência da Primeira Lei da Termodinâmica.

No quarto capítulo damos destaque a novos conceitos que julgamos necessários para um aprendizado mais completo sobre a concepção de energia. Nesse momento do trabalho apresentaremos o conceito de trabalho de forças internas e a partir dessa definição estenderemos a concepção de trabalho total, que por muitas vezes se torna incompleta nos livros didáticos. Nesse capítulo iremos introduzir a ideia de pseudotrabalho, mostrando a sua importância na esquematização de fenômenos do cotidiano, porém enfatizando não tratar de uma expressão que tenha origem em identidades energéticas válidas.

Como forma de visualizar esses novos conceitos, apresentaremos no quarto capítulo situações problemas com enredo cotidiano e que somente poderão ser interpretados com base nos conceitos de forças internas e do Teorema do Pseudotrabalho. Também neste capítulo proporemos a sugestão de um experimento como forma de fazer os estudantes visualizarem o Teorema do Pseudotrabalho sendo aplicado de forma prática e mais oportuno ainda, como se torna indispensável e o substituto do Teorema da Energia Cinética para fenômenos do dia a dia. Ressaltamos que embora este experimento seja simples, não identificamos em nenhuma literatura um experimento cuja a finalidade seja destacar a aplicação do Teorema do Pseudotrabalho e a restrição do uso do Teorema da Energia Cinética.

Por fim, destinamos o quinto capítulo para uma abordagem mais completa e interdisciplinar do conceito de energia. Logo neste momento trataremos de formas de energias menos citadas, como nos casos das energias químicas e biológicas. A partir da definição dessas energias, somando-se outros conceitos imprescindíveis da Biologia e da Química, traçaremos as sucessivas conversões de energia que ocorrem no corpo humano, até que finalmente seja visto por meio de alguma atividade física realizada.

2 - COMENTÁRIOS SOBRE A HISTÓRIA DO CONCEITO DE ENERGIA

2.1- Considerações iniciais: A importância da abordagem histórica

No que tange o panorama atual do Ensino Médio brasileiro em relação a oferecer o ensino da história da Ciência (particularmente a história da Física) como instrumento facilitador para aprendizagem, notamos que essa didática ainda não é uma realidade vivenciada pelas instituições de ensino. Ainda em relação a esse cenário, podemos afirmar que a resistência ou relutância das escolas em promover o ensino da história da Ciência nas salas de aulas do Ensino Médio tem causa e produz consequência na vida dos estudantes.

Primeiramente, podemos afirmar que a causa pela não predileção da história da Ciência no ensino de Física é oriunda de uma cultura educacional a qual visa manter o ensino tradicional. Em outras palavras, podemos afirmar que o ensino de Física presente nas instituições de Ensino Médio, tem como propósito centrar a didática com base em conteúdos e em uma relação verticalizada entre o professor e o estudante. De fato, existe uma abordagem exagerada em preparar o estudante para “decorar” formulas e conceitos da física visando provas como, por exemplo ocorre nos vestibulares. A forma como é feita a avaliação do estudante, a partir de provas de “medição de conhecimento” também contribui para a perpetuação de um modelo de ensino centrado na “enxurrada de conteúdo sem finalidade prática”. É por vivenciamos esse contexto de educação que notamos a falta de espaço para a inserção do ensino da história da Ciência e conseqüentemente trocamos um ensino de Física que promove o senso crítico por outro “engessado” e “mecanizado”.

É com vista na realidade citada no parágrafo anterior que devemos buscar a ruptura com o ensino dogmático e apresentar ao estudante novas formas de se entender Ciências. É neste contexto que inserimos a necessidade de se ensinar a história da Ciência. Com a ajuda da história, o estudante pode compreender a construção de modelos científicos, a necessidade de introduzir esse ou aquele conceito, entender por que e como um problema foi formulado; tudo isso contribui para entender significados [Dias 2001].

Além disso, o contato com questões epistemológicas e metodológicas da construção do conhecimento ficam evidenciadas. Assim, a História da Física pode abrir espaço para que o senso crítico do estudante seja despertado.

Ainda no que diz respeito ao ensino da História da Física, muitos educadores afirmam que a abordagem histórica dos conteúdos promove a educação científica, e que o professor que inserir essa abordagem nas suas aulas estará aproximando o conhecimento científico do universo cognitivo do estudante. Em outras palavras, a perspectiva histórica no ensino da Física cria um ambiente que propicia ao estudante contextualizar os conceitos estudados e ter a possibilidade de fazer retomadas históricas desses mesmos conceitos físicos.

2.2- Objetivo do capítulo

Como a proposta do nosso trabalho é desenvolver uma abordagem que facilite a compreensão dos estudantes a respeito da concepção de energia, julgamos necessário que a abordagem desse assunto seja iniciada em sala de aula, através da História. O objetivo é ilustrar significados do conceito, como sugerir. Não se trata de uma análise crítica de problemas e nem da construção do conceito.

Um outro motivo que leva à abordagem histórica a constatação das dificuldades em tratar a concepção de energia, devido à pluralidade e extensão de seu significado. Conforme observo nas aulas em que leciono, os estudantes confundem conceitos físicos, e constantemente mesclam conceitos como o de força e energia. Pode-se facilmente perceber a confusão entre esses dois conceitos quando, por exemplo, se escuta dos estudantes que para um corpo manter seu estado de movimento é preciso a aplicação de uma força. Ao pensar dessa maneira, o professor nota que o estudante atribui o estado de movimento de um corpo a ações de agentes externos (forças externas) e que esses agentes são necessários e suficientes para manter o estado de movimento contínuo. Nessa forma de pensar, percebe-se que o aluno não tem entendimento sobre as relações energéticas, e não compreende que o movimento é em essência natural ao corpo. Em outras palavras, para iniciar movimento é necessário que o corpo adquira energia e a mantenha, mas não é correto afirmar que para continuar o movimento seja necessária ação externa (forças externas).

Por vezes, a dúvida citada no parágrafo anterior acompanha o estudante por todo ciclo escolar, o que dificulta a compreensão tanto do conceito de força, quanto do conceito de energia. O conceito de energia é um caso, em que a abordagem histórica pode esclarecer dúvidas como esta.

A confusão entre força e energia foi objeto de debate a partir do século XVII e envolvendo muitos pensadores no século XVII. Na verdade, a dificuldade em separar os dois conceitos foi tão presente ao longo da história, que o emprego da palavra energia só apareceu em 1807 no artigo *A course of lectures on natural philosophy and the mechanical arts*, de Thomas Young (1773-1829) [Young 1807].

Por essa razão, neste capítulo são apresentadas discussões históricas envolvendo os dois conceitos, como por exemplo, a ideia de Força Viva de Leibniz. Construindo essa discussão em sala, espera-se proporcionar ao estudante ferramentas conceituais para diferenciar os dois conceitos, além de compreender o raciocínio que levou a construir uma ideia do que seja energia.

2.3- A dificuldade em se conceber a ideia de força de Newton

Em 1687, Isaac Newton publicou a obra: *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural* (*Philosophia Naturalis Principia Mathematica*). No Livro I dessa obra, Newton enuncia três leis do movimento e resolve o problema do movimento sob força central (terminologia moderna). Ele introduz o conceito atual de força, em sua segunda lei ou axioma, mas não elabora seu significado. O problema da força central é tratado geometricamente ou, na linguagem de Newton, por meios sintéticos (como oposto ao analítico). Assim, força é um segmento direcionado ao centro de força, e sua expressão analítica é dada por áreas de figuras. A própria expressão $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, como usada por Newton, é considerada ser uma definição e não uma equação.

O livro foi alvo de críticas, principalmente dos cartesianos, que consideraram o conceito de força como uma volta às qualidades ocultas. Uma clara crítica à Segunda Lei de Newton partiu do padre Pierre Mersenne (líder cartesiano). De acordo com ele, somente seria possível desenvolver uma ciência descritiva do movimento, pois não existe a possibilidade da ciência compreender a totalidade de suas causas, uma vez que seria impossível prever as ações de Deus. O ceticismo sobre a possibilidade do conhecimento de causas dos fenômenos tem fundamento em uma vertente filosófica

denominada Ocasionismo, influente entre cartesianos, cujo principal expoente foi Malebranche. Segundo esse pensamento filosófico, Deus é a causa de todo e qualquer efeito no Universo; fenômenos como força seriam ocasiões para a ação de Deus. As causas dos fenômenos que ocorrem no mundo natural seriam, portanto, causas ocasionais da vontade divina, e não suas verdadeiras causas eficientes. Logo, de acordo com o pensamento ocasionalista, as leis não podem ser deduzidas a priori e conseqüentemente essa forma de pensar era conflitante com o conceito de força.

Outra crítica importante partiu de Jean Le Rond D'Alembert no século XVIII. De acordo com ele, não haveria significado na relação $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, pois seria vago atribuir uma causa (\vec{F}) ao efeito ($m \cdot \vec{a}$). A força no lado esquerdo da equação seria, apenas, uma abreviação para $m \cdot \vec{a}$, mas não um novo conceito

2.4- O conceito de força: Diferença entre o pensamento de Newton e Leibniz

Gottfried Wilhelm Leibniz construiu uma "metafísica da força", elaborando a necessidade de vários conceitos para explicar o mundo e sua permanência e a causa do movimento. Ele estendeu o conceito de força, como no quadro abaixo.

A CONCEPÇÃO DE FORÇA SEGUNDO LEIBNIZ			
FORÇAS PRIMITIVAS	ATIVA	ENTELÉQUIA	
	PASSIVA	IMPENETRABILIDADE	
FORÇAS DERIVADAS	ATIVA	VIVA	mv^2
		MORTA	$\Delta(mv)$
	PASSIVA		RESISTÊNCIA

Figura 2.1: Resumo da concepção de Leibniz sobre as forças.

As "forças primitivas" têm origem metafísica, A força primitiva ativa é a própria "essência" das coisas, e expressa uma permanência. A força primitiva passiva é mais

bem entendida modernamente como a massa. As forças derivadas são "modos" ou realizações das primitivas. As forças derivadas passivas são mais bem entendidas como inércia ou capacidade de resistir ao movimento. As derivadas ativas são conceitos que pertencem à Física de hoje. A força morta age em equilíbrio e é aquela que existe, no momento em equilíbrio é quebrado ou o movimento modificado; portanto é a causa do início do movimento; entre elas, Leibniz coloca a gravitação e a força centrípeta. A força viva atua após o início do movimento.

Newton acreditava, deveria existir um Deus atuante e responsável por "dar corda" no Universo, uma vez que as forças de resistência ao movimento estariam sempre presentes a fim de cessar o movimento. Para Leibniz, Deus não precisaria atuar constantemente. Ele acreditava na conservação da força ao longo do movimento, e conseqüentemente pensar o Universo operaria de modo contínuo, sem precisar da intervenção constante de Deus.

De maneira mais simples, podemos afirmar que no modo de pensar de Newton, a força é percebida como algo **extrínseco** ao corpo, ou seja, que lhe é comunicada por outros corpos que estão em sua vizinhança, e que por isso é algo que atua em um corpo com a finalidade de mudar seu estado de movimento. Com sua classificação e separação de vários conceitos, Leibniz pôde propor uma "força do movimento" que se conservasse sem a atuação constante de Deus.

2.5- A Força Viva de Leibniz e a crítica aos cartesianos: $m \cdot v^2$ ou $m \cdot v$?

Em meio à discussão filosófica sobre o conceito de força, devemos ressaltar que os cartesianos e Leibniz compartilharam de um pensamento em comum no que diz respeito à interpretação dada para força. Ambos concordavam com a ideia de uma força de origem intrínseca ao corpo e que tende a se conservar. A divergência entre ambos os pensamentos centra-se na forma como é medida a "força de um corpo em movimento". Segundo o pensamento cartesiano, a quantidade de movimento é colocada por Deus de forma imutável no Universo. Assim sendo, de acordo com Descartes, quantidade correta de força conservada seria dado pelo produto $m \cdot v$.

Descartes argumenta que a quantidade de movimento colocada por Deus no momento da Criação não pode variar, pois os atos do Criador devem ser imutáveis. Isso justifica, ainda, a lei da inércia. Em um círculo, o movimento seria diferente,

dependendo do momento da Criação, pois pontos diferem pelo sentido da tangente; só a linha reta tem a simetria que preserva o ato do Criador, pois pontos na reta são idênticos.

Frequentemente nossos novos filósofos se servem da famosa regra em que Deus conserva sempre a mesma quantidade de movimento do universo. De fato, isto é muito plausível e antes eu próprio a tinha como indubitável. Porém, há algum tempo reconheci em que consiste o seu erro. O Senhor Descartes e muitos hábeis matemáticos têm acreditado que a quantidade de movimento, isto é, a velocidade multiplicada pela magnitude (massa) do móvel é exatamente a força motriz ou, para falar matematicamente, que as forças estão na razão direta das velocidades e das magnitudes (...) [Ponczek 2000].

Para refutar o pensamento da força cartesiana ($F = m \cdot v$) e substituí-la pela sua ideia de Vis viva (força viva), Leibniz se baseou no seguinte experimento mental ilustrado na figura a seguir:

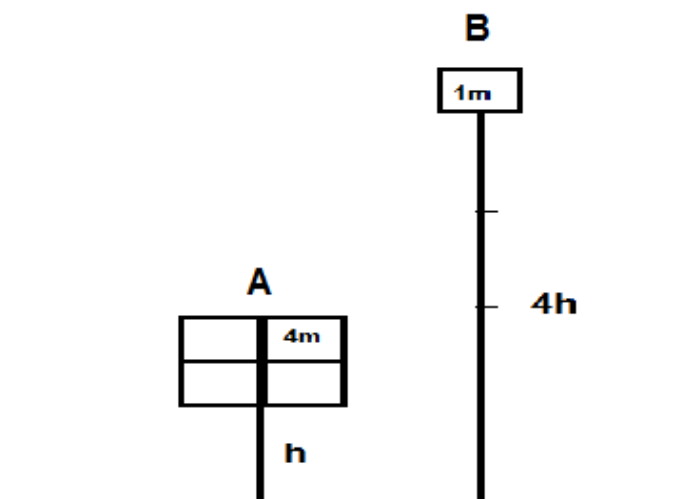


Figura 2.2: A figura ilustra o experimento proposto por Leibniz para validar seu pensamento.

Na figura 2.2 existem dois corpos (A e B) de alturas e massas diferentes. Conforme Leibniz pensava, a força deve ser medida pelo “efeito” que “causa” e, assim sendo, uma vez medido o impacto causado por um corpo ao cair, poderíamos medir a força (Vis viva). Logo, Leibniz começou afirmando que a força exigida para elevar um corpo A de massa $m_A = 4$ a uma altura $h_A = 1$ é idêntica em “causa” e “efeito” à força exigida em outro corpo B, de massa $m_B = 1$ a uma altura $h_B = 4$. Ora, Galileu e Torricelli já haviam descoberto que as velocidades finais de um corpo em queda livre eram proporcionais à raiz quadrada da altura e, dessa forma, se A e B tivessem forças

iguais (causassem os mesmos efeitos), segundo predizia o pensamento cartesiano, haveria o seguinte absurdo:

$$F_A = F_B$$

$$m_A \cdot v_A = m_B \cdot v_B$$

$$4 \cdot v_A = 1 \cdot v_B$$

$$v_B = 4v_A$$

Conforme Galileu e Torricelli já haviam descoberto: $v^2 \propto h$, logo:

$$(v_B)^2 = (4v_A)^2$$

$$h_B = 16h_A$$

Portanto, se seguíssemos o pensamento cartesiano obteríamos as alturas para os corpos A e B iguais a $h_A = 1$ e $h_B = 16$, mas conforme a descrição inicial do problema, temos $h_B = 4$. Sendo assim, a concepção de força cartesiana para Leibniz leva ao absurdo, e por isso deve ser abandonada.

$$F \neq m \cdot v$$

Importante ressaltar mais uma vez que o princípio de conservação de energia e os conceitos de energia potencial e cinética não estavam estabelecidos na época de Leibniz. Sendo assim, o que levou Leibniz a idealizar esse experimento e chegar a suas conclusões?

Leibniz argumenta que a proporcionalidade da altura com a velocidade, como requer a força cartesiana, só vale para equilíbrio. Pelo princípio da balança, conhecido desde a Idade Média, $\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}$, onde l_1 e l_2 são os braços da alavanca. Ora, se o equilíbrio se partisse, os braços girariam em torno do pivô, um para cima, outro para

baixo, e as extremidades percorreriam uma distância (virtual) $ds = l \cdot d\theta$, onde θ é o ângulo de rotação. Por outro lado, $ds = v \cdot dt$, onde v é a velocidade virtual, isto é, a velocidade com a qual os braços moveriam ao longo do arco de círculo. Logo:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

Fazendo $f = m \cdot g$, segue-se que:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

2.6- A confusão entre força e energia: A evolução do conceito de energia

Apesar das críticas ao pensamento aristotélico desenvolvidas durante a Alta Idade Média, novos princípios ainda estavam em gestação nos séculos XVI e XVII. Segundo Aristóteles, movimento, no sentido original grego, de transformação (que inclui o movimento local) só ocorre, quando o corpo está deslocado de seu lugar natural e é, por isso, um "ser em potência". Em seu lugar natural, não é mais "ser em potência" e não há necessidade de transformar-se.

Descartes enuncia o princípio da inércia e associou a ele uma quantidade conservada. Apesar dele não ter formulado o conceito de massa (falava em tamanho), se abrimos mão de rigor, pode muito bem ser $mv = \text{constante}$. Newton introduziu em seu axioma 2 ou lei 2 uma definição da força que causa e altera o movimento. Mas o conceito de força não foi aceito imediatamente pelos cartesianos. Leibniz fundamentou o conceito em bases filosóficas; e propôs que a manutenção do movimento estava associada a uma quantidade conservada, a vis-viva. Seu critério é que a força deve ser medida pelo efeito e o efeito é a altura de onde cai.

Em relação ao conflito de ideias, D'Alembert justifica mais tarde que a quantidade $m \cdot v$ é aplicável ao equilíbrio, enquanto a quantidade $m \cdot v^2$ é a mais apropriada para analisar o movimento.

Leibniz acreditava que transformações na Natureza não ocorrem em saltos. Não poderia acreditar, pois, em átomos, mas em um contínuo e só poderia considerar colisões elásticas.

Outro matemático e físico importante do século XVII que ajudou a construir o conceito de energia e influenciou o pensamento de Leibniz foi Christiaan Huygens. A sua principal colaboração na construção do conceito de energia partiu de suas observações das colisões entre corpos. Huygens, ao estudar a colisão elástica de “corpos duros”, como por exemplo, bolas de bilhar, afirmou: “A soma dos produtos da massa de cada corpo duro pelo quadrado da sua velocidade é sempre a mesma antes e depois do encontro”. Huygens não tentou escrever uma “filosofia natural”. Ele dedicou-se a resolver problemas específicos e um deles foi o do “relógio do segundo”. Nesse processo, usou o formalismo geométrico do cálculo para escrever a força centrífuga e seu método de cálculo foi usado e aperfeiçoado por Newton.

Na linguagem que hoje usamos no Ensino Médio, definimos força conforme o pensamento newtoniano, enquanto os pensamentos de Leibniz e Huygens deram origem ao que hoje entendemos como energia. De fato, sabemos hoje que o Vis viva ($m \cdot v^2$) de um corpo corresponde ao dobro da energia cinética, grandeza física que somente foi definida no século XIX por Thomas Young no seu artigo *A course of lectures on natural philosophy and the mechanical arts* [Young 1807]. O termo energia dado por Lorde Kelvin tem origem no Grego *energia*, cujo significado é “em movimento” ou “em funcionamento”. Apesar de Leibniz em sua época não formalizar o conceito de energia, pode-se especular que suas ideias foram as precursoras para a construção do conceito.

As ideias começadas com Newton, Descartes, Leibniz e outros, serviram de alicerce para a evolução do pensamento científico a respeito das concepções de força e energia. A primeira metade do século XIX, já marcada pelo progresso do avanço tecnológico e científico, podemos afirmar que marca o ápice das ideias que culminaram para o estabelecimento da lei de conservação da energia. Em 1829, o francês Gustave Gaspard Coriolis apresentou o conceito de trabalho mecânico por meio da integral de linha da força em relação à distância ($\int \vec{F} \cdot d\vec{l}$), e concluiu usando as leis de Newton que o resultado é igual à metade da variação do Vis viva (Teorema da Energia Cinética).

A partir da final da primeira metade do século XIX, a visão antiga, originada na Antiguidade Clássica, de que calor seria associado ao movimento das partes menores da matéria venceu a teoria rival. Essa era a teoria do calórico, de vida curta, mas que produziu resultados depois incorporados à nova teoria do calor.

Os experimentos de John Prescott Joule mostraram a interconversão de energia térmica e mecânica e depois entre outras formas, como elétrica e magnética.

A partir de então, o calor passou a ser incorporado também nas equações que regem o princípio de conservação da energia. Assim, com a evolução e extensão dos conceitos de trabalho e calor, a compreensão da forma como a energia é transferida de um sistema para outro estava se tornando completa. O trabalho realizado pelas forças passou a ser interpretado como uma forma de transferir energia mecânica, enquanto o calor passou a ser visto como uma forma de transferir a energia quando há diferença de temperatura. Por fim, no século XIX os trabalhos de cientistas como Mayer, Joule e Helmholtz culminaram para a ideia da conservação da energia. Ao fim de tudo, a ideia trazida por Leibniz de *Vis viva* séculos antes, foi unificada com os conceitos de trabalho e calor, dando origem a uma das mais importantes leis da Física, a Primeira Lei da Termodinâmica.

3 - A AUTOMAÇÃO DO TEOREMA DA ENERGIA CINÉTICA E A NECESSIDADE DE AMPLIAR O CONHECIMENTO SOBRE ENERGIA

Certamente o processo de ensino e aprendizagem de Física deve estar em constante transformação à medida que a sociedade mude a sua forma de pensar. Assim, é de se esperar que os conteúdos do currículo de Física no Ensino Médio sofram transformações para se adequarem às necessidades da sociedade moderna. Além disso, a partir das diretrizes apresentadas nos PCN, a Física passa a preparar o estudante para uma visão mais crítica, a fim de torná-lo mais participativo e questionador de sua realidade. Seguindo por este caminho, o próprio PCN julga indispensável discutir os problemas envolvendo as questões energéticas devido à grande relevância social e, portanto, é esperado que ao longo do tempo as concepções de trabalho e energia estudadas durante o Ensino Médio devam sofrer transformações significativas em sala de aula.

Aprender sobre a essência do conceito de energia é tão importante para a conscientização futura dos estudantes que durante o ciclo escolar do Ensino Médio é possível perceber que esses conceitos estão presentes a todo momento no currículo da Física e nos seus diferentes campos, como Mecânica, Termodinâmica e Eletricidade. Isso é facilmente notado, por exemplo, quando se observa o currículo mínimo do Estado do Rio de Janeiro. De acordo com esse currículo, elaborado pela secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro, é possível perceber a predileção pela inserção dos múltiplos conceitos de trabalho e energia nas várias áreas de segmento da Física, tendo como objetivo desenvolver um aprendizado voltado para o cotidiano do estudante. A tabela a seguir ilustra a forma como atualmente o ensino de energia é feito nas escolas públicas do Estado do Rio de Janeiro [Currículo Mínimo: Física 2012].

SÉRIE	BIMESTRE	TEMA	HABILIDADES E COMPETÊNCIAS
1º Ano	3º Bimestre	Relatividade geral e restrita	<ul style="list-style-type: none"> - Construir conceito de energia. - Identificar a relação entre massa e energia na relação $E = m.c^2$.
2º Ano	1º Bimestre	Máquinas térmicas	<ul style="list-style-type: none"> - Compreender os conceitos de trabalho e potência a partir de uma máquina térmica. - Compreender a relação entre variação de energia térmica e temperatura para avaliar mudanças na temperatura.
	2º Bimestre	Termodinâmica	<ul style="list-style-type: none"> - Compreender a conservação de energia nos processos termodinâmicos.
	3º Bimestre	Conservação e transformação da energia	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar transformações de energia e a conservação que dá sentido a essas transformações, quantificando-as quando necessário. Identificar também formas de dissipação de energia e as limitações quanto aos tipos de transformações possíveis, impostas pela existência, na natureza, de processos irreversíveis.
	4º Bimestre	Energia Nuclear	<ul style="list-style-type: none"> - Compreender que o Sol é a fonte primária da maioria das formas de energia de que dispomos.
3º Ano	1º Bimestre	Potência e Energia elétrica	<ul style="list-style-type: none"> - Dimensionar o consumo de energia elétrica/residência, sobretudo seus aspectos sociais, econômicos, culturais e ambientais.

Tabela 3.1: A tabela ilustra o currículo do Estado do Rio de Janeiro e as séries em que podemos encontrar o conhecimento de energia.

Tomando como referência o planejamento de Física elaborado pela secretaria de Estado e Educação do Rio de Janeiro, notamos a recorrência ao tema energia em todas as séries e nas diversas áreas da Física e as diversas competências e habilidades que devem ser trabalhadas com os estudantes. Ao observar com atenção as competências e habilidades que devem ser trabalhadas em sala de aula percebe-se que o foco é o desenvolvimento do estudante para interpretar o seu cotidiano. Note também que, como consequência de desenvolver tais habilidades e competências com o estudante, estaremos direcionando-o para ser um cidadão mais crítico e consciente em relação às questões energéticas na sociedade.

Mesmo assim, ainda que o currículo mínimo e os PCN apontem para uma proposta de ensino e aprendizado com a finalidade de trabalhar com os conhecimentos físicos voltados para incorporar e compreender fenômenos cotidianos e atuais, o mesmo não se pode dizer da prática. Apesar de toda a evolução e discussão dos meios para melhorar o ensino de Física com base nos preceitos mencionados, ainda há materiais de apoio, como a maior parte dos livros didáticos, que permanecem estancados em desenvolver e aprimorar os conceitos de trabalho e energia ao longo de anos de edições. Logo, encontra-se uma situação contraditória na qual há a necessidade de ampliar o horizonte de conhecimento, mas os instrumentos que podem possibilitar isso permanecem conservadores.

A perpetuação de equívocos e a fragmentação dos conhecimentos a respeito dos processos energéticos nasce nos livros didáticos a partir da automatização do teorema da Energia Cinética, visto que é aplicado de forma imutável a todos os fenômenos. As obras pouco argumentam a respeito das inúmeras formas de se adequar o teorema à realidade física. A partir disso, são percebidos equívocos na forma de trabalhar o teorema, como, por exemplo, em situações que envolvam movimento e força de atrito. O aluno do Ensino Médio é facilmente convencido de que para haver o movimento de um automóvel ou do corpo humano é necessária a ação de uma força externa (força de atrito) realizando trabalho para que altere sua energia cinética. Essa não é a interpretação adequada para o fenômeno, como veremos adiante, contudo é comumente difundida no Ensino Médio.

A priori, salienta-se que as possíveis omissões e limitações aos conteúdos compartilhados pelos livros didáticos podem prejudicar a didática dos professores

decorrente de dois motivos. O primeiro deles é que por muitas vezes o professor diverge do conteúdo apresentado pelo livro didático e assim, por uma questão de preservação, acaba por restringir o desenvolvimento das aulas. O segundo motivo é que muitos professores espelham suas aulas em livros e assim omissões e limitações do assunto podem levar o professor a construir uma aula fragmentada.

Importa ressaltar que essa realidade também não é exclusiva do Brasil. Autores como John W. Jewett Jr., da Califórnia, aponta críticas ao ensino do conceito de energia divulgado por professores e que acabam criando dúvidas aos estudantes. No seu artigo *Energy and the Confused Student I: Work* [Jewett, 2008] que compõe uma série de cinco artigos sobre a confusão dos estudantes diante do tema, o autor esclarece o quanto ensinar é importante e difícil ao mesmo tempo.

A energia é um conceito crítico utilizado na análise dos fenômenos físicos e é muitas vezes o ponto de partida essencial na física para a resolução de problemas. É um conceito global que aparece em todo o currículo de física em mecânica, termodinâmica, eletromagnetismo e física moderna. Energia está também no coração de descrições de processos em biologia, química, astronomia e geologia. Portanto, é importante discutir o tema da energia de forma clara e eficaz em apresentações de livros didáticos e de palestras. Infelizmente, este tema é cheio de possibilidades de confundir o estudante se a apresentação não é cuidadosamente trabalhada pelo instrutor ou o livro. Há uma série de passos, no entanto, que podem ser feitos no ensino sobre energia com a finalidade de reduzir ou eliminar as fontes de confusão para os alunos [Jewett 2008].

Visto que situações como as mencionadas anteriormente existem, a proposta desse capítulo é discutir um processo de ensino e aprendizado que aprimore os conhecimentos que estão presentes na sala de aula e que introduza novos conhecimentos com a intenção de facilitar aos estudantes a compreensão dos processos de transformação de energia no dia a dia.

Primeiramente, como forma de identificar que existem falhas muito atuais no ensino e aprendizado de energia no ciclo escolar, será abordada uma questão do ENEM-2015, na qual verifica-se a automação em aplicar o Teorema da Energia Cinética menosprezando o fenômeno físico retratado. Após essa seção, será discutida a análise de nove livros muito usados no Ensino Médio com a finalidade de observar a metodologia aplicada para construir os conceitos.

Após diagnosticar os equívocos cometidos nos processos de ensino, serão sugeridos ao longo do capítulo novas ideias que visem melhorar o processo de ensino, principalmente o promovido pelos livros. Dessa maneira, para contornar os problemas,

serão apresentados novos conceitos como, por exemplo, o de trabalho de forças internas. Em outro momento, para uma melhor concepção do Teorema da Energia Cinética será discutida, ao longo da análise dos livros, a extensão da validade do teorema. Nesse momento será conveniente abordar os conceitos de partícula e sistema que foram esquecidos no Ensino Médio, mas que são extremamente importantes para interpretar o processo de transferência de energia. Como fruto da compreensão desses dois conceitos concluiremos que o Teorema da Energia Cinética precisa ser redefinido para fenômenos em que não possam ser reproduzidos como partícula e assim há necessidade de ampliar ainda mais a concepção de energia.

Por fim, a partir da conceituação de sistemas de partículas, concluiremos que o Teorema da Energia Cinética não pode ser derivado na mecânica a partir das leis de Newton. A preocupação é apontar que o teorema em si é resultado de processos termodinâmicos. Logo, é essencial abordarmos os conceitos da Termodinâmica, começando pela primeira lei, para obtermos o Teorema da Energia Cinética.

3.1- A automação do Teorema da Energia Cinética na questão do ENEM-2015

A prova do Exame Nacional do Ensino Médio é famosa por todo ano trazer questões contextualizadas para os alunos, como forma de averiguar se eles são capazes de argumentar e criticar os fenômenos cotidianos. A prova do ano de 2015 não foi diferente. Contudo, dentre as questões da prova de Física, chamou a nossa atenção uma em especial que retrata uma situação banal com a intenção de fazer os estudantes aplicarem seu conhecimento de energia. A questão a qual nos referimos é a de número 64 do caderno azul, que pode ser visualizada a seguir:

QUESTÃO 64

Uma análise criteriosa do desempenho de Usain Bolt na quebra do recorde mundial dos 100 metros rasos mostrou que, apesar de ser o último dos corredores a reagir ao tiro e iniciar a corrida, seus primeiros 30 metros foram os mais velozes já feitos em um recorde mundial, cruzando essa marca em 3,78 segundos. Até se colocar com o corpo reto, foram 13 passadas, mostrando sua potência durante a aceleração, o momento mais importante da corrida. Ao final desse percurso, Bolt havia atingido a velocidade máxima de 12 m/s.

Disponível em: <http://esporte.uol.com.br>. Acesso em: 5 ago. 2012 (adaptado).

Supondo que a massa desse corredor seja igual a 90 kg, o trabalho total realizado nas 13 primeiras passadas é mais próximo de:

- A** $5,4 \times 10^2$ J.
- B** $6,5 \times 10^3$ J.
- C** $8,6 \times 10^3$ J.
- D** $1,3 \times 10^4$ J.
- E** $3,2 \times 10^4$ J.

Figura 3.1: A figura ilustra a questão do ENEM de 2015 citada.

A questão acima pede que os estudantes calculem o trabalho total realizado nas primeiras 13 passadas de Usain Bolt. Por trabalho total entende-se o realizado por todas as forças que realizam trabalho ao longo deste deslocamento. Perceba que a questão não menciona quais são as forças que realizam trabalho, permitindo assim que o aluno possa afirmar que qualquer força que supor esteja certa de realizar trabalho.

De acordo com o gabarito oficial da prova o aluno deveria aplicar o Teorema da Energia Cinética para acertar a questão. Para solucionar a questão então o aluno deveria fazer:

$$\tau_{\text{Resultante}} = \Delta E_{\text{Cinética}} \quad (3.1)$$

$$\tau_R = E_C - E_{C0}$$

$$\tau_R = \frac{m \cdot V^2}{2} - \frac{m \cdot V_0^2}{2}$$

$$\tau_R = \frac{90 \cdot 12^2}{2} - \frac{90 \cdot 0^2}{2}$$

$$\tau_R = \frac{90.144}{2} - 0$$

$$\tau_R = 6480 \text{ J}$$

O resultado encontrado para trabalho total é de 6480 Joules, entretanto, a questão pede o valor aproximado. Logo, o gabarito da questão é $6,5 \times 10^3$ Joules.

Para averiguar a interpretação física da questão dada pelos estudantes foi feito um questionário pelo qual foi pedido a 31 alunos do 2º ano e 18 alunos do 3º ano do Ensino Médio que não resolvessem o problema. Apenas foi pedido que alunos analisassem as oitos questões a seguir e dessem seus pareceres a respeito daquele questionamento.

Data: / /

Nome: _____

Escola: _____ Série: _____

- ✓ **Observe a questão abaixo que foi retirada da prova do ENEM-2015. O objetivo principal não é a resolução da questão, mas sim refletir sobre o fenômeno retratado a partir dos questionamentos.**
- ✓ **Responda as questões em sequência refletindo sobre a resposta dada.**

(ENEM-2015) Uma análise criteriosa do desempenho de Usain Bolt na quebra do recorde mundial dos 100 metros rasos mostrou que, apesar de ser o último dos corredores a reagir ao tiro e iniciar a corrida, seus primeiros 30 metros foram os mais velozes já feitos em um recorde mundial, cruzando essa marca em 3,78 segundos. Até se colocar com o corpo reto, foram 13 passadas, mostrando sua potência durante a aceleração, o momento mais importante da corrida. Ao final desse percurso, Bolt havia atingido a velocidade máxima de 12 m/s.

Supondo que a massa desse corredor seja igual a 90kg, o trabalho total realizado nas 13 primeiras passadas é mais próximo de:

- a) $5,4 \times 10^2 \text{ J}$ b) $6,5 \times 10^3 \text{ J}$ c) $8,6 \times 10^3 \text{ J}$ d) $1,3 \times 10^4 \text{ J}$
e) $3,2 \times 10^4 \text{ J}$

1) A questão versa sobre o desempenho do corredor Usain Bolt na prova dos 100 metros rasos. Você acredita que o movimento de Bolt ao realizar a prova seja feito com aceleração constante, isto é, um movimento retilíneo uniformemente variado?

Sim Não

2) Para resolver a questão seria necessário aplicar o conhecimento de qual das áreas abaixo:

- Cinemática (aplicar as equações estudadas para M.R.U.V.).
- Dinâmica (aplicar o Teorema da Energia Cinética).
- Outro.

3) Na sua opinião quais são as forças externas que agem em Bolt e que não foram citadas no enunciado da questão?

4) A questão pede para calcular o trabalho total realizado ao longo da prova. Sabendo que trabalho total é a soma de todos os trabalhos, qual(is) da(s) força(s) a seguir você acredita estar realizando trabalho enquanto Bolt está correndo?

- Força Peso.
- Força Normal.
- Força de Resistência do ar.
- Força de Atrito.
- Outra(s). Qual(is)? _____

5) Observe agora a resolução oficial da questão.

$\tau_{\text{Resultante}} = \Delta E_{\text{Cinética}}$ $\tau_R = E_C - E_{C0}$ $\tau_R = \frac{m \cdot V^2}{2} - \frac{m \cdot V_0^2}{2}$	$\tau_R = \frac{90 \cdot 12^2}{2} - \frac{90 \cdot 0^2}{2}$ $\tau_R = \frac{90 \cdot 144}{2} - 0$ $\tau_R = 6480 \text{ J}$	<p>Logo por aproximação:</p> $\tau_R = 6,5 \times 10^3 \text{ Joules}$
--	---	--

O gabarito oficial utiliza o Teorema da Energia Cinética como forma de encontrar a resposta. Analisando o teorema conforme ele foi aplicado e levando em consideração o que foi respondido na quarta questão, você acredita que o teorema aplicado contemple a situação física experimentada? Justifique a opção.

Sim. Não. Estou em dúvida.

6) Atente para o fenômeno analisado. Diferentemente do exposto no livro didático, o fenômeno retrata a movimentação de um corredor que possui autonomia para se movimentar como imaginar. Em relação a este fato, você acredita que a energia cinética adquirida por Bolt ao longo da prova possa vir de processos internos, como, por exemplo, trabalhos realizados por forças internas?

Sim. Não.

7) No caso de acreditar que existam forças internas realizando trabalho nesta situação, você acredita que todo trabalho realizado por essas forças seja convertido em energia cinética de translação?

Sim. Não. Não acredito que forças internas possam realizar trabalho.

8) À medida que você foi respondendo este questionário, em algum momento mudou de opinião? Em qual questão? O que mudou?

Como forma de não influenciar os alunos foi pedido para que as questões fossem respondidas em ordem para que não houvesse influência das perguntas posteriores sobre as suas respostas. Para garantir que os estudantes não fossem induzidos pelas perguntas, cada questão foi lida em sala pelo professor e esperado um tempo até a leitura da questão seguinte.

A primeira questão queria que os alunos interpretassem que o movimento realizado por Usain Bolt ao longo da prova não é uniformemente variado. Essa questão serve de base para a segunda questão. Assim, primeiramente buscava-se descobrir se os alunos não associariam o movimento de Bolt ao tipo uniformemente variado e posteriormente, através da segunda questão, se concluiriam que não poderiam usar equações da cinemática para resolver a questão, restando assim aos estudantes se perguntarem se para solucionar o problema seria necessário usar o Teorema da Energia Cinética ou um outro conhecimento.

Analisando primeiramente os dados obtidos da turma do 2^o ano, observa-se que na primeira questão 8 alunos concluíram que o movimento de Bolt é uniformemente variado, enquanto os outros 23 alunos afirmaram que se trata de um movimento variado. Essas quantidades estão de acordo com o esperado na segunda questão. Neste ponto, 7 alunos responderam que seria necessário aplicar equações da cinemática para resolver o problema, enquanto os outros 24 disseram que seria necessário aplicar o Teorema da Energia Cinética. Importante ressaltar que nenhum aluno sugeriu aplicar outro conhecimento para resolução do problema. Os gráficos a seguir ilustram o desempenho dos alunos nas duas primeiras questões.

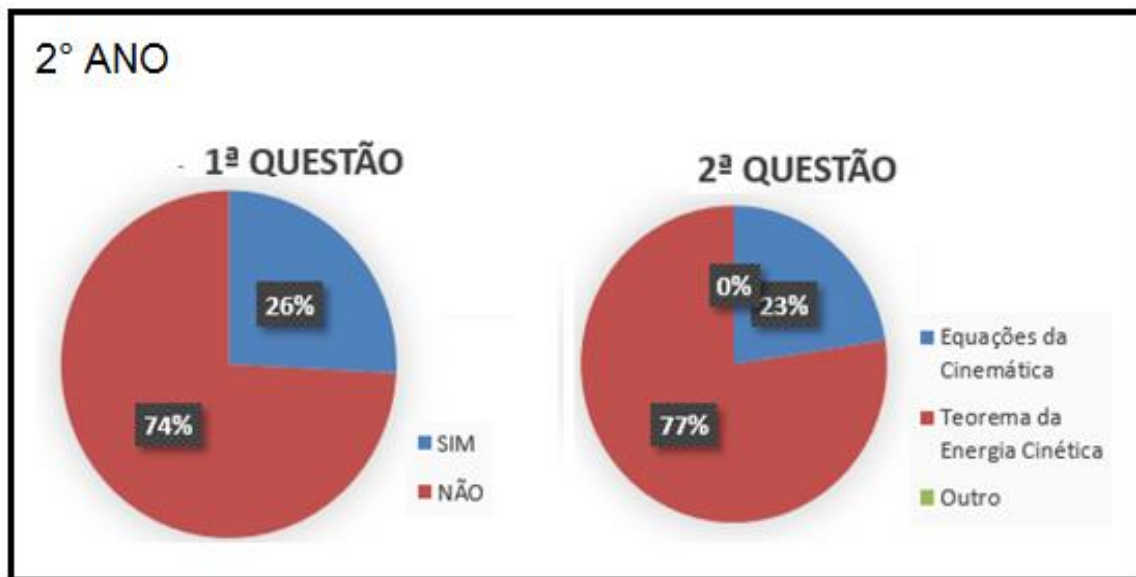


Figura 3.2-A: O gráfico ilustra o padrão de respostas dos alunos do 2º ano para as duas primeiras questões.

Em relação aos alunos do 3º ano, apenas um aluno afirmou que o atleta se moveria com aceleração constante durante a prova, enquanto 17 discordaram. Na questão posterior, curiosamente, ninguém respondeu que a solução do problema poderia ser resolvida por equações da cinemática. Dos 18 alunos, a maioria (16 alunos) respondeu que deveria ser aplicado o Teorema da Energia Cinética e apenas dois alunos responderam que deveria ser aplicado outro conhecimento para solucionar a questão, conforme pode ser visualizado abaixo.

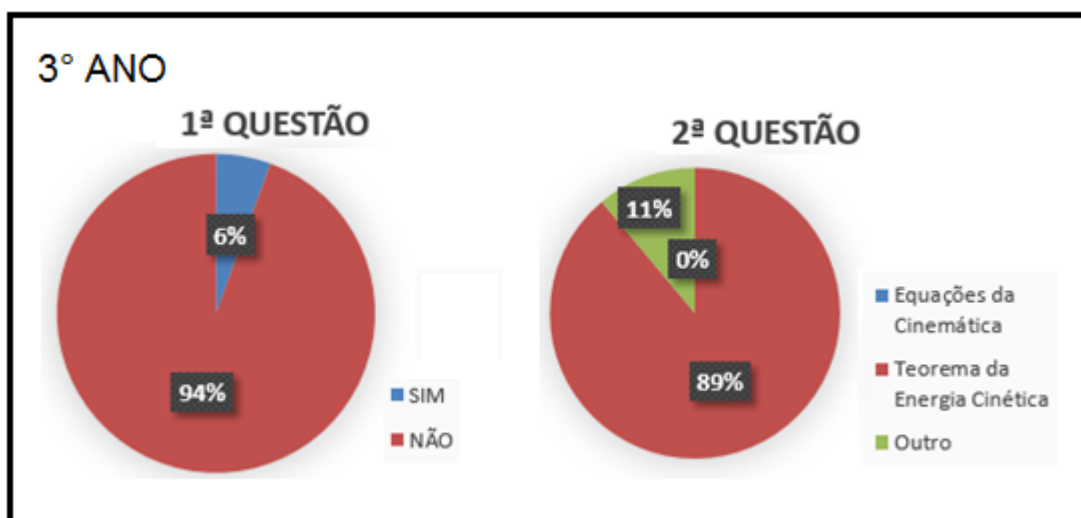


Figura 3.2-B: O gráfico ilustra o padrão de respostas dos alunos do 3º ano para as duas primeiras questões.

Analisando o desempenho dos 49 estudantes entrevistados nas duas primeiras questões, obteve-se os gráficos a seguir:

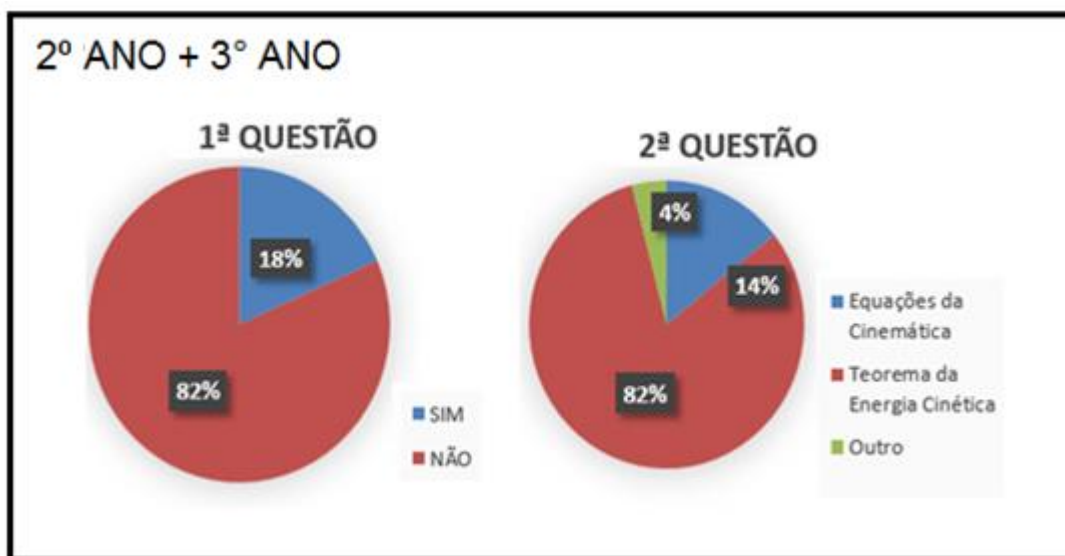


Figura 3.2-C: O gráfico ilustra o padrão de respostas de todos os estudantes entrevistados para as duas primeiras questões.

A partir dos resultados acima, percebe-se que a maioria dos alunos seguiriam o raciocínio semelhante ao do gabarito do ENEM para resolver a questão e, portanto, usariam o Teorema da Energia Cinética. Logo, os estudantes entendem que o teorema tem aplicabilidade a todos os tipos de movimento, incluindo movimentos variados como os de Usain Bolt. De fato, a maioria dos alunos que responderam sim para primeira questão também responderam posteriormente que o problema poderia ser resolvido com base nos conhecimentos da cinemática, enquanto a maioria dos que disseram não para primeira questão argumentaram que o problema poderia ser resolvido através do uso do Teorema da Energia Cinética. Ainda em relação à segunda questão, não houve nenhum aluno que tenha respondido que para realizar o problema poderia ser aplicado tanto o conhecimento da cinemática quanto o Teorema da Energia Cinética. Dentre aqueles que afirmaram que existiria um outro meio de resolver o problema, nenhum foi capaz de dizer quais outros conceitos seriam necessários para sua solução.

Seguindo para a terceira questão, a razão pela qual ela foi proposta é avaliar se os alunos sabem identificar todas as forças externas que agem sobre Bolt, visto que a questão formulada pelo ENEM não esclarece nada a respeito. Logo, desejava-

se que os alunos identificassem as forças mais comuns presentes no cotidiano, tais como as forças peso, normal, atrito e resistência do ar. Novamente, analisando primeiramente os alunos do 2º ano, observou-se que somente sete alunos identificaram de forma preliminar as quatro forças citadas no parágrafo anterior. A maior parte dos estudantes do 2º ano (14 alunos) responderam que somente existem duas forças externas agindo sobre Bolt. Dentre estes 14 alunos, seis alunos mencionaram as forças peso e normal, quatro citaram apenas as forças de resistência do ar e de atrito, três citaram as forças normal e de atrito e apenas um respondeu que atuam em Bolt somente as forças peso e de atrito. Complementando a questão, observou-se também que dos 31 alunos entrevistados, oito alunos citaram que existem 3 forças externas agindo em Bolt e apenas dois citaram apenas uma força. Dentre aqueles que disseram existir três forças, a mais citada foi a força normal (7 alunos), seguida da força de resistência do ar (6 alunos), de atrito (6 alunos) e peso (5 alunos). Observe no gráfico abaixo a quantidade de vezes que cada força foi lembrada pelos alunos.

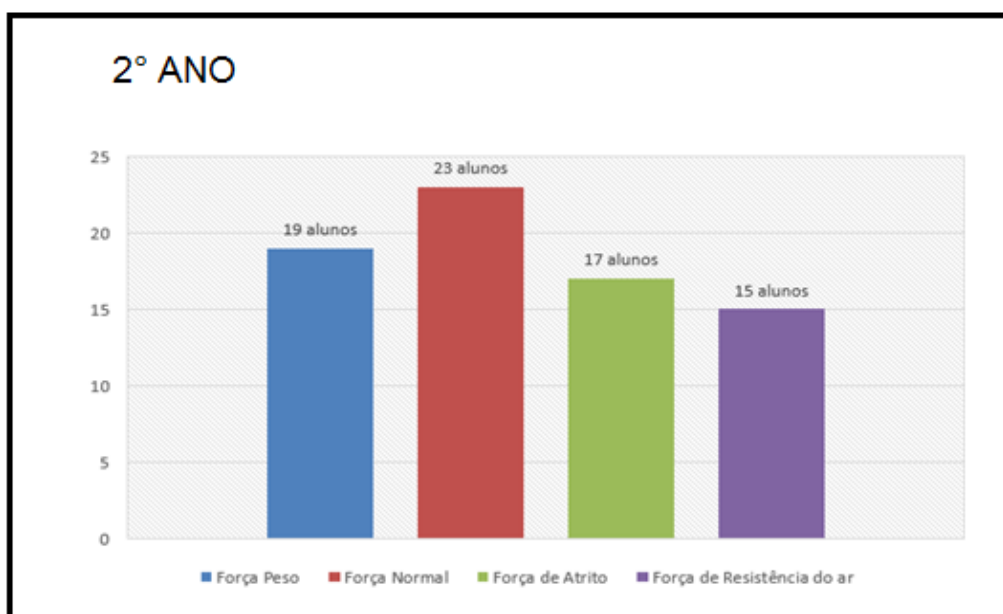


Figura 3.3-A: A ilustração mostra a quantidade de forças lembradas pelos alunos do 2º ano.

Observe agora o gráfico que mostra em forma de porcentagem a quantidade de forças externas citadas em relação a cada aluno.

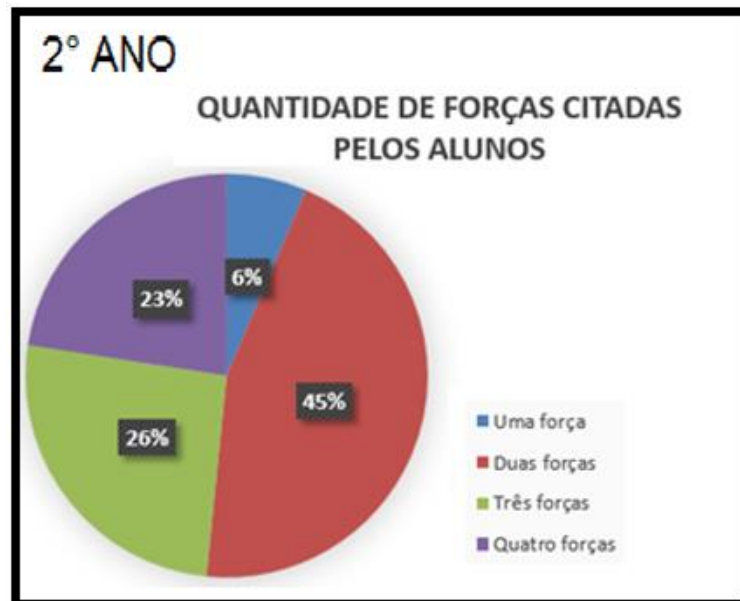


Figura 3.4-A: O gráfico ilustra a porcentagem de forças lembradas pelos estudantes do 2º ano na questão.

Investigando agora os alunos do 3º ano, as observações mostraram que apenas 4 alunos citaram as forças peso, normal, atrito e resistência do ar, cinco alunos mencionaram a existência de três forças, oito alunos responderam que existe apenas duas forças e apenas um estudante respondeu existir apenas uma força externa. A representação desses dados pode ser vista através do gráfico abaixo.

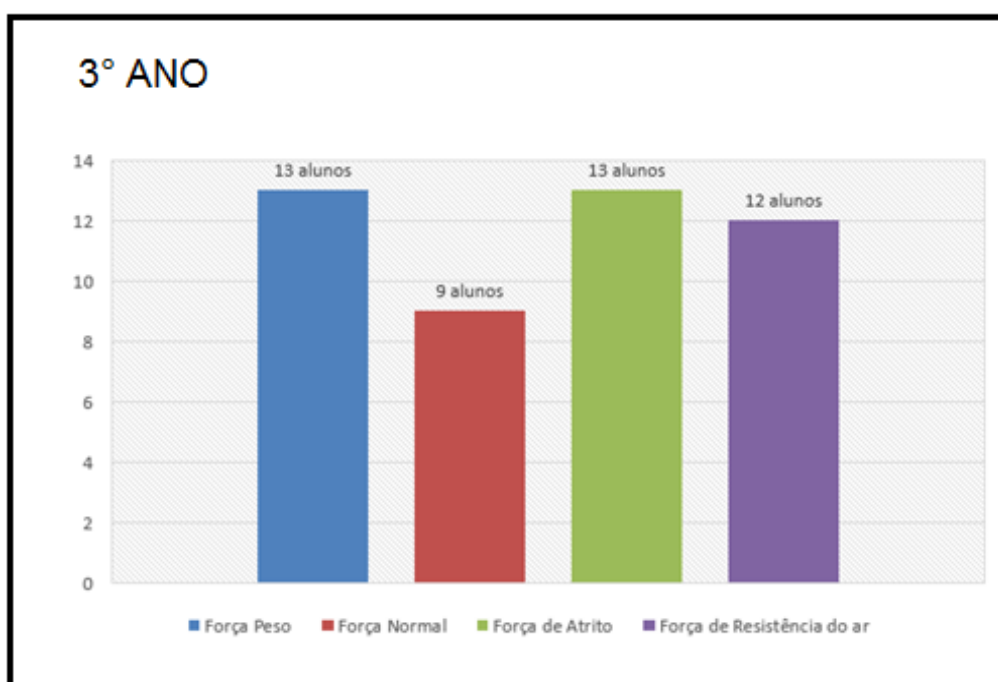


Figura 3.3-B: A ilustração mostra a quantidade de forças lembradas pelos alunos do 3º ano.

A seguir outro gráfico que expressa a quantidade de forças citadas por cada estudante do 3º ano.

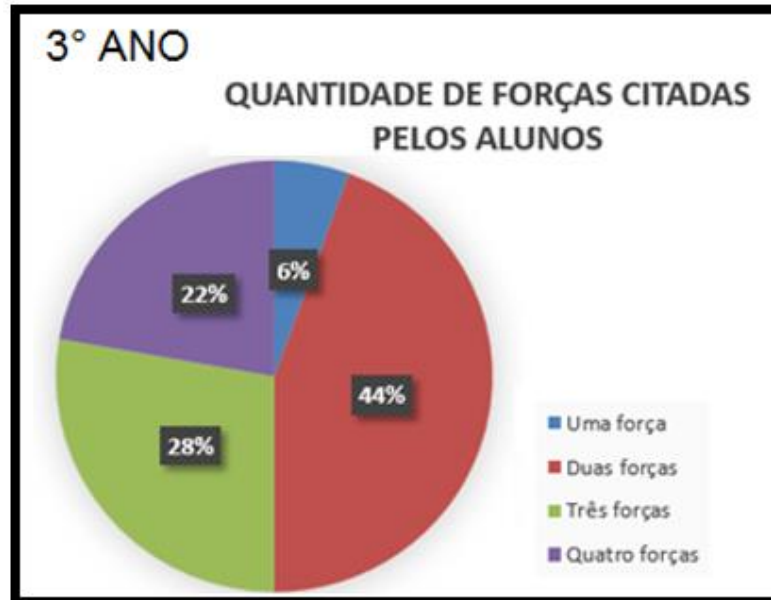


Figura 3.4-B: O gráfico ilustra a porcentagem de forças lembradas pelos estudantes do 3º ano na questão.

Em relação a todos os estudantes do Ensino Médio que fizeram o questionário esses mesmos gráficos são:

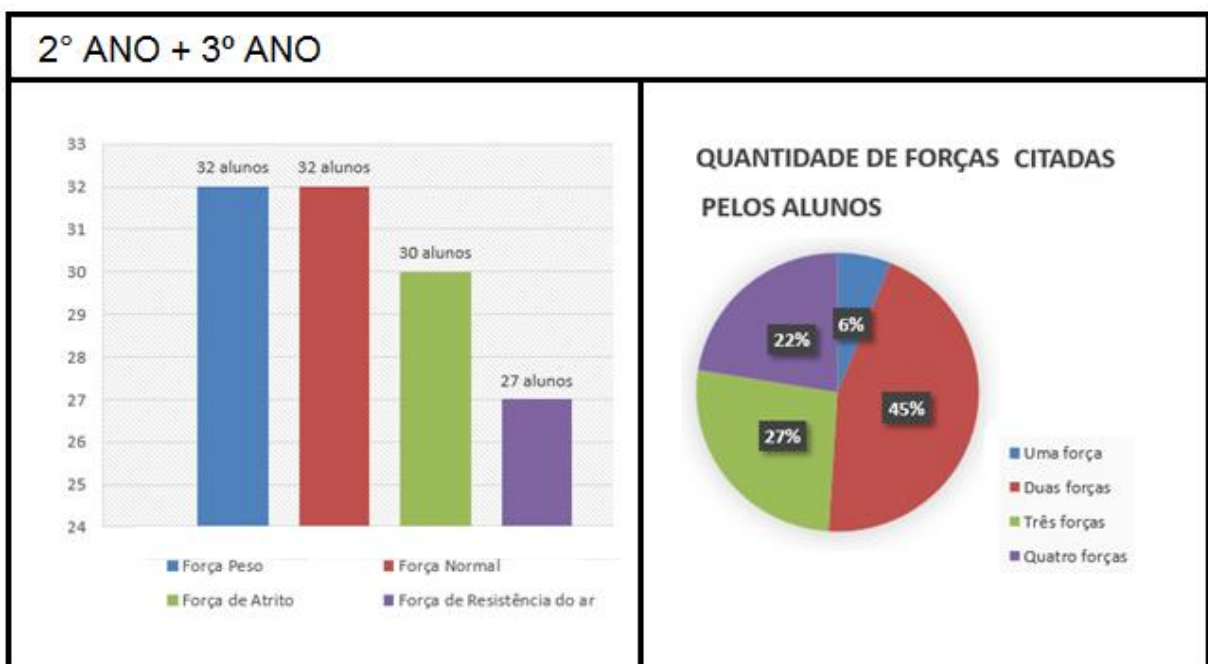


Figura 3.5: A figura ilustra o resultado para o total de alunos entrevistados para as duas questões anteriores.

Sobre os resultados da terceira questão, pode-se observar que menos da metade dos alunos (22%) conseguiu identificar que existem quatro forças externas agindo no atleta (peso, normal, atrito e resistência do ar). Dentre as quatro principais forças, a que menos foi lembrada no questionário foi a força de resistência do ar. A razão pela qual esta força foi esquecida é o fato de os alunos não estarem acostumados a trabalhar com forças resistivas nos problemas físicos. De fato, é comum notar que a abordagem de livros e professores excluiu a possibilidade de exercícios com resistência do ar com a intenção de criar modelos ideais e assim prejudicam a compreensão do aluno em situações reais, nas quais não se pode excluir as forças resistivas.

A quarta questão é fundamental para avaliar a interpretação dada pelos estudantes para o fenômeno descrito pela questão do ENEM. Foi pedido que os alunos marcassem dentro de um conjunto de forças dadas, aquelas que realizariam trabalho ao longo do deslocamento de Bolt. Diferentemente da terceira questão, a quarta questão cita as forças com a intenção de alertar os alunos sobre as forças relevantes e que poderiam ter sido esquecidas anteriormente.

Com essa questão queríamos averiguar se os alunos são capazes de identificar as condições primordiais para que uma força realize trabalho. Em outras palavras, a questão foi proposta para verificar se os estudantes sabem que a existência de trabalho está condicionada ao deslocamento do ponto de aplicação da força que se está analisando e se também conseguem identificar que não há trabalho quando a linha de ação da força é ortogonal à direção de deslocamento do corpo. Portanto, queremos primeiramente que os alunos concluam a partir desse fenômeno que as forças peso e normal não realizam trabalho, visto que são perpendiculares ao deslocamento. Outro ponto importante de ser investigado é se os estudantes compreendem que nesse fenômeno a força de atrito não realiza trabalho, pois atua localmente, ou seja, a força de atrito atua de acordo com o ponto de contato do pé do atleta com o solo, sem produzir deslocamento.

A avaliação dessa questão mostrou que dentre todos os alunos do 2º ano, a maioria (29 alunos) concluiu que existe trabalho da força de atrito à medida que o atleta corre. Houve também quinze alunos que afirmaram que existe trabalho da força de resistência do ar, cinco alunos que citaram trabalho da força normal, oito alunos que citaram trabalho da força peso e quatro que citaram outras forças. Neste último

questão, os estudantes não souberam defender as suas opiniões. A seguir pode ser visto através do gráfico a quantidade de vezes que as forças foram citadas pelos 31 alunos.

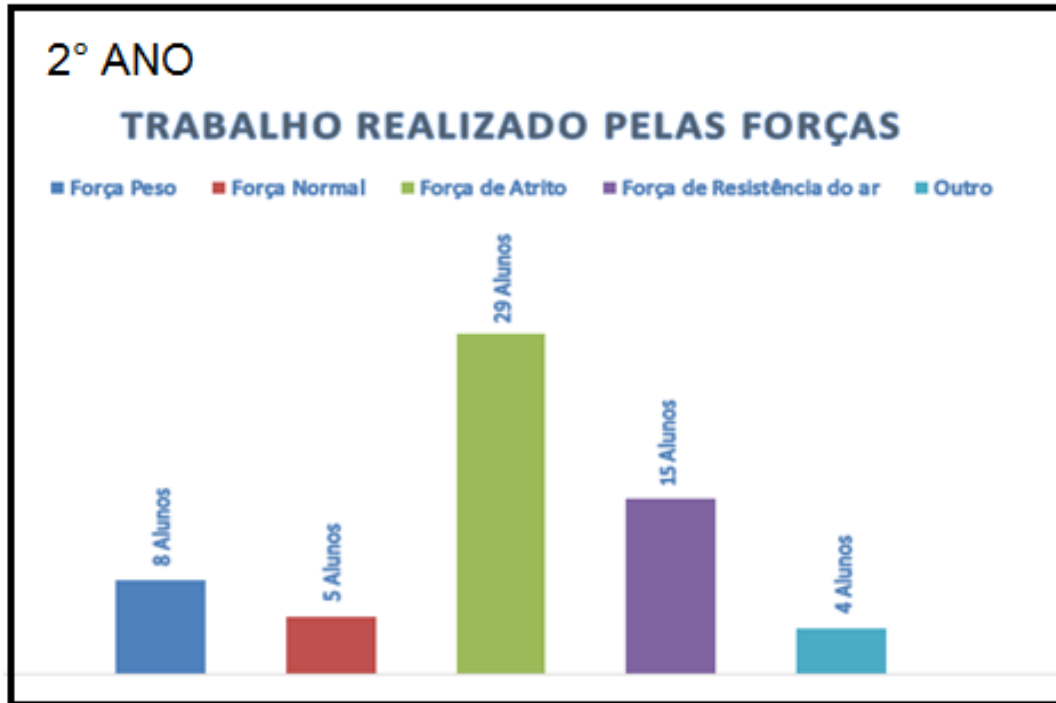


Figura 3.6-A: A figura ilustra a distribuição de respostas dos alunos do 2º ano quando perguntados sobre as forças que realizariam trabalho no fenômeno.

Referente aos alunos do 3º ano, a força mais citada por realizar trabalho foi a força de resistência do ar, escolhida por 17 alunos. Em segundo lugar foi a força de atrito, sendo esta lembrada por 13 alunos. As forças peso e normal foram citadas, respectivamente, por 9 e 2 alunos. Houve ainda 3 alunos que citaram outras forças, sendo um deles, o aluno Vinícius (nome fictício) que mencionou existirem forças internas, as quais chamou de forças musculares. Ainda segundo Vinícius: “Se Bolt não tivesse músculos não poderia correr”. A relação da quantidade de vezes que cada força foi citada pelos alunos do 3º ano é fornecida a seguir.

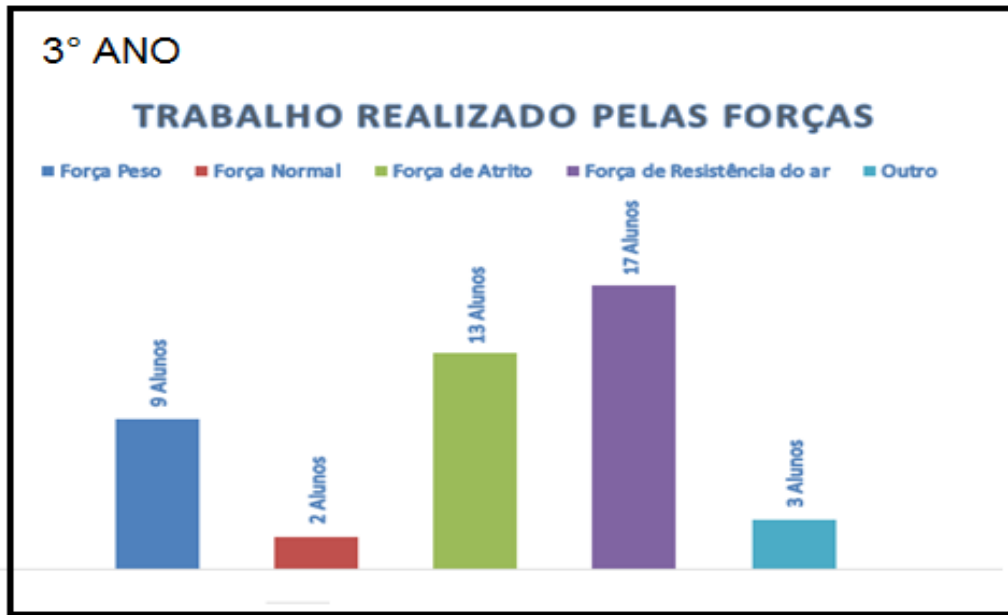


Figura 3.6-B: A figura ilustra a distribuição de respostas dos alunos do 3º ano quando perguntados sobre as forças que realizariam trabalho no fenômeno.

Em relação ao número total de estudantes, percebeu-se através das respostas dadas que a força mais lembrada por realizar trabalho é a força de atrito. As quantidades de forças respondidas pelos alunos são contempladas no gráfico a seguir.

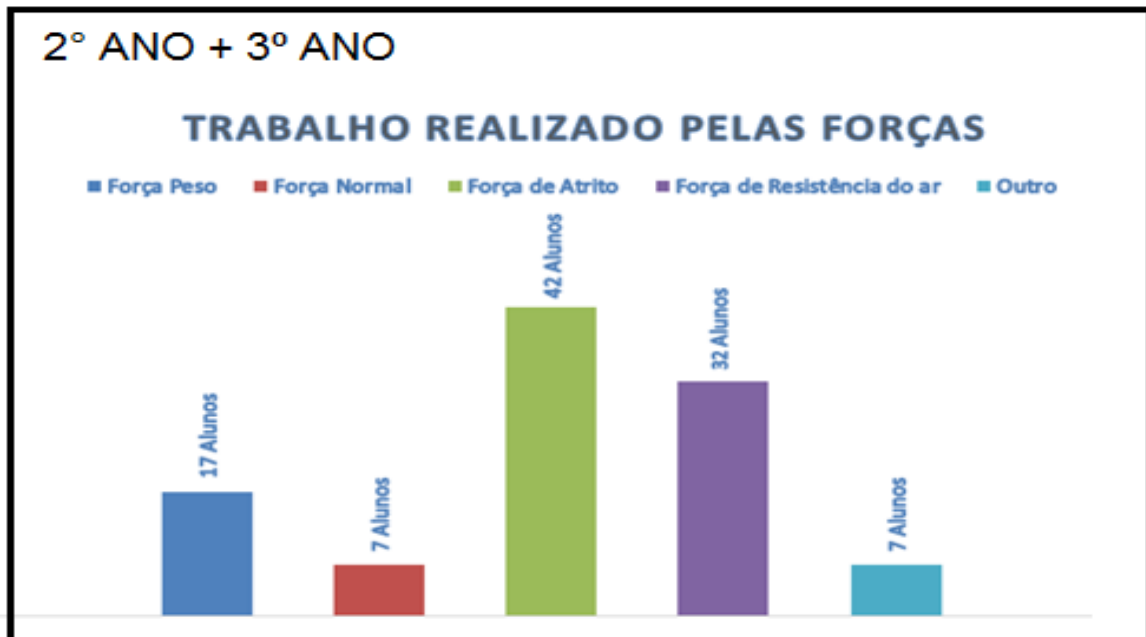


Figura 3.6-C: A ilustração mostra a distribuição do padrão de resposta de todos os alunos em relação ao trabalho realizado pelas forças citadas.

Após responderem às questões foi perguntado às turmas o porquê da escolha das respostas. Dos 42 alunos que afirmaram a presença do trabalho da força de atrito, alguns defenderam a resposta argumentando que a força de atrito atua a favor do movimento, e assim realiza trabalho motor, o que contribui para o aumento da velocidade do atleta. Daqueles que citaram o trabalho feito pela resistência do ar, o argumento principal foi que o ar dificulta a movimentação de Bolt e assim oferece trabalho resistivo que tende a diminuir a sua velocidade. Com expressividade, alguns alunos citaram a força peso como realizadora de trabalho. Três dos 17 alunos que marcaram essa opção se justificaram dizendo que a pista de corrida possui inclinação com a horizontal e, portanto, em certos momentos há transferência de energia para o atleta devido ao seu peso. Dos 7 alunos que afirmaram que a normal realiza trabalho, nenhum quis defender a escolha, assim como dos 7 alunos que julgaram existir outras forças que transferem energia para Bolt, apenas um (Vinícius) argumentou que as forças musculares são essenciais para que um atleta tenha um bom desempenho na prova. Vinícius concluiu que um atleta pode ser mais veloz se ele possuir um bom condicionamento físico (mais músculos). Assim, de forma indireta, o aluno intuiu existir forças internas realizando trabalho e fornecendo energia cinética para o atleta.

Cabe ressaltar que a maior parte dos alunos apresentou dificuldade nesta questão e que muitos não conseguem interpretar de forma correta o fenômeno físico. Isso se torna explícito quando os alunos afirmam que a energia cinética de Bolt é fruto do trabalho motor realizado pela força de atrito.

Antes de ir a próxima questão, foi feito um breve intervalo cuja finalidade foi fazer com que os alunos refletissem e assimilassem sobre os argumentos apresentados pelos colegas de turma. Após essa pausa, ao retomar a quinta questão, foi pedido aos estudantes que observassem a solução para a questão do ENEM na qual é aplicado o Teorema da Energia Cinética. Nesse momento o objetivo era querer saber se eles seriam capazes de vincular as forças que citaram anteriormente como agentes responsáveis por transferir energia na forma de trabalho e assim consequentemente alterarem a energia cinética. Logo, buscava-se analisar se os alunos apoiariam o uso do teorema na forma como se apresenta, sem fazer nenhuma ponderação complementar.

Para a turma do 2º ano foi visto que dos 31 entrevistados, somente dois alunos afirmaram que a solução encontrada para a questão não contempla a realidade física

do problema, enquanto 28 alunos confirmaram que o Teorema da Energia Cinética pode ser aplicado sem restrições. Apenas um aluno se mostrou em dúvida em relação ao desenvolvimento da questão e não soube responder se o teorema seria válido ou não nesta situação.

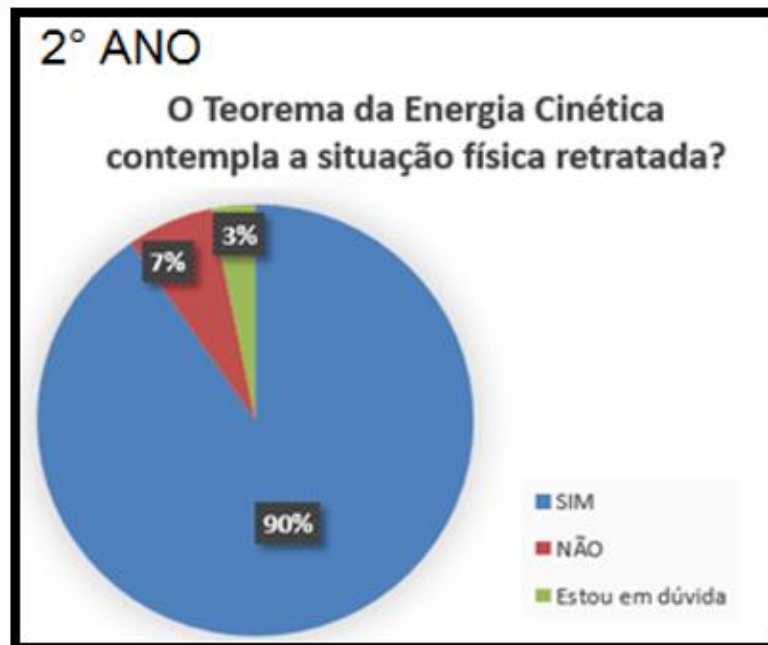


Figura 3.7-A: Distribuição em percentual de alunos do 2º que responderam à questão sobre o Teorema da energia cinética.

Diferentemente do que foi constatado para os alunos do 2º ano, os alunos do 3º ano apresentaram estatísticas distintas. Os argumentos apresentados por Vinícius durante a última questão conduziram a dúvidas nos demais colegas de sala. Dessa forma, apenas 3 alunos afirmaram que o Teorema da Energia Cinética, na forma como se apresenta, é suficiente para resolver o problema. Diferentemente da turma do 2º ano, o raciocínio apresentado por Vinícius contribuiu para que 5 alunos (inclusive Vinícius) negassem o uso do teorema e fez com os outros 10 alunos ficassem em dúvida sobre o seu uso. Em relação ao aluno Vinícius, o mesmo indagou que teorema deve ser diferente neste caso, pois segundo ele não há como mensurar o trabalho das forças musculares e, portanto, o teorema não pode ser aplicado.

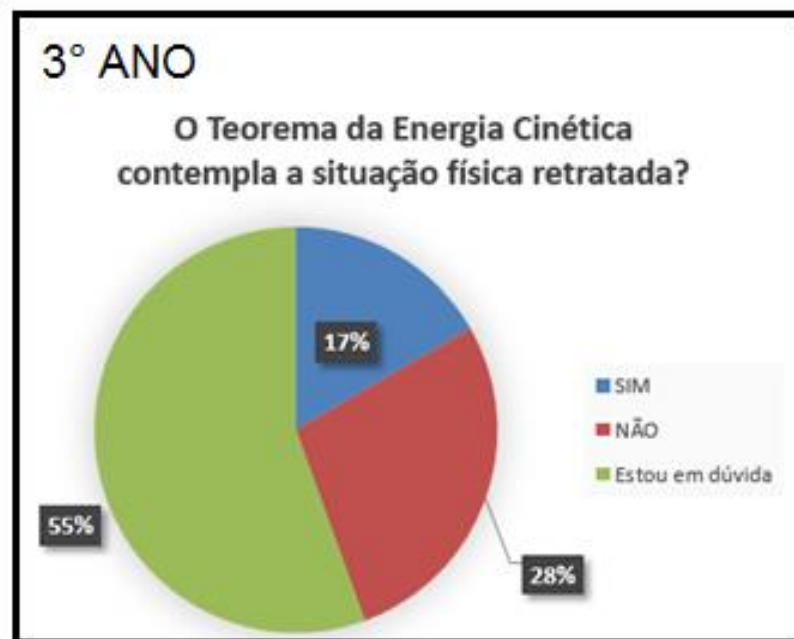


Figura 3.7-B: Distribuição em percentual de alunos do 3º que responderam à questão sobre o Teorema da energia cinética.

Para essa questão ressalta-se que apesar da solução proposta pelo ENEM, o Teorema da Energia Cinética não poderia ser aplicado, pois neste caso o atleta não se comporta como uma partícula (essa discussão será esclarecida mais adiante) e sendo assim existem contribuições internas provenientes de forças musculares que realizam trabalho. Contudo, nem todo trabalho realizado neste caso será convertido em energia cinética de translação do centro de massa, pois parte da energia transferida por ações das forças internas também são convertidas em outras modalidades de energia dentro do sistema.

Essa questão se tornou fundamental, pois em relação aos dados obtidos é interessante perceber o conflito ideológico dos alunos do 3º ano após os argumentos feitos por Vinícius para tentar assimilar um novo conhecimento que contemple todo o fenômeno. Isso aponta uma mudança de percepção em relação aos processos de transferência de energia em contraste com a outra turma da qual não surgiram os mesmos argumentos e os alunos permaneceram convencidos da abordagem escolhida para resolução do problema.

A questão subsequente tinha o objetivo de induzir os alunos a pensar na existência de forças internas que afetariam a energia cinética de Bolt. Logo, os alunos que não conseguissem visualizar as forças internas nas questões anteriores se

questionariam nesse momento. Contudo, salienta-se que a turma do 3º ano antecipou essa reflexão na quarta questão.

Ao serem perguntados sobre os possíveis trabalhos feitos por forças de origem interna a Bolt, os alunos do 2º ano revisaram seus argumentos feitos anteriormente. Dessa vez 25 alunos disseram que forças internas realizam trabalho no fenômeno retratado, enquanto 6 negaram a possibilidade das forças internas como agentes responsáveis por transmitir energia de movimento ao atleta.

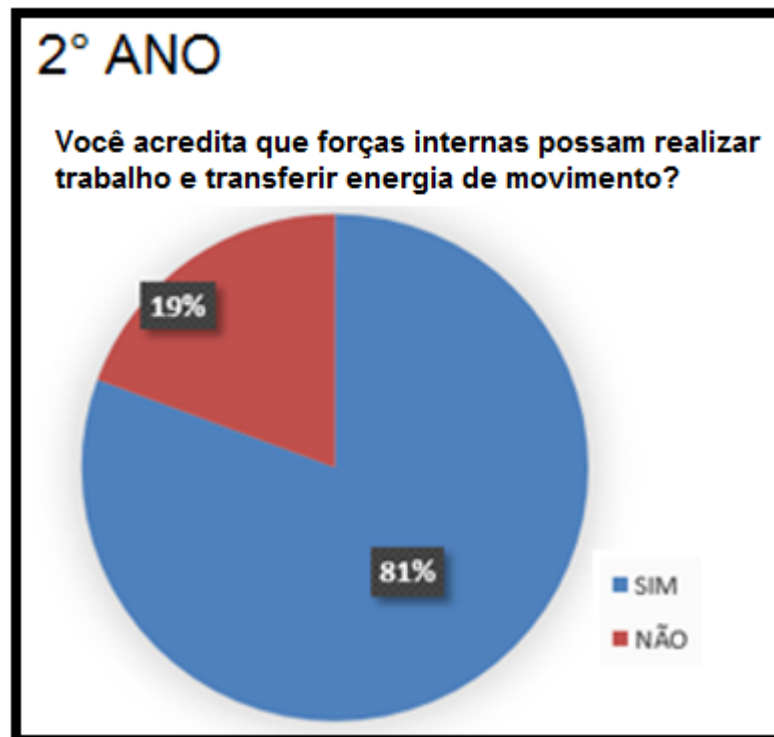


Figura 3.8-A: O gráfico ilustra a distribuição de alunos do 2º ano que responderam à questão em relação a existência de forças internas.

A outra turma já tinha se antecipado e refletido sobre a possibilidade de forças internas. Logo, dos 18 alunos presentes na turma, foram contabilizados 16 estudantes que acreditam que forças internas realizam trabalho e modificam a energia cinética de Bolt, enquanto duas pessoas negaram essa ação.

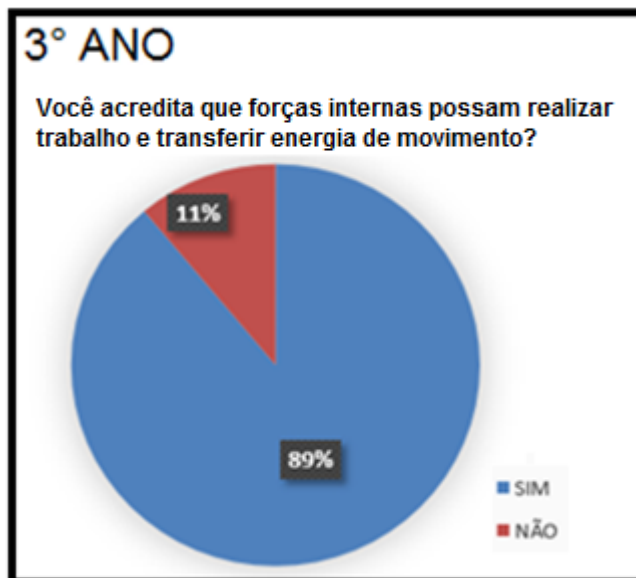


Figura 3.8-B: O gráfico ilustra a distribuição de alunos do 3º ano que responderam à questão em relação à existência de forças internas.

Finalmente, analisando o total de alunos que responderam à questão, percebe-se que 84% confirmam a presença de forças internas como fonte de transferir energia de movimento, enquanto 16% disseram que não. É interessante notar que a porcentagem do total de alunos que responderam sim é menor quando comparado aos alunos do 3º ano. Sobre esse fato é possível concluir que o aumento percentual dos alunos do 3º ano em relação ao total de estudantes pode ser justificado pela indução dos argumentos citados por Vinícius.

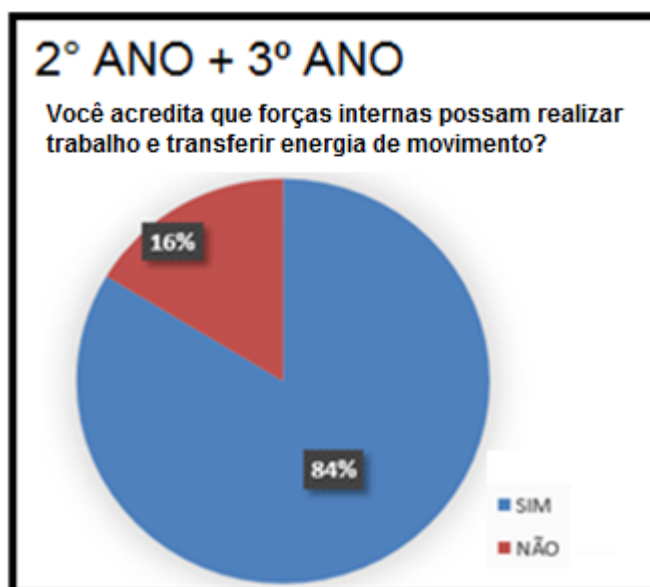


Figura 3.8-C: O gráfico ilustra a distribuição de todos os alunos que responderam à questão em relação à existência de forças internas.

Na penúltima questão, os estudantes deveriam responder se todo trabalho realizado pelas forças internas mencionadas anteriormente teria como única finalidade dar energia para o movimento do atleta. Com isso desejava-se que os alunos compreendessem que nem toda energia transferida por forças internas seria convertida em energia de movimento, sendo uma parcela desta convertida também em outras modalidades, como, por exemplo, o aumento da energia interna do atleta.

Nesta questão, observou-se que na turma do 2º ano, uma quantia de 17 alunos respondeu que todo trabalho feito por agentes internos é convertido integralmente em energia para deslocar o atleta, enquanto nove negaram essa afirmação e cinco responderam que não acreditam que forças internas transfiram energia.

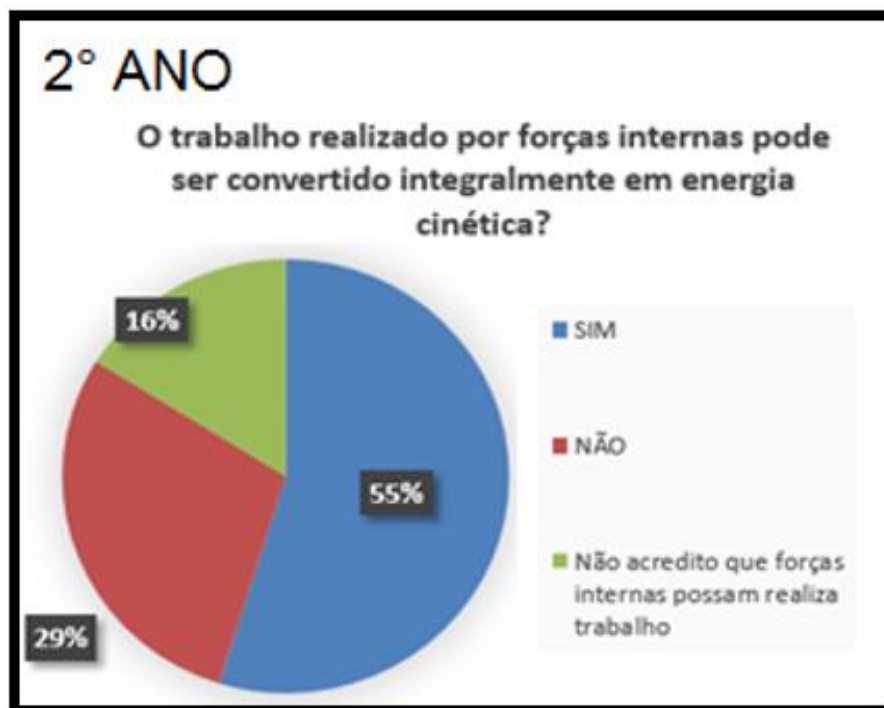


Figura 3.9-A: O gráfico ilustra a distribuição de alunos do 2º ano que compreendem as transformações energéticas envolvendo o trabalho realizado por forças internas.

Dentre os alunos do 3º ano, as análises indicaram resultados parecidos. Nesta situação, do total de 18 alunos, cerca de onze estudantes afirmaram que o trabalho feito internamente tem como função transferir integralmente energia para o atleta correr. Um terço dos 18 estudantes disse que a energia não é integralmente convertida em energia de movimento e apenas um estudante afirmou não acreditar na transferência de energia por forças internas.

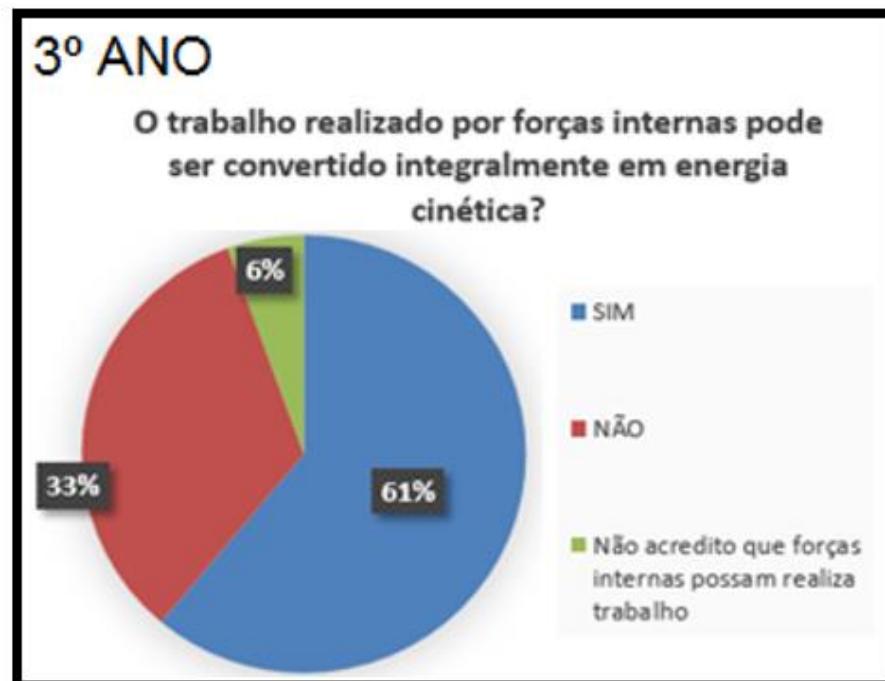


Figura 3.9-B: O gráfico ilustra a distribuição de alunos do 3º ano que compreendem as transformações energéticas envolvendo o trabalho realizado por forças internas.

Cabe ressaltar que o aluno Vinícius nessa questão afirmou que a energia transferida para o deslocamento de Bolt é consequência integral de todo o trabalho realizado por forças internas, não considerando assim a existência de outras formas de energia no fenômeno.

Em relação ao número total de estudantes, a questão mostrou que 57% responderam que acreditam que forças musculares possam realizar trabalho e assim transmitir integralmente energia cinética para Bolt. Em outro patamar estão os 31% dos estudantes que argumentaram que não seria possível transferir toda energia na forma de cinética através do trabalho de forças musculares. É importante mencionar que o aluno Gabriel (nome fictício), do 2º ano, lembrou que esse trabalho poderia converter energia em outra modalidade. Nas palavras do aluno: “A energia também vira calor porque quando Bolt chega está mais quente”.



Figura 3.9-C: O gráfico ilustra o resultado final dos alunos que compreendem as transformações energéticas envolvendo o trabalho realizado por forças internas.

Finalmente, na última questão, também houve discrepância de resultados entre as duas turmas por causa da argumentação feita pelo aluno Vinícius na quarta questão. Essa questão tinha como finalidade avaliar se ao longo do questionário os alunos mudariam de opinião devido a argumentações ou induções de pensamentos. Os alunos que disseram que mudaram de opinião ao longo do questionário deveriam citar qual questão os levou a isso, embora muitos não tenham respondido.

Na turma do 2º ano, aproximadamente um terço (11 alunos) respondeu que mudaram a forma de pensar ao longo da evolução do questionário, enquanto os 20 alunos restantes afirmaram que não mudaram a sua opinião, mantendo assim a ideia de que toda abordagem feita para solucionar o Teorema da Energia Cinética está de acordo com o fenômeno físico explorado. Para aqueles que responderam sim, nota-se que a grande mudança decorreu das questões cinco e seis, momento em que foi intuída a ideia de forças internas. Neste quesito cinco alunos responderam que mudaram de opinião ao perceberem que existem forças internas ao atleta que são relevantes para entender o fenômeno por completo. Entre esses, cita-se novamente o aluno Gabriel que no fim concluiu que o Teorema da Energia Cinética não poderia ser usado nesse caso sem que fossem conhecidas as forças internas.

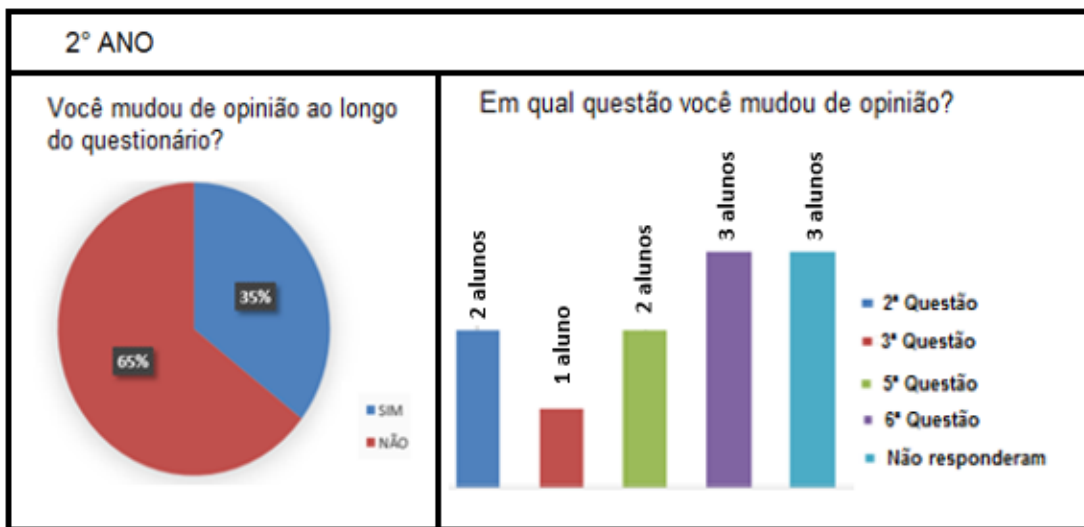


Figura 3.10-A: A ilustração mostra a reflexão dos alunos do 2º ano diante das perguntas feitas.

Para a turma do 3º ano os resultados foram diferentes. Enquanto a maioria não mudou de opinião na turma do 2º ano, na turma do 3º ano a maioria mudou de opinião. Cerca de 15 alunos responderam sim para questão enquanto apenas 3 responderam que não. Para o caso dos que responderam que sim, novamente o instrumento de mudança foi a percepção de forças internas. Chama a atenção os alunos que mudaram a opinião na quarta questão influenciados pelo posicionamento do aluno Vinícius. O gráfico a seguir ilustra os resultados obtidos nessa questão.

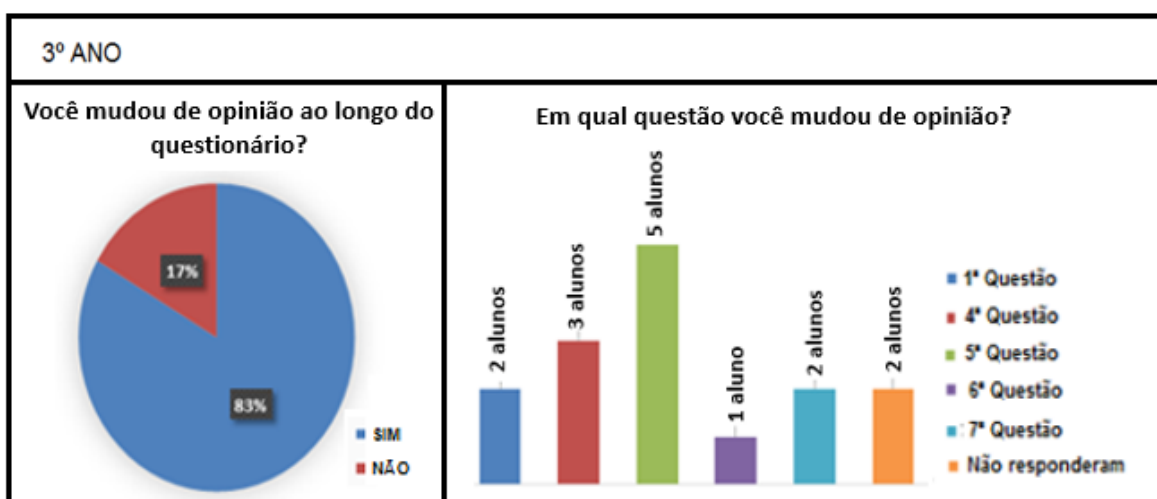


Figura 3.10-B: A ilustração mostra a reflexão dos alunos do 3º ano diante das perguntas feitas.

Por fim, analisando a última questão em relação ao grupo total de estudantes, conclui-se que 57% dos alunos em algum momento mudaram seu pensamento, enquanto 43% não alteraram sua interpretação sobre o fenômeno. Ressalta-se que entre aqueles que ao longo do questionário mudaram suas ideias sobre o fenômeno, o fizeram após reconhecerem que sobre o Bolt não atuam somente as forças externas convencionais dos exercícios dos livros, passando a atribuir a realização de trabalho de forças internas como responsáveis pela mudança de energia cinética no atleta. Percebe-se que boa parte dos alunos mudaram sua forma de pensar após a quarta questão. A grande contribuição para esse fato decorre da turma do 3º ano, em que grande parte dos estudantes mudou de opinião devido aos questionamentos pertinentes de Vinícius introduzidos na quarta questão. Os dados a seguir ilustram o desempenho dos estudantes nesta questão.

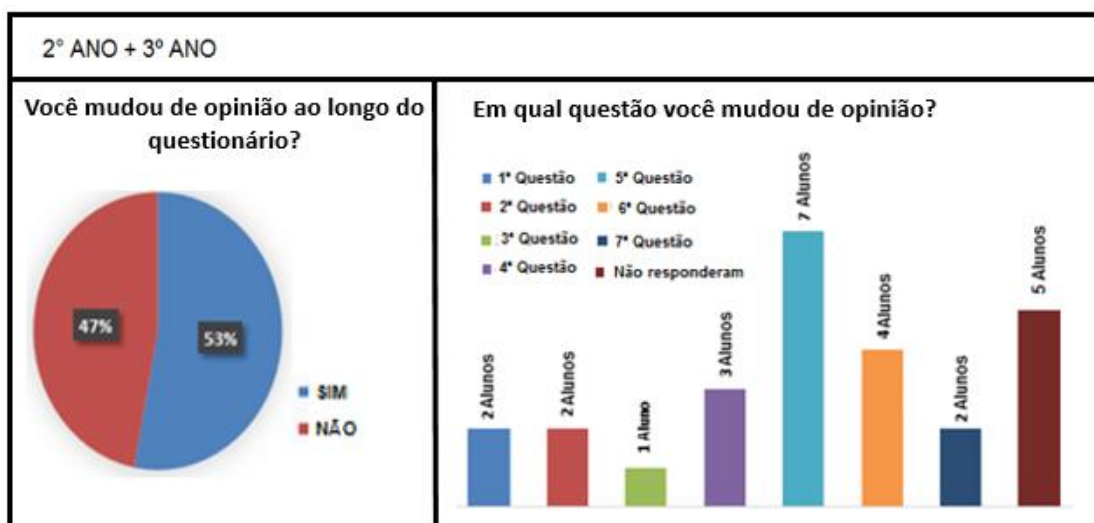


Figura 3.10-C: A ilustração mostra o processo de reflexão das duas turmas em relação à atividade feita.

Ao fim do questionário foi feito um debate com as duas turmas separadamente, destacando os raciocínios que surgiram ao longo do questionário. A ideia central do experimento era discutir a importância do trabalho de forças internas como causador também da variação da energia cinética. Toda reflexão inicial proposta pelo questionário foi fundamental para a introdução de novos conhecimentos que foram ensinados posteriormente pelo professor em aula. Nessa aula foram apresentados conhecimentos tais como: trabalho total realizado por forças internas e externas, além do Teorema do Centro de Massa (pseudotrabalho) para os casos em que as forças

não realizam deslocamento. Tais conhecimentos são fundamentais para a interpretação de forma correta dos processos que envolvem transferência de energia em sistemas. Esses conceitos são alvo desse trabalho e serão apresentados aqui futuramente após analisarmos a abordagem dos livros ao proporem a aplicação do Teorema da Energia Cinética como solução para todos os fenômenos.

3.2- A escolha dos livros

Conforme mencionado no início do capítulo, neste trabalho foram examinadas algumas obras com a finalidade de observar e questionar a condução dos conceitos de energia, tomando como foco principal o Teorema da Energia Cinética. Estes livros foram selecionados de acordo com os seguintes critérios:

1º) alguns destes livros são tradicionais no Ensino Médio, tanto na rede particular quanto na rede pública.

2º) também houve a preferência por livros que possuem edições recentes, como caso do livro Física Contexto & Aplicação do ano de 2014 [Máximo e Alvarenga 2014], além de outros que possuem edições mais antigas, como o livro Física Fundamental. O objetivo de trazer livros com publicações recentes e antigas é enfatizar que existe um condicionamento próprio dos autores em abordar sempre a mesma metodologia sem apresentar novidades ao ensino de Física.



Figura 3.11: A ilustração mostra a capa dos livros que foram consultados para analisar os conceitos sobre energia que são discutidos no Ensino Médio

Neste trabalho foram escolhidos os livros ilustrados na figura 3.11. Esses livros são: 1) Física [Sampaio e Calçada 2013], 2) Tópicos de Física 1 [Helou, Gualter e Newton 2007], 3) Os Fundamentos da Física 1 [Ramalho, Nicolau e Toledo 2007], 4) Física Contexto & Aplicações [Máximo e Alvarenga 2014], 5) Física: Volume 1 [Artuso e Wrublewski 2013], 6) Física para o Ensino Médio 1 [Fuke e Kazuhito 2013], 7) Física Básica [Nicolau e Toledo 2013], 8) Compreendendo a Física 1 [Gaspar 2013], 9) Física Fundamental: Volume único [Bonjorno e Clinton 1999].

3.3- A análise da metodologia aplicada pelos livros

Tomando como referência os livros citados, percebe-se inicialmente que todos adotam metodologias semelhantes para demonstrar o Teorema da Energia Cinética. É possível notar que todos partem da premissa que para deduzir o teorema é preciso introduzir em seções anteriores a ideia de trabalho de uma força, de forma a enfatizar que a grandeza física definida tem a finalidade de medir transferência de energia. Após essa introdução, é a vez de definir a Energia Cinética como energia associada ao movimento. Neste momento existem divisões na forma como o conceito de energia cinética é formalizado. Os livros *Tópicos de Física 1*, *Física Contexto & Aplicações* e *Física Básica* preferem definir de forma isolada a energia cinética, ou seja, estes livros preferem apresentar o conceito sem correlação inicial com a ideia de trabalho. Nos

demais livros a definição de energia cinética surge da demonstração do Teorema da Energia Cinética, isto é, primeiro demonstra-se um teorema e a partir do seu resultado se define a energia cinética. Note que o raciocínio aplicado pela maioria dos livros pode levar a conclusões equivocadas por parte dos alunos. Ao definir a energia cinética a partir do teorema, o aluno pode concluir que a energia cinética não tenha tanta relevância quanto o conceito de trabalho, pois muitos intuem que o conceito de trabalho está hierarquicamente acima do conceito de energia. Logo o aluno pode intuir erroneamente que a necessidade de um corpo possuir energia de movimento esteja sempre vinculada à aplicação de uma força constante que realiza trabalho.

Apesar das obras apresentarem metodologias distintas no momento de conceituar a energia cinética, todos concordam na estrutura que deve ser estabelecida para formar o vínculo entre as duas grandezas físicas e como conseguinte demonstrar o Teorema da Energia Cinética. Para facilitar a compreensão de como isso é reproduzido pelos livros, a seguir é mostrado de forma similar o passo a passo da abordagem desempenhada para evidenciar o teorema.

- **1º Passo:** Inicialmente todos consideram a ação de uma força resultante constante e paralela ao deslocamento que atua sobre um corpo (não há ênfase em destacar se a demonstração é para uma partícula ou um sistema, sendo a única exceção o livro *Tópicos de Física 1*). A figura a seguir permite exemplificar como o fenômeno é ilustrado em quase todos os livros:

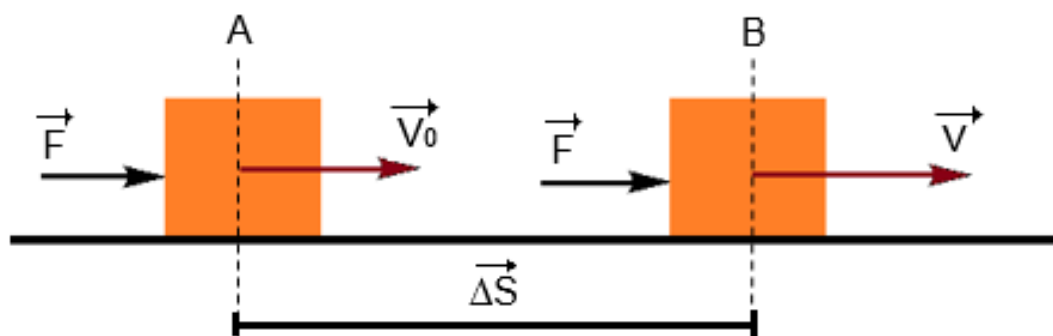


Figura 3.12: A figura tem o objetivo de ilustrar um objeto sendo empurrado por uma força conforme é visto em grande parte dos livros analisados.

- **2º Passo:** Após fazer a restrição do fenômeno a um caso em que a força resultante é constante, e como consequência propor a aceleração constante através da

Segunda Lei de Newton, o objetivo é supor um movimento uniformemente variado. A partir da proposição de um movimento uniformemente variado, os livros pretendem escrever a Equação de Torricelli na forma:

$$V^2 = V_0^2 + 2. a. \Delta S \quad (3.2)$$

- **3º Passo:** Ao introduzir a Equação de Torricelli, são feitas as seguintes manipulações: primeiro multiplica-se cada membro da equação pela massa do sistema e depois divide-se cada termo por dois. O desenvolvimento é feito da seguinte maneira:

$$\frac{m}{2}(V^2) = (V_0^2 + 2. a. \Delta S) \cdot \frac{m}{2}$$

Após fazer as operações acima, a equação aparece na forma:

$$\frac{m.V^2}{2} = \frac{m.V_0^2}{2} + m. a. \Delta S. \quad (3.3)$$

- **4º Passo:** Após escrever a equação na forma acima é feita a reorganização dos termos de acordo com a definição de trabalho e energia. Neste momento, aqueles livros que não apresentaram a ideia de energia cinética passam a considerar os dois primeiros membros da equação como algo interno ao corpo, e assim surge a definição da energia associada ao movimento (energia cinética). A atenção nesse passo fica para a aplicação da Segunda Lei de Newton como forma de substituir o termo que contém produto da massa pela aceleração pela força resultante, e assim definir o seu produto com o deslocamento como o Trabalho resultante. Desta forma, cada termo da equação ganha significado energético, como mostrado a seguir:

$$m. a. \Delta S = \tau_R, \quad E_{C0} = \frac{m.V_0^2}{2} \quad e \quad E_C = \frac{m.V^2}{2}.$$

A partir das três igualdades propostas acima, a equação é novamente reescrita na forma:

$$E_C = E_{C0} + \tau_R.$$

- **5º Passo:** Por fim, altera-se a ordem dos termos da equação para expor que é a ação de uma força externa que produz alteração na energia de movimento do corpo. Neste momento, as bibliografias analisadas estabelecem a relação entre energia cinética e o trabalho de uma força na forma:

$$E_C - E_{C_0} = \tau_R.$$

Portanto, todos os livros obtêm a mesma relação entre os conceitos e ilustram de forma convicta que:

$$\Delta E_{\text{Cinética}} = \tau_{\text{Resultante}}$$

- **6º Passo:** A partir da equivalência encontrada, é possível ler ainda em alguns livros enunciados para o teorema, semelhantes ao que é colocado a seguir:

“A variação de energia cinética de um corpo entre dois instantes é medida pelo trabalho da força resultante entre os instantes considerados.”

É importante ressaltar que os seis passos descritos são inspirados em desenvolvimentos semelhantes aos seguidos em todos os nove livros que foram averiguados. Esse desenvolvimento também é muito semelhante ao praticado por professores nas salas de aula. Contudo, é preciso fazer considerações sobre a forma de conduzir o Teorema da Energia Cinética dessa forma.

Inicialmente, observe que os dois primeiros passos tiveram como proposição que a resultante das forças externas é constante. Conforme foi dito no segundo passo, o objetivo é concluir através da Segunda Lei de Newton a existência de uma aceleração também constante. Assim, é possível classificar o movimento de forma específica, isto é, classificá-lo como um movimento uniformemente variado cuja finalidade é usar propositalmente a Equação de Torricelli. Ora, a Equação de Torricelli é limitada a um movimento uniformemente variado, contudo, é preciso destacar que apesar da tipificação feita na demonstração, o Teorema da Energia Cinética se aplica

a todos os movimentos. Como exemplo, o teorema também pode ser aplicado a casos em que a força é função da posição (como a força elástica). Certamente que para esses casos os estudantes no Ensino Médio não aprenderam cálculo integral para resolverem problemas que exijam resoluções matemáticas complexas, contudo cabe salientar que por muitas vezes o professor tem o costume de ensinar (mesmo que de forma simples) que o conceito de áreas delimitadas por gráficos tem relevância física. Sendo assim, é também comum encontrar professores no Ensino Médio que se utilizam do argumento de que a área limitada no gráfico da força em função da posição é igual à grandeza física trabalho e, conseqüentemente, à variação de energia cinética.

Outro ponto importante a ser esclarecido é o interesse dos livros em aplicar o teorema unicamente para ações de forças externas com o pretexto de criar uma relação entre agentes externos produzindo modificações internas aos corpos. Entretanto, como será visto mais profundamente em outro momento, as forças externas não são as únicas a modificar a energia de movimento de um corpo, podendo ser alterada também por forças internas ao sistema. Caso não sejam feitas observações a respeito do trabalho de forças internas, o aluno não será capaz de responder a certos fenômenos físicos, tais como o caso do corredor evidenciado na questão do ENEM citada anteriormente. Nem sempre é trivial para o estudante identificar as forças que realizam trabalho e conseqüentemente alteram a energia cinética. É muito comum observar o aluno cometer equívocos como propor uma força externa que não realiza deslocamento (logo não realiza trabalho) alterando a energia do sistema por desconhecer que existam forças internas capazes de fazer isso. Em outro momento também é possível ver o pensamento oposto. É comum o estudante perceber que a energia de movimento está mudando e concluir que para isso ocorrer deve existir o trabalho de uma força externa, mesmo que a desconheça.

A situação mais comum de recorrência a esses equívocos se torna visível quando os alunos associam que a força de atrito seja capaz de realizar trabalho e assim concluem, por exemplo, que a energia cinética adquirida por um automóvel ou um corredor é fruto desse trabalho. Como forma de prevenir este equívoco, é aconselhável que após a demonstração seja feita a observação referente ao trabalho de forças internas para não acarretar prejuízo ao estudante e assim ter falsas conclusões a respeito dos processos de transferência de energia.

Aprofundando a discussão iniciada nos parágrafos anteriores, é importante destacar que dos livros pesquisados, são percebidos poucos argumentos com a intenção de esclarecer a validade e as restrições do Teorema da Energia Cinética. Embora muitos cite em pequenas observações que o Teorema da Energia Cinética tem validade para qualquer tipo de movimento, logo após a demonstração poucos entram no mérito de discutir o porquê da particularização da demonstração para o caso específico de um movimento uniformemente variado. É certo que todas as obras ao finalizarem o desenvolvimento do Teorema da Energia Cinética fazem a generalização do teorema para qualquer forma de movimento, contudo este argumento é feito sem base alguma em argumento algébrico, o que não necessariamente convence o aluno. Retomando o mencionado sobre o trabalho de forças internas, é aconselhável também que os livros analisados exponham como forma de observação a existência de forças internas como propósito de estimular os alunos a novas concepções de transferência de energia. Em relação a essas observações, o único livro que julga necessário esclarecer a metodologia aplicada é o *Tópicos de Física 1*. Na página 281, após discutir de forma correta o Teorema da Energia Cinética para o caso de uma partícula, são feitas as seguintes argumentações:

Embora tenhamos demonstrado o Teorema da Energia Cinética a partir de uma situação simples e particular, sua aplicação é geral, estendendo-se ao cálculo do trabalho total de forças constantes ou variáveis, conservativas ou não. O trabalho expresso pelo Teorema da Energia Cinética inclui também os trabalhos de forças internas, como forças exercidas pela musculatura de uma pessoa que caminha ou as decorrentes do funcionamento de um carro. Por exemplo, o trabalho total realizado sobre o ciclista em movimento em pistas horizontais é dado pela soma (algébrica) do trabalho motor realizado pelas forças musculares (forças internas) com o trabalho resistente das forças exercidas pelo ar. É fundamental observar que, na hipótese de não haver derrapagens, as forças de atrito trocadas entre as rodas das bicicletas e o solo não realizam trabalho, já que essas forças são do tipo estático e não produzem deslocamento no seu ponto de aplicação (em cada instante, o ponto de contato do pneu com a pista apresenta velocidade nula). (*TÓPICOS DE FÍSICA 1*, 2007, p.281)

Logo, a partir do trecho retirado do livro, é possível constatar a preocupação dos autores em esclarecer que a demonstração feita para o Teorema da Energia Cinética é uma particularidade, e que apesar da escolha restrita para a demonstração, o teorema na forma como deduzido não tem aplicação irrestrita, sendo necessário antes de aplicá-lo compreender o fenômeno envolvido.

As observações que são mencionadas no parágrafo anterior, que são frequentemente esquecidas nas obras, também não são os únicos cuidados que se deva ter com o Teorema da Energia Cinética perante aos leitores com a intenção de esclarecer os fenômenos do dia a dia que envolvam transferência de energia. É preciso ter atenção na forma como é feito o desenvolvimento matemático da Equação de Torricelli em comparação às ilustrações e proposições iniciais para tratar do Teorema da Energia Cinética. Para isso observe dessa vez o pequeno trecho abaixo que é inspirado nas bibliografias citadas, em que a partir das considerações iniciais sugere-se o uso da equação de Torricelli.

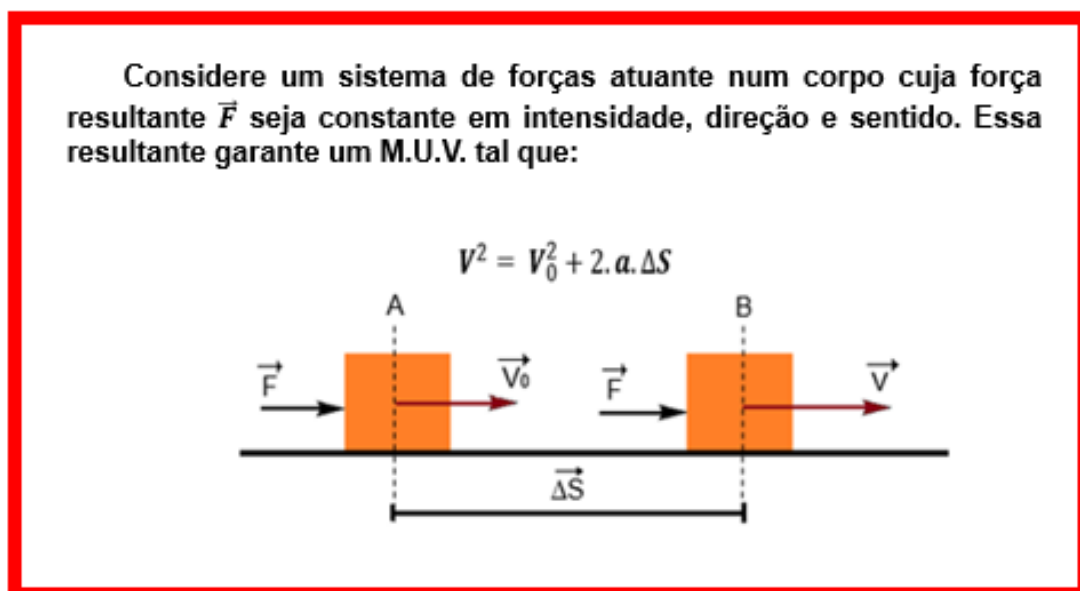


Figura 3.13 A figura tem a função de ilustrar a forma como os livros começam a abordagem para desenvolver o Teorema da Energia Cinética.

Note que a forma como a Equação de Torricelli é escrita pressupõe a hipótese de que o fenômeno deva ser tratado como um ponto material, embora nos primeiros momentos, a ilustração e proposição sugiram a existência de um corpo extenso ou objeto. Isso significa que o teorema foi estruturado nos conceitos de partícula e corpo extenso, que se confundem ao longo do desenvolvimento. Os livros ao suporem através do enunciado e da ilustração que o fenômeno em análise é um corpo extenso, precisam então escrever a Equação de Torricelli conforme um corpo extenso, ou seja, precisam indicar que a equação é válida para o centro de massa. Ao não fazerem isso, a maior parte dos livros ignora os conceitos de partícula e sistema de partículas

com o objetivo apenas de desenvolver o Teorema da Energia Cinética em uma forma simples e particular.

Aparentemente, pode parecer que a forma como a demonstração é conduzida não cause prejuízo, contudo salienta-se que na posição do aluno é fundamental saber diferenciar os conceitos de partículas e sistemas de partículas com a finalidade de aplicar a forma correta dos conhecimentos físicos aos fenômenos naturais do cotidiano. Logo, é essencial para fins de domínio da relação entre trabalho e energia (tanto para partículas quanto sistemas) que os alunos tenham os seguintes conhecimentos prévios sobre as definições de partícula e sistema de partículas:

- 1) Partícula: É uma abstração feita para representar um único ente que em virtude do fenômeno tem dimensões desprezíveis, isto é, suas dimensões não influenciam na descrição do fenômeno. A partícula, por ser um elemento único, não interage com partes internas com o propósito de não alterar o fenômeno que será estudado.
- 2) Sistema de partículas: Um sistema de partículas é definido como um conjunto de entes que compõe uma região e se separa do restante do universo pelas suas fronteiras. Desta forma, um sistema pode interagir com agentes externos através das bordas do espaço que compreendem e podem interagir internamente entre as partículas que constituem o sistema.

Ao estabelecer essa diferença para o aluno, ele se torna consciente de que a dinâmica aplicada a uma partícula não é semelhante a aquela aplicada a um corpo rígido ou sistema de partículas. Ao tratar de fenômenos que envolvam sistemas de partículas é preciso modificar as leis físicas aplicadas a uma partícula. Para conseguir alcançar o objetivo de evoluir as concepções dos processos energéticos é fundamental designar de forma clara e unívoca a que fenômeno (partícula ou sistema) a demonstração do teorema está atendendo. Assim, como a grande parte dos livros se refere a um corpo (ao contrário de uma partícula), então é necessário adequar a Equação de Torricelli para que seja referente ao centro de massa de um sistema de partículas. Essa notação no primeiro momento pode criar estranheza para os alunos

que não estão adaptados a diferenciar esses conceitos, mas é a solução recomendável para contornar problemas e não causar dúvidas futuras.

Outra alternativa seria mudar a ilustração e considerar desde o primeiro momento um ponto material, assim como faz o livro *Tópicos de Física 1*. Caso os livros tivessem a predileção por considerar a demonstração de uma partícula, a conclusão obtida para relação entre as grandezas Trabalho e Energia Cinética estaria de acordo com a realidade física. Assim, na seção seguinte os livros poderiam retomar esse teorema e apontar que para casos de sistemas de partículas o teorema precisaria ser revisado de acordo com a natureza desse sistema.

3.4- A preocupação em lidar com a transferência de energia em sistemas

Conforme foi frisado no início do capítulo, existem grandes desafios ao ensinar a concepção de energia no Ensino Médio por causa da pluralidade de interpretação que o conceito pode assumir diante de cada fenômeno físico. Pode-se atribuir que grande parte dessa dificuldade seja fruto de conhecimentos que estão ausentes ou esquecidos por livros e professores. Entre esses conceitos que são comumente ignorados, destaca-se que a definição de sistemas deveria ser sempre trabalhada no Ensino Médio nas aulas em que se deseja ensinar sobre energia. Ao compreender o conceito de sistema e fazer a sua distinção para uma partícula, o aluno adquire maior clareza dos mecanismos que conduzem a transmissão de energia.

A preocupação em fazer os estudantes lidarem de forma correta com a transferência de energia em sistemas é o centro da discussão de artigos pelo mundo todo. Dentre os quais pode-se destacar o artigo *Energy and the Confused Student II: System* [Jewett 2008b] na qual o autor também faz críticas a livros e professores por não discutirem os processos de transferência de energia em sistemas. O autor também é pontual em afirmar que o primeiro passo para solucionar problemas de energia versa em identificar o sistema no fenômeno e secundamente classificá-lo como isolado e não isolado. De acordo com o autor:

Energia é um conceito crítico em soluções de problemas de Física, mas muitas vezes é uma grande fonte de confusão para os alunos se a apresentação não é cuidadosamente trabalhada pelo instrutor ou o livro. O primeiro artigo [1] desta série discutiu a confusão feita por um estudante em relação ao tratamento tradicional dado ao conceito de trabalho. Em qualquer discussão sobre trabalho, é importante afirmar que o trabalho é feito em um

sistema por uma força. Essa frase tem dois componentes importantes: (1) a identificação da força que está fazendo o trabalho e (2) a identificação do destinatário do trabalho como um sistema. São poucos os livros didáticos ou palestras que apresentam uma abordagem baseada no sistema para executar um problema de energia. As duas primeiras etapas para abordar qualquer problema de energia devem ser: 1) Identificar o sistema; 2) classificar o sistema [Jewett 2008b]

Logo percebe-se da citação anterior que uma das primeiras abordagens para resolver problemas de energia é a identificação do sistema. Ainda segundo o autor é necessário que os alunos tenham domínio das vastas características que um sistema pode assumir. Como forma de ajudar o aluno a ampliar seus horizontes, o autor propõe a identificação dos seguintes tipos de sistemas:

- Um único objeto;
- Dois objetos interagindo;
- Uma coleção de vários objetos interagindo;
- Um objeto deformável, tal como uma bola de borracha ou uma amostra das moléculas de um gás;
- Um objeto girando, tal como uma roda;
- Uma região do espaço, possivelmente deformável, tal como o volume de um cilindro de motor de automóvel acima do pistão.

O importante é perceber que as qualidades citadas e usadas para identificar um sistema não são únicas, mas que são fundamentais para o estudante compreender que o sistema pode assumir múltiplas formas de acordo com o fenômeno que se deseja analisar. Logo um sistema pode ser, por exemplo, o corpo humano em movimento, como no caso do Bolt quando analisamos a questão do ENEM.

Embora esteja claro que um sistema não tenha uma forma definida, suas dimensões são relevantes para os problemas que envolvem a transferência de energia. Todo sistema tem como característica o fato de possuir fronteiras cuja função é separar a região interna do meio externo. Note que a partir da superfície escolhida para ser a fronteira que segrega as regiões, a parte interna poderá se comportar de forma diferente de acordo com a sua composição. Assim, a forma como a energia é

distribuída ao ser transmitida para região interna irá depender das particularidades que cada sistema possui.

No que se refere aos mecanismos que envolvem a transferência de energia entre o meio externo e a parte interna do sistema devemos frisar que esses são mais complexos de se analisar do que no caso de uma partícula. Isto ocorre porque definimos uma partícula como uma abstração da Física para representar um único elemento, cujas dimensões são desprezíveis e não há partes menores que a compõe. Em outras palavras, a partícula não apresenta em sua composição interna outros elementos que lhe possam conferir outra modalidade de energia além da cinética. Logo podemos concluir que o trabalho realizado por forças externas (energia proveniente de um agente externo) transfere energia para a partícula e como consequência ela altera sua energia cinética (translada) para que assim haja conservação da energia. Ao vislumbrar a partícula dessa forma, podemos concluir que o Teorema da Energia Cinética é válido, pois de acordo com seu enunciado, todo trabalho realizado pela resultante das forças externas faz com que toda energia seja integralmente convertida em energia cinética para translação da partícula.

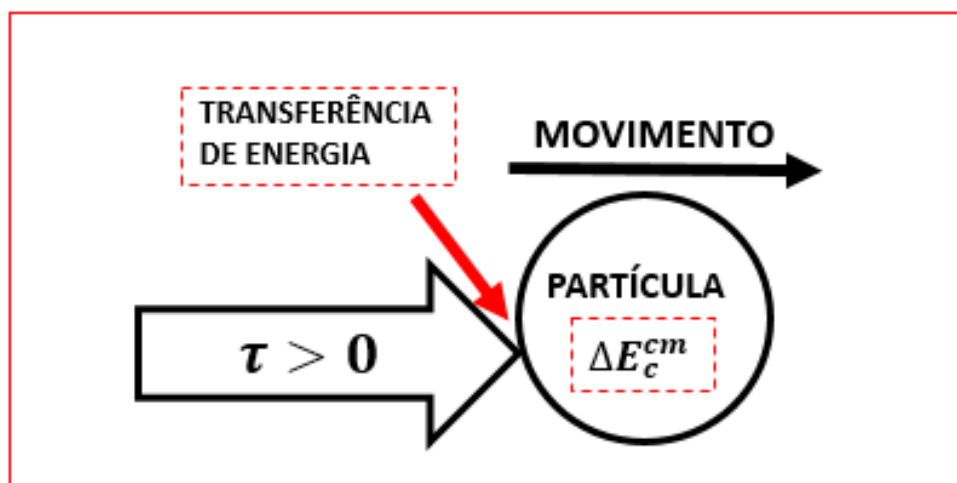


Figura 3.2: A figura tem a função de ilustrar o mecanismo de transferência de energia em uma partícula.

Para tratar dos processos energéticos que envolvem sistemas de partículas é preciso considerar o estado desse conjunto. Isso significa que a primeira abordagem deve ser identificar a natureza do fenômeno e assim de forma apropriada escolher os limites que separam a parte interna e o meio externo. Uma vez que o sistema tenha

sido identificado, é importante determinar se o mesmo será classificado como isolado ou não isolado. Segundo Jewett:

Uma vez que o sistema tenha sido identificado, é importante determinar se o sistema está ou não isolado. Um sistema isolado é aquele para o qual não há transferências de energia em todo o limite do sistema. Um sistema não isolado experimenta transferências de energia entre o limite por um ou mais mecanismos [Jewett 2008b].

Portanto, o que diferencia um sistema isolado de um não isolado é a entrada ou saída de energia através da superfície que o delimita. No caso de sistemas isolados (a maioria dos casos estudados no Ensino Médio) a principal característica é a conservação da energia dentro do sistema. Ao dizer que a energia é conservada dentro do sistema, não entenda que a mesma se mantém de forma imutável, pelo contrário, o processo é dinâmico e a energia poderá se converter em várias modalidades de modo a manter sempre a sua quantidade constante.

Nos sistemas classificados como não isolados, há passagem de energia do meio externo para o interno (ou vice-versa) fazendo com que as partículas que constituem a parte interna modifiquem o seu estado de movimento. Em outras palavras, no caso de uma força externa realizar trabalho, a energia irá fluir através da fronteira modificando a energia cinética de cada partícula que pertence à região interna. Diferentemente do caso de uma partícula, a energia recebida na forma de trabalho pelo sistema faz com que internamente cada partícula adquira energia de movimento em direções aleatórias. Importante frisar que para casos em que existem inúmeras partículas em movimento dentro do sistema, o conveniente é tratar o fenômeno em relação ao seu centro de massa. Ao fazer isso, percebe-se do ponto de vista macroscópico que o centro de massa translada e assim qualquer observador no meio externo irá atribuir ao objeto uma energia cinética. Em contrapartida, do ponto de vista microscópico sabe-se que não é toda energia vinda do meio externo que será transformada em energia de movimento para o centro de massa. Assim, podemos chegar à conclusão de que o Teorema da Energia Cinética não poderá ser aplicado, conforme foi exposto anteriormente, e que a energia transferida para o interior do sistema é convertida em outros tipos de energia, como por exemplo energia térmica ou química. A figura a seguir ilustra a processo de transferência citado.

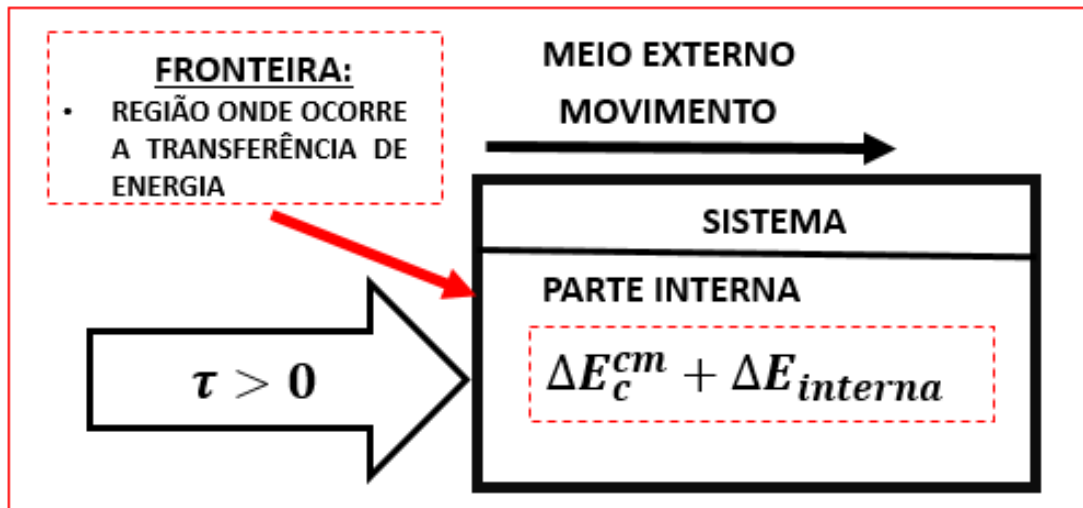


Figura 3.2: A ilustração tem a função de esclarecer a definição de sistema e as transformações energéticas que podem ocorrer entre os meios internos e externos.

3.5- A Primeira Lei da Termodinâmica como verdadeira identidade das relações de energia

Nos livros analisados anteriormente, foi demonstrado o Teorema da Energia Cinética a partir da equação de Torricelli. Frisou-se naquele momento que apesar da escolha da demonstração restringir o problema ao caso de um movimento uniformemente variado, o teorema poderia ter aplicação para qualquer tipo de movimento. Ao ser introduzido o teorema nos cursos de Física do Ensino Superior, fica evidente que sua construção é uma consequência do desenvolvimento da Segunda Lei de Newton. Para desenvolver o Teorema da Energia Cinética de modo mais geral e sem limitá-lo ao caso clássico do movimento uniformemente variado, considere o movimento unidimensional de uma partícula na direção do eixo x , que sofre a ação de uma força $F_{(x)}$ entre os intervalos x_1 e x_2 . Nesta situação, podemos calcular o trabalho da seguinte forma:

$$\tau_r = \int_{x_1}^{x_2} F_{(x)} dx. \quad (3.4)$$

Caso a força $F_{(x)}$ seja a resultante das forças que atuam sobre a partícula, podemos escrever a Segunda Lei de Newton como:

$$F_{(x)} = m \cdot a = m \frac{dv}{dt}. \quad (3.5)$$

Substituindo o valor da força na equação do trabalho pela Segunda Lei de Newton teremos:

$$\tau_r = \int_{x_1}^{x_2} F_{(x)} dx$$

$$\tau_r = \int_{x_1}^{x_2} m \frac{dv}{dt} dx$$

$$\tau_r = \int_{x_1}^{x_2} m \frac{dx}{dt} dv.$$

Como $v = \frac{dx}{dt}$, teremos:

$$\tau_r = \int_{v_1}^{v_2} m v dv = m \int_{v_1}^{v_2} v dv$$

$$\tau_r = \frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{m \cdot v_1^2}{2} \quad (3.6)$$

$$\tau_r = \Delta E_C.$$

Obtemos assim o Teorema da Energia Cinética a partir da Segunda Lei de Newton. Ressalta-se que o tratamento usado para demonstrar o teorema foi unidimensional, contudo caso o problema fosse abordado de forma tridimensional, o resultado obtido seria idêntico.

Salienta-se também, que apesar de conseguirmos estabelecer um vínculo entre a energia cinética e trabalho por meio de equações dinâmicas, não se pode cometer o equívoco de aplicar o teorema sem alguns cuidados com as suas restrições. A forma como o teorema foi elaborado a partir de equações da dinâmica terá sempre aplicabilidade a corpos que possam se comportar como partículas durante o

fenômeno, e assim sua aplicação a sistemas, conforme as definições da seção anterior, não poderá ser feita.

A razão pela qual existem restrições ao seu uso decorre primeiramente das premissas estabelecidas para sua dedução. Ao tratar o desenvolvimento a partir da proposição da força resultante, perde-se a informação da atuação das forças no fenômeno. Pela definição de força resultante, entende-se que é um modelo físico em que as forças atuantes num sistema são substituídas por uma única que cause os mesmos efeitos. Contudo, ao se generalizar todas as forças do sistema a uma única para calcular o trabalho, implicitamente é perdida a informação sobre o deslocamento de cada força. Ocorre que em nem todo sistema é trivial mensurar o deslocamento criado por uma força, o que torna difícil o cálculo do trabalho. Em sistemas, por exemplo, que possam sofrer deformações por ações de forças externas, não é garantido que o deslocamento produzido pela força seja igual ao deslocamento do centro de massa do sistema, entretanto a variação de energia cinética sofrida pelo centro de massa requer informações sobre o deslocamento do centro de massa.

O segundo problema é que a expressão que relaciona trabalho e energia não pode ser deduzida a partir da dinâmica. Ao trocar a ênfase do fenômeno e vislumbrá-lo como um sistema é necessário reconhecê-lo não mais pelos conhecimentos da dinâmica, mas sim aplicar as leis da termodinâmica. De acordo com Arnold B. Arons, a verdadeira concepção sobre os processos de troca de energia num sistema só pode ser induzida a partir da observação de cada fenômeno, pois as leis que permitem estabelecer relações energéticas não podem ser deduzidas, entretanto podem ser compreendidas a partir dos conhecimentos termodinâmicos da primeira lei. Segundo ele:

A raiz de todo problema reside na aplicação e na interpretação do Teorema do Trabalho – Energia Cinética desenvolvido pela integração da segunda Lei de Newton com respeito a posição do centro de massa de um objeto ou sistema sendo acelerado. Apesar dos resultados conduzirem a relações dinâmicas completamente corretas para o sistema considerado, isso não significa uma correta relação energética. Em particular, o valor do “trabalho” no lado esquerdo da equação tem o seu valor verdadeiro se o objeto que está sendo acelerado for uma partícula (ponto material) mas não é necessariamente o verdadeiro valor de trabalho (no sentido da Primeira Lei da Termodinâmica) feito por ou pelo sistema se o sistema em questão for deformável ou possuir grau de liberdade interno [Arons 1989].

Quando se propõe a analisar a transferência de energia em objetos ou sistemas em que suas partes podem interagir internamente, é necessário introduzir o conceito de energia interna. A partir de definições apropriadas de trabalho e energia interna é possível articular a Primeira Lei da Termodinâmica e chegar ao Teorema da Energia Cinética.

Importante salientar que o estado de um objeto ou sistema pode sofrer transformações de acordo com alterações internas que são medidas pelo valor de suas variáveis intrínsecas, chamadas de variáveis de estado. Dessa forma, ao estudar a evolução de um sistema, é importante conhecer grandezas como a temperatura, pressão, volume, densidade, composição, organização no campo gravitacional, polarização magnética e elétrica. Toda alteração que ocorre nas variáveis de estado indica um processo de transformação que está alterando a energia interna do sistema.

No Ensino Médio normalmente contemplamos os casos mais simples de sistemas, como por exemplo o modelo do gás ideal. Ao tratarmos do modelo do gás ideal com estudantes, apresentamos o conceito de energia interna e o fazemos compreender que esta energia é função da temperatura. Ao aprender isto, o estudante então saberá que qualquer transformação gasosa que modifique a temperatura, conseqüentemente, irá alterar a energia interna do gás. Para ser mais claro, considere o caso da compressão volumétrica de um gás ideal a pressão constante. Neste exemplo o professor almeja que os estudantes compreendam que para que o volume ocupado pelo gás reduza é necessário primeiramente a ajuda de um agente externo. Se neste caso existe um êmbolo móvel e uma força externa é feita de modo a comprimir o gás, então essa realiza trabalho e fornece energia para o gás. Por sua vez, a energia que flui do meio externo para a parte interna se transforma no que chamamos de energia interna. Neste processo, o ganho de energia promove aumento na agitação térmica e conseqüentemente elevação da temperatura.

Importante destacar neste exemplo a relação dinâmica que existe entre o interior do sistema e os agentes externos. Com isso compreendemos que existe um vínculo entre parte interna e meio externos e que se a energia interna do gás ideal muda é conseqüência da influência com o meio externo. Em outras palavras, o vínculo estabelece uma relação direta entre as duas regiões, isto é, toda energia que entra no sistema por meio de trabalho é convertida em energia interna. Assim também concluímos que há conservação entre a quantidade de energia fornecida por meio de

trabalho e armazenada no sistema como energia interna. É a partir dessa sequência de raciocínios que obtemos a ideia primitiva de conservação da energia (enunciada como Primeira Lei da Termodinâmica). Assimilada a ideia de conservação, pode-se também fazer o estudante entender que para o estado de equilíbrio de um gás, o mesmo não pode sofrer transformações energéticas repentinas a fim de aumentar ou diminuir a energia interna sem o auxílio de agentes externos. É importante ressaltar também que no caso específico da compressão do gás, a energia entra no sistema através de trabalho (não é necessariamente o único meio) realizado sobre o sistema e que esse trabalho transfere tanta energia ao sistema quanto for a variação de volume (compressão de volume) sofrida a partir de uma força aplicada. Por último, perceba que todo raciocínio discutido nesse parágrafo a respeito das transformações energéticas envolvendo o gás, envolve a peculiaridade de não poder ser deduzido matematicamente, mas pode ser abordado e explicado por induções através da observação direta do fenômeno.

Se no exemplo anterior pudéssemos trocar o modelo gasoso por um objeto que possa sofrer deformações (compressão ou expansão) seria intuitivo pensar em um desenvolvimento semelhante. Apesar do caso retratado pelo gás reproduzir modelo mais simples para análise de sistemas, pode-se de forma análoga obter resultados satisfatórios em relação a corpos que sofram qualquer tipo de deformação. Se por hipótese um corpo com características de sistema sofre a ação de uma força cujo objetivo é comprimir (“esmagar”) o objeto, então é esperado que esta força deforme a região que divide as partes interna e externa. Em outras palavras, a deformação efetuada comprime a superfície, obrigando-a a adentrar no sistema, e assim por consequência, diminuir o volume interno. Semelhantemente ao modelo do gás ideal, é razoável afirmar que a aplicação da força por um agente externo realiza trabalho à medida que proporciona a deformação e reduz o volume da região interna. Novamente com este fenômeno descrito, vemos a transferência de energia partir de um agente externo para o interior do sistema por meio da realização de trabalho a partir da deformação feita pela ação da força externa. Entretanto, a forma como essa energia se manifesta no interior do sistema é diferente da que citamos com o gás ideal. Uma vez que não conhecemos a composição do sistema, devemos compreender que a energia transferida por meio de trabalho é aproveitada pelo sistema de modo a modificar a sua energia interna, que neste caso precisa ser interpretada como a soma

de todas as modalidades de energia que estão presentes no interior do sistema. Como estamos tratando de um sistema mais complexo em relação ao modelo do gás ideal, devemos perceber que as características intrínsecas ao sistema afetam a evolução (comportamento) do mesmo. Conforme dito anteriormente, existem grandezas de estado, além da temperatura, que são necessárias para analisar a evolução do sistema. Dentre essas grandezas, pode-se destacar a composição do sistema como fundamental para determinar sua evolução. Diversos materiais de composições distintas, ao serem esmagados por uma força de mesma intensidade, não irão causar transformações energéticas iguais no sistema. Materiais que são mais resistentes sofrem menor variação volumétrica e, portanto, a energia transmitida para o interior do sistema e convertida em energia interna é menor do que em comparação a materiais menos resistentes. Além disso, por se tratarem de sistemas com composições diferentes, a forma e a organização interna de cada um faz com que a energia transmitida pelo agente externo seja recebida e partilhada de forma diferente em cada sistema.

Ainda em relação ao exemplo anterior, tem-se num caso mais notório que a força feita com o objetivo de pressionar o objeto possa forçar esse objeto a se deformar e entrar em movimento. Nesse caso, a interpretação do fenômeno é semelhante à descrita na seção anterior quando discutimos sobre sistemas. Sendo assim, é correto afirmar que a energia cinética que o objeto adquiriu para se movimentar é uma das parcelas da energia que foi partilhada no interior do sistema a partir do trabalho realizado pela força externa. O trabalho realizado pela força contribui para a variação de energia cinética total do sistema de partículas, ou seja, isso significa que por se tratar de um sistema composto internamente de inúmeras partículas, devemos interpretar o fenômeno em relação ao seu centro de massa. Com base nos conhecimentos de Mecânica que discutem os movimentos relativos, temos que, no referencial do observador, a energia cinética total do objeto será a soma da energia cinética relativa ao centro de massa (pela qual o próprio observador enxerga o objeto se deslocar) com a energia cinética das partículas no seu movimento relativo ao centro de massa. Logo, é incorreto afirmar que a energia cinética do centro de massa, pela qual um observador vê o objeto se deslocar, é igual em quantidade à energia que foi transferida na forma de trabalho.

Para outros casos de sistemas, é importante salientar que a transferência de energia por meio de trabalho não é o único mecanismo de compartilhar energia entre as regiões externa e interna. A energia pode fluir entre as fronteiras que separam as duas regiões também através da transferência de calor. Calor e trabalho não são variáveis de estado de um sistema, mas são grandezas que as alteram e conseqüentemente mudam sua energia interna. No caso específico do calor isso ocorre, por exemplo, quando há diferença de temperatura entre as duas regiões separadas pela fronteira. O calor é transferido sempre entre duas regiões em que há diferença de temperatura. Neste caso, o calor fluirá da região de maior temperatura para a de menor temperatura. Sendo assim, se consideramos que existe diferença de temperatura entre a parte interna e o ambiente externo, isso significa que a energia entrará ou sairá do sistema por meio de calor, e conseqüentemente fará com que a temperatura aumente ou diminua a fim de se chegar ao equilíbrio térmico. Em decorrência da variação da temperatura que ocorre no sistema devido à troca de calor, temos que a energia interna também se modificará. Ressalta-se que na maioria dos exercícios de mecânica as transformações são adiabáticas e, sendo assim, não há transferência de energia na forma de calor.

Para visualizar todo o processo descrito nos parágrafos anteriores, considere um bloco que é empurrado por meio de uma força de módulo F num plano horizontal com atrito, cujo módulo vale F_{at} . Considerando os deslocamentos relativos ao centro de massa, ao aplicar o Teorema da Energia Cinética tem-se:

$$(F - F_{at}) \cdot \Delta S_{cm} = \Delta \left(\frac{m \cdot v_{cm}^2}{2} \right). \quad (3.7)$$

Se em certo momento modularmos a força que empurra o bloco de modo que ela se iguale à força de atrito, teremos um trabalho total nulo, mas ainda assim existirá movimento e energia cinética. Para que o bloco se mantenha sempre com a mesma velocidade (e assim sempre com a mesma energia cinética) é necessário que a força que empurra o bloco não pare de agir e tenha intensidade sempre igual à força de atrito. Neste ponto, fica evidente que a força de módulo F realiza trabalho, e que essa quantia é convertida em energia cinética, mas o que acontece com a quantidade $F_{at} \cdot \Delta S_{cm}$?

De acordo com Arons, a quantidade $F_{at} \cdot \Delta S_{cm}$ não satisfaz a definição de trabalho, segundo a termodinâmica, porque a força de atrito que atua sobre a base do bloco não sofre um deslocamento ΔS_{cm} , mas sofre deslocamentos que não existem meios de se saber ou calcular. Ainda segundo o autor, as conclusões como as obtidas na equação anterior não podem ser aplicadas como uma equação verdadeira para a energia, embora seja uma relação dinâmica perfeitamente correta.

Ainda em relação à quantidade $F_{at} \cdot \Delta S_{cm}$, é comum professores e livros didáticos afirmarem que no caso de forças dissipativas o trabalho é convertido em calor. Perceba que este equívoco surge a partir da fragmentação do conhecimento em relação às grandezas trabalho e calor vistos na termodinâmica. Na situação ilustrada, todo processo é adiabático (sem troca de calor), pois o volume de matéria ocupada pelo bloco é relativamente grande em comparação com a interface pequena que está em contato com o plano, não dando praticamente oportunidade para ocorrer troca de calor. Outra razão que assegura o processo como adiabático é o tempo muito curto que dificulta a transferência de calor. Sendo assim é plausível considerar esse fenômeno, assim como muitos outros da Mecânica, como adiabáticos.

Apesar de todo o processo ser adiabático, isso não significa que a temperatura do bloco e do plano não possam se alterar devido à fricção. Aliás experimentalmente é observado nesse fenômeno a variação de temperatura no bloco e no plano. Isso sugere que a energia interna do bloco e do plano estejam sendo modificadas à medida que a força de atrito atua durante o movimento do bloco. Em outras palavras, note que no processo descrito existe a interação entre o plano e o bloco e que esse é o elemento fundamental a modificar a energia interna de ambos. Logo, podemos concluir que para problemas mecânicos desse tipo, é errôneo analisar isoladamente o bloco e, portanto, seria prudente considerar o sistema como formado pelo plano e o bloco, além de conduzir toda análise energética a partir dos conhecimentos termodinâmicos.

Elaborado todo o raciocínio acima, podemos solucionar esse problema considerando inicialmente o sistema formado pelo bloco e plano e escrevendo a Primeira Lei da Termodinâmica a seguir:

$$\Delta U = Q + \tau. \quad (3.8)$$

Conforme mencionado, não há transferência de calor por se tratar de um processo adiabático, temos $Q = 0$ na equação. O trabalho realizado no sistema é consequência da força de módulo F . A quantidade de energia transferida para o sistema pelo trabalho desta força é dada por $\tau = F \cdot \Delta S_{cm}$ e seu recebimento muda duas componentes energéticas do sistema. Uma delas é a energia térmica interna denotada por ΔU_t e a outra é a energia cinética denotada por ΔE_c . Logo, se pode reescrever a Primeira Lei da Termodinâmica da seguinte forma:

$$\Delta U_t + \Delta E_c = 0 + F \cdot \Delta S_{cm}$$

Ou ainda:

$$\Delta U_t + \Delta \left(\frac{m \cdot v_{cm}^2}{2} \right) = F \cdot \Delta S_{cm}. \quad (3.9)$$

Repare que a equação encontrada acima se assemelha com o Teorema da Energia Cinética, sendo diferente apenas pela adição do termo ΔU_t . De fato, caso fizéssemos $\Delta U_t = 0$ significaria que não existiriam mais interações internas, e o sistema passaria a ser visto como uma partícula. Para esse caso em particular, teríamos o teorema conforme o que está presente nos livros didáticos. Entretanto, é importante frisar que o Teorema da Energia Cinética é resultado da derivação da Primeira Lei da Termodinâmica.

Ainda em relação à equação anterior, pode-se fazer a seguinte mudança a fim de evidenciar a energia interna térmica:

$$\Delta U_t = F \cdot \Delta S_{cm} - \Delta \left(\frac{m \cdot v_{cm}^2}{2} \right). \quad (3.10)$$

Ao colocar a equação dessa forma, é percebido que a mudança da energia térmica interna do sistema bloco e plano é igual ao trabalho realizado pela força externa F menos a variação de energia cinética do centro de massa do bloco. Se o deslocamento é feito a velocidade constante, isto é, sem variação de energia cinética, todo trabalho realizado por F é convertido em energia térmica interna, aumentando, conforme se vê experimentalmente, a temperatura do sistema formado pelo plano e bloco

4 - APRIMORANDO A DEFINIÇÃO DE TRABALHO E APRESENTANDO O TEOREMA DO PSEUDOTRABALHO

No capítulo anterior concluímos que as concepções de energia e trabalho, assim como a relação entre essas duas grandezas ensinadas no Ensino Médio são insuficientes ou equivocadas para tratar de certos fenômenos físicos que rodeiam os estudantes. A constatação de que existe um problema no processo de ensino e aprendizagem se tornou evidente na seção anterior ao analisarmos algumas literaturas comuns no ciclo escolar. A partir da análise das obras mencionadas anteriormente, discutiremos a abordagem usada para demonstrar e aplicar em problemas físicos o uso do Teorema da Energia Cinética. Concluímos que o Teorema da Energia Cinética atende a uma pequena extensão de problemas físicos para os quais o corpo assume o comportamento de uma partícula.

A restrição ao uso do Teorema da Energia Cinética também nos faz repensar em todas as proposições que serviram para demonstração do teorema no capítulo anterior. Dessa forma, também chegamos à conclusão que as relações extraídas a partir do desenvolvimento da Segunda Lei de Newton nos levam a resultados limitados a respeito dos processos de transferência de energia e, portanto, não são expressões adequadas para nos mostrar a conservação da energia. Como uma forma de contornar a problemática causada por essa abordagem, apresentamos a Primeira Lei da Termodinâmica como verdadeira expressão que retrata os mecanismos de transferência de energia. De posse dos conhecimentos da Primeira Lei da Termodinâmica fomos capazes de derivar o Teorema da Energia Cinética. Logo, concluímos que a aplicação da Primeira Lei da Termodinâmica com a finalidade de solucionar problemas físicos, tais como os problemas que envolvem sistemas deformáveis e têm a sua origem dentro do ramo da mecânica, é a mais adequada, pois sua aplicação retrata a verdadeira origem dos mecanismos de transferência de energia.

Neste capítulo daremos continuidade à resolução de problemas físicos embasados na Primeira Lei da Termodinâmica, contudo usaremos em paralelo um novo princípio que torna a resolução de problemas físicos mais fáceis e que ao mesmo tempo refinará e substituirá o Teorema da Energia Cinética. Vamos apresentar o Teorema do Pseudotrabalho, proposto por Claude M. Penchina no seu artigo

Pseudowork-energy principle [Penchina 1978]. O Teorema do Pseudotrabalho ou Teorema do Centro de Massa, proposto por Penchina, é uma ferramenta que combinada ao uso da Primeira Lei da Termodinâmica facilita a compreensão dos estudantes na resolução de problemas que envolvam sistemas deformáveis, com grau de liberdade e com ação de forças internas, ou seja, problemas cotidianos em que o Teorema da Energia Cinética não possui aplicação.

Como segundo objetivo desse capítulo, quer-se destacar também a ação de forças internas como agentes que modificam a energia de um sistema, conforme foi previamente visto na seção passada quando discutimos a questão do ENEM. Partindo do pressuposto de que o trabalho realizado por forças internas é capaz de modificar a energia de um sistema, é desejável, para uma melhor interpretação dos fenômenos físicos, que os estudantes saibam diferenciar o conceito de forças externas e forças internas, além de saber identificar quando as mesmas realizam trabalho, e como essas duas quantidades estão relacionadas para alterar a energia do sistema.

Sabendo que o Teorema do Pseudotrabalho e a concepção de trabalho de forças internas são conhecimentos que não estão presentes nos livros de Física usados no Ensino Médio, e como também existe o desconhecimento dos professores do Ensino Médio em relação a estes tópicos, estruturamos esse capítulo como um guia que auxilie a desenvolver esses conhecimentos. Para isto, apresentaremos os novos conceitos tomando como premissa a preparação de professores para sua abordagem com os estudantes, e por isso nos fundamentaremos em exemplos que poderão ser levados para sala de aula como recurso para visualização pelos estudantes.

Por fim, destinamos uma última seção para apresentar nosso produto que consiste em mostrar empiricamente o Teorema do Pseudotrabalho através de um experimento. Esse experimento visa analisar a velocidade do centro de massa de dois “carrinhos” ligados por um elástico (ou mola), que são puxados em um trilho de ar por uma força de tração constante e mensurável. Com este experimento, queremos provar que por se tratar de um sistema deformável o Teorema da Energia Cinética não poderá ser aplicado e assim precisará ser substituído pelo Teorema do Centro de massa para encontrarmos sua energia cinética e, conseqüentemente, a sua velocidade.

4.1- O Trabalho realizado por forças internas

Anteriormente discutimos a necessidade de ensinar (ou revisar) o conceito físico de sistemas para os estudantes do Ensino Médio, com o propósito de compreender os processos de transferência de energia. A definição de sistema é fundamental para que nesse momento o estudante seja capaz de distinguir se os agentes das forças exercidas estão no sistema (forças internas) ou fora do sistema (forças externas).

Portanto, com o propósito de promover a compreensão dos estudantes e professores a respeito do conceito destas forças, considere as definições a seguir pelas quais consideramos os sistemas nas ilustrações abaixo como uma região que delimita fronteiras a fim de segregar dois ambientes (interior e exterior a essa região). Neste contexto, podemos definir:

- Forças externas são interações feitas por corpos que estão no ambiente externo sobre o sistema, isto é, são ações feitas por corpos que se encontram do lado de fora da região delimitada pelas fronteiras do sistema.

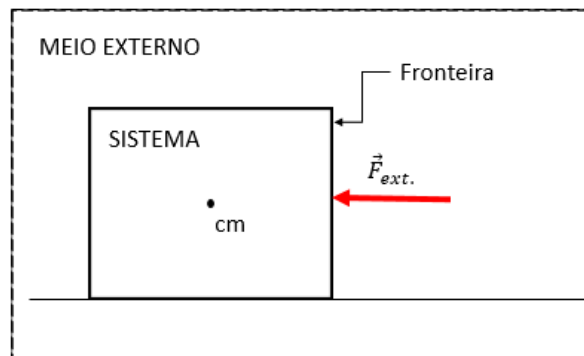


Figura 4.1: A ilustração mostra uma força externa atuando no sistema.

- Forças internas são interações que ocorrem no ambiente interno, ou seja, são ações decorrentes de agentes (partículas) que estão localizados no lado de dentro da região delimitada pelas fronteiras do sistema.

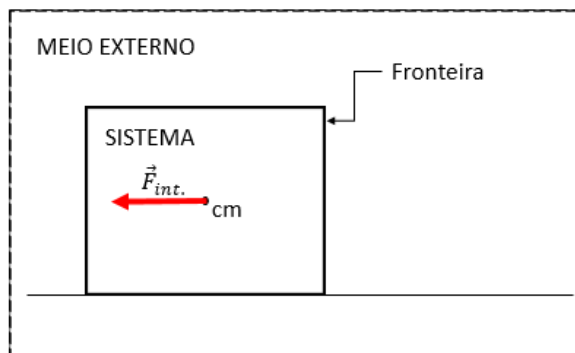


Figura 4.2: A ilustração mostra uma força interna atuando no sistema.

A partir das explicações e ilustrações anteriores, perceba que as definições de forças internas e forças externas estão condicionadas primeiramente à escolha de um sistema. Conforme visto anteriormente, a identificação de um sistema é o primeiro passo a ser seguido para a resolução de problemas que envolvam os conceitos de energia e trabalho. Além disso, cabe lembrar que a identificação do sistema em cada fenômeno varia de acordo com o tipo de problema, pois eles estão sujeitos à interpretação do estudante. Contudo, uma vez que o sistema já esteja definido, conhecemos os elementos que o compõe e podemos identificar aqueles que não fazem parte do mesmo. Em outras palavras, ao se definir um sistema podemos distinguir os elementos que consideramos como internos e externos.

Para ilustrar as definições do parágrafo anterior de forma clara e cotidiana, podemos considerar, por exemplo, um sistema formado por um projétil e uma arma de fogo. Na situação em que ainda não há o disparo, consideramos como fronteira do sistema o envoltório da própria arma de fogo. Logo, qualquer ação que modifique a forma inicial do sistema poderá ser feita por agentes internos ou externos. Sendo assim, quando ocorre o disparo e o projétil ganha velocidade, podemos afirmar que o mesmo ganha energia cinética devido ao trabalho realizado por forças internas, que por sua vez têm origem na expansão do gás dentro da arma quando se apertou o gatilho. Importante ressaltar nessa situação que, caso o gatilho não fosse apertado, o projétil não ganharia energia cinética e, portanto, para que esses eventos ocorram é necessário primeiramente que um agente externo ao sistema exerça uma força sobre o gatilho.

Visto que as definições de forças internas e externas são importantes para se investigar um sistema, é correto presumir que as forças internas que atuam em sistemas também possam realizar deslocamentos, e por esta razão também poderão

realizar trabalho e alterar a energia de movimento do sistema. Essa percepção nos leva a retornar ao conceito de trabalho total na forma como surge no Ensino Médio, com a finalidade de incluir o trabalho realizado por forças internas como uma parcela que contribui para o trabalho total ($\tau = \tau_{ext} + \tau_{int}$). Com base nessa premissa é oportuno reescrever a Primeira Lei da Termodinâmica, de forma que destaque o trabalho realizado por forças internas e externas no sistema:

$$\Delta U = Q + \tau, \quad (4.1)$$

$$\Delta U = Q + \tau_{ext} + \tau_{int}. \quad (4.2)$$

A equação (4.2) tem grande significado físico, porque confirma que a energia que provém do interior do sistema pode não apenas ser modificada por agentes externos (calor e trabalho externo), como também por trabalhos de forças internas. Para uma melhor compreensão desse conceito, considere um sistema hipotético que possa sofrer deformações e no qual podemos desprezar a transferência de energia na forma de calor entre as fronteiras que delimitam o sistema ($Q = 0$). Considere ainda que para esse sistema hipotético toda energia interna (U) corresponda à energia cinética total do sistema (E_c), ou seja, a energia que se manifesta internamente é a soma das energias cinéticas, sendo um referente ao centro de massa (E_c^{cm}) e a outro referente ao movimento relativo das demais partículas que compõem o sistema em relação ao centro de massa é (E_c^{int}). Logo, para o fenômeno idealizado poderemos compreender o processo de transferência de energia da seguinte maneira:

$$\Delta E_c = \tau_{ext} + \tau_{int},$$

$$\Delta E_c^{cm} + \Delta E_c^{int} = \tau_{ext} + \tau_{int}. \quad (4.3)$$

Importante perceber que a expressão (4.3) complementa a concepção de trabalho total explorado no Ensino Médio, visto que a partir da relação anterior percebemos que a expressão do trabalho total (lado direito da equação) é generalizada de modo a contemplar, além dos trabalhos realizados por forças externas, o produzido por forças internas também.

Ainda em relação à equação, veja que também existe uma complementação das relações entre trabalho e energia que não é percebida quando é ensinado o Teorema da Energia Cinética. A partir da expressão anterior, concluímos que o trabalho total realizado em um sistema deformável modifica não somente a energia cinética de translação do centro de massa, mas também é responsável por modificar a energia cinética das partículas em relação ao seu centro de massa. O Teorema da Energia Cinética também é uma consequência dessa percepção das relações entre trabalho e energia. Para obtermos o Teorema da Energia Cinética basta que os trabalhos realizados pelas forças internas sejam nulos ($\tau_{int.} = 0$), e assim teremos:

$$\Delta E_c = \tau_{ext} + \tau_{int.},$$

$$\Delta E_c = \tau_{ext.} + 0,$$

$$\Delta \left(\frac{m \cdot v_{cm}^2}{2} \right) = \tau_{ext.}. \quad (4.4)$$

Um importante detalhe que deve ser observado é que a equação do trabalho total (4.4) deve ser aplicada em conformidade com a identificação e classificação feita previamente do sistema. Isto significa que ao iniciar o estudo sobre um fenômeno e fazer a identificação do sistema, devemos ter atenção às características (grau de liberdade, deformação, corpo rígido) que retratam esse sistema para que possamos escrever a expressão do trabalho total adequada ao fenômeno. Dependendo da proposta do problema que estamos analisando também poderemos analisá-lo de outra forma. Isto é, de acordo com as condições iniciais do problema podemos fazer o caminho oposto, ou seja, podemos nos guiar a partir da equação do trabalho total para que assim possamos identificar as características do sistema. Por exemplo, é correto afirmar que quando o trabalho total corresponder unicamente a trabalhos de forças externas ($\tau_{total} = \tau_{ext}$), o sistema terá um comportamento específico. Para esse caso em particular, pode-se afirmar que o sistema terá o comportamento de um corpo rígido ou ainda poderá ser tratado como uma partícula. A maioria dos exercícios trabalhados por estudantes no Ensino Médio trata de sistemas com as características de um corpo rígido, contudo é importante distinguir que existem sistemas em que a presença de forças internas modificará a característica e a física do problema.

É possível que para um determinado fenômeno a ser estudado, a escolha apropriada do sistema tenha como única característica a realização de trabalho por forças internas, e assim o trabalho total será expresso unicamente por essa parcela ($\tau_{total} = \tau_{int}$). A maioria dos sistemas que possuem essa característica podem ser identificados com alguma facilidade, pois possuem a peculiaridade de ter grau de liberdade ou autonomia para se movimentarem. Para representar os fenômenos que se encaixam nesse perfil, podemos citar exemplos cotidianos, como os movimentos ocasionados por forças internas (musculares) nos seres vivos para realizar atividades físicas (correr e pular, por exemplo), ou ainda as forças motoras que permitem veículos a se moverem.

Para ilustrar como abordar tais tipos de sistemas, podemos retomar a questão do ENEM que foi proposta no capítulo anterior. O objetivo da questão é encontrar o trabalho total, e para isso o enunciado induz o seu cálculo a partir da aplicação do Teorema da Energia Cinética. Note que conforme mencionamos no outro parágrafo, o sistema composto por Usain Bolt tem autonomia de movimento, e por isso podemos entender que toda energia de movimento de Bolt provém da realização de trabalho de forças internas. Usufruindo da Primeira Lei da Termodinâmica e sabendo da existência de forças internas, podemos identificar a inconsistência na proposta da questão. Para vislumbrar essa dubiedade, podemos considerar o sistema como o atleta, e assim escrever a Primeira Lei da Termodinâmica:

$$\Delta U = Q + \tau,$$

$$\Delta U = Q + \tau_{ext} + \tau_{int},$$

$$\Delta U = \tau_{int}. \quad (4.5)$$

Conforme era esperado, a variação da energia interna do sistema é consequência do trabalho realizado por forças que atuam dentro do próprio sistema. Em particular, o trabalho realizado por forças internas modificará todas as modalidades de energia que constituem a energia interna do sistema. Se por hipótese consideramos que todo trabalho realizado por forças internas tem a finalidade de modificar apenas a energia cinética, ainda assim não poderíamos concluir nada a respeito do trabalho, visto que com os dados do problema só podemos calcular a

energia cinética do centro de massa ($\Delta E_c^{cm} = 6480 J$). Salienta-se que para fenômenos com grau de liberdade, a energia cinética total não é apenas a energia cinética referente ao centro de massa do sistema, mas também devemos considerar a energia cinética referente ao movimento relativo das demais partes que compõem o sistema em relação ao centro de massa. Logo, a energia cinética total nesse sistema é a soma dessas duas energias ($\Delta E_c = \Delta E_c^{int} + \Delta E_c^{cm}$). Entretanto, com os dados fornecidos pela questão não há como calcular a energia total, já que só sabemos a energia de movimento do centro de massa. Podemos compreender o que acontece nesse caso da seguinte forma:

$$\Delta E_c = \tau_{int},$$

$$\Delta E_c^{int} + \Delta E_c^{cm} = \tau_{int},$$

$$\Delta E_c^{int} + 6480 = \tau_{int}. \quad (4.6)$$

Segundo o gabarito oficial do ENEM para a questão, o resultado do trabalho total é por aproximação $6,5 \times 10^3$ Joules, contudo, de acordo com o desenvolvimento acima, só é possível concluir que o trabalho total deva ser maior que 6480 Joules ($\tau_{int} > 6480$), pois não há como calcular a outra parcela de energia referente à energia cinética total.

Retornando à análise a respeito da expressão do trabalho total, podemos ainda encontrar situações em que tanto forças internas quanto forças externas sejam igualmente responsáveis por transferir energia. Diferentemente do que foi visto no último caso, a maior parte dos sistemas que recebem energia devido a trabalhos internos e externos não possuem grau de liberdade. Apesar de não possuírem autonomia para escolher como irão se movimentar, esses sistemas precisam ser deformáveis. O fato de sofrerem deformação garante que dentro do sistema existam força internas agindo e realizando trabalho. Para satisfazer as duas condições ao mesmo tempo é preciso que o sistema possa sofrer deformações, pois essa característica garante a existência de trabalho interno. Ao mesmo tempo, como não possuem liberdade de movimento, é preciso que agentes externos possam interagir com o sistema a fim de movimentá-lo e conseqüentemente realizarem o trabalho. Tais

sistemas não são triviais e de fácil identificação no dia a dia, mas podemos citar como ilustração um sistema composto por duas massas interligadas por uma mola. Quando uma força externa passa a agir e deslocar o sistema, percebemos que o centro de massa irá acelerar enquanto as massas irão oscilar em relação ao centro de massa devido à força elástica (força interna). Nesse caso, o trabalho total, composto por trabalho interno e externo, é responsável por toda a mudança na configuração, energia cinética e na energia vibracional do sistema.

4.1.1- Orientando estudantes e professores a respeito do conceito de forças internas e forças externas

Como forma de facilitar e guiar tanto professores quanto estudantes a terem uma compreensão exata das três possíveis formas que a expressão do trabalho total pode assumir diante das características e identificação dos problemas, fizemos o diagrama a seguir para elucidar as relações entre os conhecimentos apresentados, de modo que possam ser ensinados durante as aulas.



Figura 4.3: O diagrama acima ilustra os conhecimentos ensinados e outros que poderiam ser ensinados no Ensino Médio.

Com relação à ilustração acima, salienta-se que inicialmente o objetivo é apresentar de forma generalizada o Teorema do Trabalho-Energia em um sistema deformável de partículas. Também é intenção da ilustração destacar os conceitos de trabalho e energia conforme são ensinados no Ensino Médio, e assim enfatizar a limitação do conhecimento que é ensinado perante a outros conceitos que não são aplicados no Ensino Médio.

Como forma de guiar professores e alunos em relação aos conceitos de trabalho e energia, tanto para auxiliar nos conhecimentos usuais estabelecidos pelo currículo e que são desenvolvidos nas instituições de ensino, quanto para aqueles conceitos que não são ensinados, colocamos na região central do diagrama o conhecimento que desejamos que seja aprendido (trabalho e energia), e a partir dele sugerimos ramificações com os demais conhecimentos.

Como derivações do conhecimento central, apresentamos as três situações possíveis, já citadas anteriormente, para a expressão do trabalho total ($\tau_r = \tau_{int} + \tau_{ext}$, $\tau_r = \tau_{int}$ e $\tau_r = \tau_{ext}$). O objetivo com isso é destacar para professores e alunos que ao iniciarem o estudo devem identificar a natureza do movimento com relação a trabalhos de forças internas ou externas.

Após identificar as forças atuantes e conseqüentemente escrever a expressão do trabalho total, o professor ou aluno poderá obter duas formas de prosseguir. Caso exista apenas trabalhos de forças externas, ou seja, o sistema é indeformável, recaímos aos casos de problemas mais comuns no Ensino Médio. Logo quando identificarmos no problema que o trabalho total é somente o trabalho externo, então poderemos considerar o objeto em movimento como um corpo rígido, ou uma partícula.

A outra hipótese é existir trabalho de forças internas e externas, ou somente trabalho de forças internas. Seja qualquer uma dessas duas situações, a conclusão que se chega é que a existência de trabalho de forças internas classifica o sistema como deformável, e as relações entre trabalho e energia não poderão ser obtidas trivialmente pelo Teorema da Energia Cinética. A natureza do sistema também dependerá se há somente forças internas ou se há combinações de forças internas e externas. Certamente haverá inúmeros exemplos de aplicação para essas duas situações, contudo destacamos exemplos mais comuns em que poderemos identificar esses sistemas. Para facilitar e poder diferenciar as duas situações, podemos usar o

diagrama citado anteriormente como guia. A partir dele podemos perceber por exemplo que para o caso em que só existe trabalho interno a característica principal é a deformação do próprio sistema e que para isso ocorrer é necessário que o sistema tenha um comportamento autônomo e grau de liberdade. Logo, por analogia podemos perceber que o movimento feito por seres vivos ou veículos se enquadram dentro desses atributos, e por esta razão são exemplos de sistema em que existe o trabalho feito por forças internas. Já para sistemas em que encontramos os dois tipos de trabalho, citamos como exemplo principal os sistemas que possuem na sua região interna uma mola. Assim, com esse exemplo queremos ressaltar a existência de uma força elástica como realizadora de trabalho interno, além de enfatizar que para sistemas mecânicos desse tipo entrarem em movimento é necessária a transferência de energia por trabalho de agentes externos.

Após evidenciar o tipo de problema a ser estudado de acordo com a expressão do trabalho total, deve-se aplicar a Primeira Lei da Termodinâmica para estabelecer a relação entre os trabalhos realizados e as mudanças energéticas no sistema. Por hipótese, foram considerados no diagrama os problemas mais simples e recorrentes no Ensino Médio, em que não há troca de calor ($Q = 0$). Ao se deparar com um problema físico em que não há troca de calor, queremos que professores e alunos concluam que as mudanças de energia interna no sistema sejam consequência exclusiva da realização de trabalho. A partir dessa conclusão, deveremos ter três modos de proceder e que serão expressos no diagrama pelas três equações destacadas no último quadro de cada ramificação. Para o caso de um corpo rígido que se comporta como partícula, a conclusão é a validade do Teorema da Cinética, isto é, todo trabalho realizado produzirá variação de energia cinética de translação do corpo rígido. Em contrapartida, queremos que professores e alunos associem que para sistemas deformáveis, todo trabalho realizado, seja ele unicamente de forças internas ou de forças internas ou externas, modificará a energia cinética de translação do centro de massa e a energia cinética de cada partícula que constitui o sistema em relação ao centro de massa. Assim, professores e alunos poderão perceber imediatamente que para problemas semelhantes à questão do ENEM citada, o trabalho realizado por forças internas modificará a energia cinética total do sistema ($\tau_{int} = \Delta E_c^{int} + \Delta E_c^{cm}$) e não unicamente a energia cinética como no Teorema da Energia Cinética

4.2- O conceito e o Teorema do Pseudotrabalho

Ao se ensinar o conceito de Trabalho de uma força no Ensino Médio, os estudantes aprendem que a concepção de trabalho é formalizada da seguinte maneira:

$$\tau = F \cdot \Delta s \cdot \cos \theta. \quad (4.7)$$

Assim o aluno desenvolve a percepção de que para calcular a grandeza física trabalho é necessário conhecer a natureza da força aplicada, o deslocamento produzido por essa força e ainda conhecer o ângulo formado entre os vetores deslocamento e força ($\tau = \vec{F} \cdot \vec{\Delta s}$). Entretanto, ressalta-se que em muitos tipos de problemas o deslocamento realizado pelo centro de massa do sistema não é idêntico ao deslocamento realizado pelo ponto de aplicação da força. De acordo com Arons [Arons 1989] existe uma problemática em distinguir adequadamente uma verdadeira equação que relaciona trabalho e energia na mecânica e as generalizações que surgem a partir da integração da Segunda Lei de Newton. Para compreender melhor os argumentos de ambos, considere o seguinte desenvolvimento a partir da Segunda Lei de Newton:

$$\sum F_{ext} = m \cdot a_{cm}. \quad (4.8)$$

Integrando ambos os lados em relação à posição do centro de massa (r_{cm}) encontramos a seguinte relação:

$$\int \left(\sum F_{ext} \right) \cdot dr_{cm} = \int \left(m \frac{dv_{cm}}{dt} \right) \cdot dr_{cm},$$

$$\int \left(\sum F_{ext} \right) \cdot dr_{cm} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right),$$

$$\tau_{ps} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right). \quad (4.9)$$

Aparentemente a equação acima (Teorema do Pseudotrabalho) se assemelha ao Teorema da Energia Cinética, contudo é necessário ter atenção aos passos que resultaram nessa equação. Para se alcançar essa relação, foi feita a operação de integração em relação ao centro de massa, porém não é necessariamente verdade que o deslocamento sofrido pelo centro de massa seja igual ao deslocamento que a força produz. Essa desigualdade em relação aos deslocamentos se tornará evidente quando o sistema que está sendo estudado for classificado como deformável.

Visto que o deslocamento do centro de massa de um sistema não possui a obrigatoriedade de ser o mesmo deslocamento do ponto em que a força é aplicada, PENCHINA concluiu que o termo do lado esquerdo da equação (τ_{ps}) não pode ser definido como trabalho de uma força, e por esse motivo chamou esse termo de pseudotrabalho (Teorema do Pseudotrabalho). Caso o ponto de aplicação da força tenha feito um deslocamento dr enquanto o centro de massa tenha feito um deslocamento dr_{cm} , de modo que $dr_{cm} \neq dr$ então teríamos:

$$\int (\Sigma F_{ext}) \cdot dr_{cm} \neq \int (\Sigma F_{ext}) \cdot dr,$$

$$\tau_{ps} \neq \tau_{ext},$$

pseudotrabalho \neq trabalho.

Como os deslocamentos são considerados diferentes em cada integral, conclui-se que o pseudotrabalho não é numericamente igual ao trabalho. Essa desigualdade será verdadeira para todo sistema que possa sofrer deformações ao longo de seu deslocamento. Entretanto, o pseudotrabalho poderá ser numericamente igual ao trabalho, e assim corresponderá ao Teorema da Energia Cinética, quando o deslocamento do centro de massa for igual ao do ponto de aplicação da força, ou seja, somente ocorrerá quando o fenômeno analisado tiver a característica de corpos rígidos.

Ainda em relação ao Teorema do Pseudotrabalho é importante notar que o termo $\Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right)$ não é a variação da energia cinética total do sistema, mas é uma forma eficaz de se medir a variação da energia cinética do centro de massa. Logo, o

Teorema do Pseudotrabalho é uma ferramenta muito útil para auxiliar o estudante a compreender (medir) a energia cinética de translação do sistema e por esse motivo o princípio também é conhecido como Teorema do Centro de Massa.

Voltando a analisar a questão proposta pelo ENEM, de posse da compreensão do conceito de pseudotrabalho, podemos fazer novas análises do fenômeno retratado. Conforme mencionado anteriormente, não há nenhuma força externa (desprezando a resistência do ar) que transfere energia por trabalho para o sistema (Bolt). Entretanto, existe um condicionamento na questão que faz o estudante acreditar que a força de atrito faça esse papel, o que de fato não ocorre. Para abordar esse tipo de fenômeno, devemos perceber que Bolt assume o comportamento de um sistema deformável cuja principal característica é a liberdade de movimento. Segundo vimos no diagrama da seção anterior, para situações como essa devemos atribuir toda energia de movimento de Bolt a trabalhos realizados por forças internas (forças musculares). Assim sendo, a expressão do trabalho total que se relaciona com a energia cinética do sistema será a seguinte:

$$\tau_{int} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right) + \Delta E_c^{int},$$

$$\tau_{int} = \Delta E_c^{cm} + \Delta E_c^{int}. \quad (4.10)$$

Note que ΔE_c^{cm} é a energia associada à translação do centro de massa do sistema, mas não corresponde à energia total. Em concordância com o que foi dito anteriormente, não existe trabalho feito pela força de atrito, contudo a sua presença é fundamental para que o sistema tenha aceleração. Ao desenvolvermos a Segunda Lei de Newton com a finalidade de averiguar as transformações energéticas, veremos que a abordagem não conduzirá à existência de um trabalho real, entretanto, será evidenciada a existência de um pseudotrabalho.

Portanto, ao induzir o estudante a calcular a energia de movimento relativa ao centro de massa com a justificativa de determinar o trabalho total do sistema, de fato não se está calculando o trabalho total, mas se está calculando um pseudotrabalho que é numericamente menor. Isso pode ser evidenciado na última equação se o termo $\Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right)$ for substituído pelo pseudotrabalho (τ_{ps}):

$$\tau_{int} = \tau_{ps} + \Delta E_{cm}^{int},$$

$$\tau_{total} = \tau_{ps} + \Delta E_{cm}^{int}, \quad (4.11)$$

$$\tau_{total} > \tau_{ps},$$

$$\tau_{total} > 6480 J.$$

A partir da análise do Teorema do Pseudotrabalho podemos concluir, mais uma vez, que o trabalho total é numericamente maior que o valor atribuído como gabarito da questão. Pelos dados fornecidos pela questão não há como calcular o trabalho total, visto que não há como medir as forças internas que agem no sistema. Também não há como calcular a energia cinética em relação ao centro de massa das partículas que compõe o sistema, e, sendo assim, mais uma vez concluímos que não há como o trabalho total ser calculado.

4.3- Aplicando no Ensino Médio o conceito de forças internas e do Teorema do Pseudotrabalho a partir de exemplos cotidianos

A concepção de forças internas, assim como a aplicação do Teorema do Pseudotrabalho, não são conteúdos amplamente contemplados por professores ao tratar do tema energia e trabalho com seus alunos em sala de aula. Embora essa realidade ocorra, reforçamos a ideia de que a compreensão de tais conhecimentos seja essencial para o entendimento não somente dos mecanismos que regem a transferência de energia, mas também são fundamentais para que o aluno tenha uma interpretação correta dos inúmeros fenômenos cotidianos que só poderão ser compreendidos com o domínio desses conceitos.

Para facilitar a compreensão dos estudantes em relação aos últimos conceitos que foram introduzidos, abordaremos nessa seção alguns problemas que poderão ser desenvolvidos pelo professor em sala de aula.

4.3.1- Problema 1: Automóvel que acelera sem derrapagem

Considere um automóvel com tração nas quatro rodas que se move aceleradamente sobre uma estrada retilínea em que a resistência do ar pode ser ignorada, conforme é mostrado na figura a seguir:

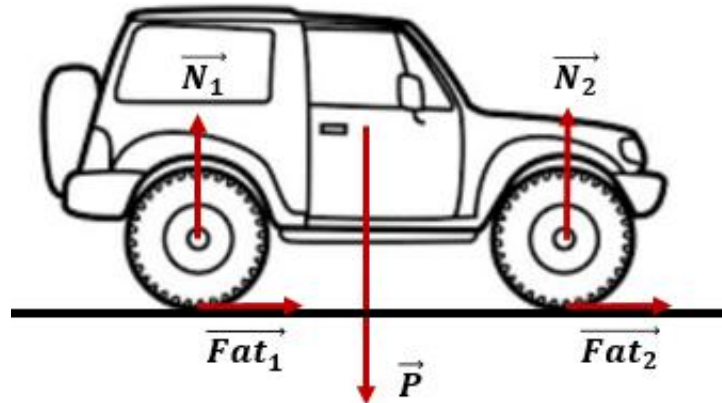


Figura 4.4: A figura ilustra as forças que atuam em um carro durante o movimento.

Para analisar as trocas de energia que ocorrem no automóvel quando o mesmo acelera sem derrapar, tomemos como verdade que o automóvel possa ser considerado com um sistema que possui grau de liberdade, devido à autonomia para controlar a sua aceleração.

Na figura considere que as forças \vec{F}_{at_1} e \vec{F}_{at_2} representam as forças de atrito que os pneus traseiros e dianteiros recebem, respectivamente, através do contato com a estrada quando não há derrapagem. De acordo com a Segunda Lei de Newton, a combinação dessas forças é a força resultante do sistema, mas ainda assim perceba que \vec{F}_{at_1} e \vec{F}_{at_2} não realizam trabalhos uma vez que o ponto de aplicação das forças não é deslocado.

Para facilitar a compreensão dos estudantes do porquê a força de atrito não realiza deslocamento nesse fenômeno, podemos usufruir da analogia do pneu que rola na estrada com uma roda dentada na cremalheira, conforme é sugerida pelo professor Renato Brito em seu livro *Fundamentos de Mecânica* [Brito 2011]:

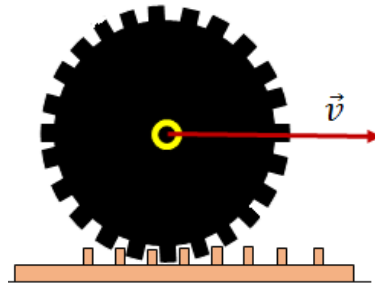


Figura 4.5: Ilustração da roda dentada se movimentando ao longo da cremalheira.

Quando a roda dentada rola ao longo da cremalheira, os seus dentes apresentam alguma velocidade em relação ao solo, sendo a única exceção os dentes que constantemente chegam ao extremo inferior em contato com a cremalheira. Cada dente que chega a essa posição acaba se encaixando entre os dois dentes fixos na cremalheira e conseqüentemente se tornam imóveis, impedidos de serem arrastados.

Da mesma forma que a roda dentada na cremalheira, o ponto de contato entre o pneu do automóvel e a estrada sempre estará imóvel em relação ao solo. Assim sendo, as forças de atrito entre os pneus e o solo não realizam deslocamentos e conseqüentemente (se não ocorrer derrapagens) nunca irão realizar trabalho. Apesar das forças de atrito não realizarem trabalho, elas correspondem à força resultante do sistema, visto que as forças Peso e força Normal se anulam. Dessa forma, podemos escrever a Segunda Lei de Newton e a partir dela chegaremos novamente ao Teorema do Cento de Massa. Encontraremos a seguinte relação válida:

$$\tau_{ps} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right),$$

$$(2F_{at_1} + 2F_{at_2}) \cdot d_{cm} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right) \quad (4.12)$$

A força de atrito, de acordo com a abordagem da Segunda Lei de Newton, é a responsável pela aceleração do centro de massa do sistema, mas não realiza trabalho e, portanto, o termo do lado esquerdo da equação não representa conceitualmente a grandeza física trabalho. Importante frisar que como não há trabalho real sendo feito por forças externas a fim de modificar a energia cinética do automóvel, é compreensível que a sua energia de movimento seja decorrente de transformações energéticas que ocorrem devido à engenharia do veículo. Por outro lado, o termo do

lado direito da equação também não representa a energia total do sistema, mas somente a parcela referente à energia cinética do centro de massa.

Para simplificar as relações energéticas que ocorrem no sistema, vamos supor que o automóvel seja elétrico para evitar complicações com entrada e saída de gases no sistema. Feita esta consideração, devemos aplicar a Primeira Lei da Termodinâmica para poder compreender as relações energéticas e evidenciar que seu movimento provém de fatores internos. Logo:

$$Q + \tau = \Delta U,$$

$$Q + 0 = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right) + \Delta E_c^{int} + \Delta U_t + \Delta U_B,$$

$$Q = (2F_{at_1} + 2F_{at_2}) \cdot d_{cm} + \Delta E_c^{int} + \Delta U_t + \Delta U_B,$$

$$Q - (2F_{at_1} + 2F_{at_2}) \cdot d_{cm} = \Delta E_c^{int} + \Delta U_t + \Delta U_B,$$

$$Q - \tau_{ps} = \Delta E_c^{int} + \Delta U_t + \Delta U_B. \quad (4.13)$$

Na equação (4.13), Q representa a transferência de calor envolvendo o veículo e o meio externo. O calor é essencialmente negativo, pois representa a transição de energia proveniente do motor quente para o ar e a transferência de energia que existe entre os quatro pneus quentes e o pavimento com temperatura mais baixa. Fizemos $\tau = 0$ porque não existe trabalho de forças externas e escrevemos as energias ΔE_c^{int} , ΔU_t e ΔU_B que são de origem interna e representam, respectivamente, o aumento da energia do movimento das partes internas do carro (motor e rodas), o aumento da temperatura interna do motor e da bateria (atrito, aquecimento ôhmico e aspectos irreversíveis de descarga da bateria) e a redução da energia potencial química responsável por aumentar as outras duas energias na equação (a Energia Cinética total e a Energia Térmica).

Para concluir a nossa análise, ressalta-se que pelo fato do automóvel ser considerado um sistema deformável e com movimento interno, consideramos que o trabalho externo seja nulo, entretanto há trabalho de forças internas decorrentes das

partes móveis do motor do carro (eixo, correias, virabrequim). O fato de não ter usado o conceito de trabalho interno teve o propósito de dar destaque à ideia do pseudotrabalho. De qualquer forma, frisamos que há trabalho das forças internas, contudo o seu conceito foi substituído por uma energia potencial ($\tau_{int} = -\Delta U_p$). Apesar desse conceito não ser abordado de forma matemática na questão, é fundamental esclarecer para os estudantes que existem duas transformações de energia consecutivas ocorrendo no fenômeno. Por isso é importante ensinar para o aluno que primeiramente o trabalho realizado por forças internas é fruto da redução de energia interna do sistema, e somente posteriormente temos a segunda transformação energética em que o trabalho realizado pelas forças internas aumentam a energia cinética do sistema. No fim do processo podemos afirmar que:

$$-\Delta U_p = \tau_{int} = \Delta E_c^{int} + \Delta E_c^{cm}.$$

4.3.2- Problema 2: Colisões inelásticas

Para ilustrar o exemplo de colisões inelásticas sobre o ponto de vista das relações energéticas, iremos considerar um caso bem comum de ser reproduzido em sala.

Para tratar do fenômeno das colisões inelásticas, considere e identifique como um sistema uma bola de massa conhecida que se move horizontalmente (no sentido positivo do eixo x) e se choca com uma parede vertical com velocidade inicial v_0 , se aderindo a essa após a colisão.

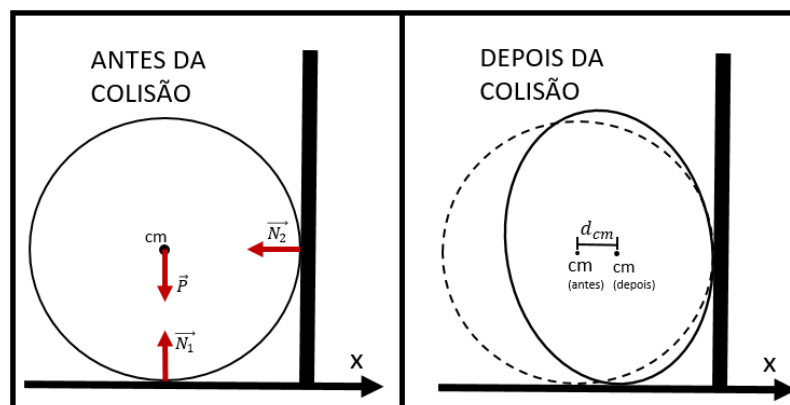


Figura 4.6: A figura ilustra a deformação de uma bola em uma colisão inelástica.

As forças que atuam na bola durante a colisão são \vec{P} , \vec{N}_1 e \vec{N}_2 . Essas forças são respectivamente a força Peso, força de contato com solo e a força (média) de contato com a parede durante o choque. Novamente encontramos a situação em que todas as forças externas não realizam trabalho, visto que \vec{P} e \vec{N}_1 são perpendiculares ao deslocamento e que o ponto de aplicação da força \vec{N}_2 não realiza deslocamento.

Embora não haja trabalho realizado por forças externas, a bola ao chocar-se com a parede sofre desaceleração e conseqüentemente deformação em virtude da força aplicada pela parede. Logo temos que \vec{N}_2 é a resultante das forças que agem no sistema e poderemos escrever o Teorema do Pseudotrabalho da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 -N_2 \cdot d_{cm} &= \Delta E_c^{cm} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right), \\
 -N_2 \cdot d_{cm} &= 0 - \frac{mv_0^2}{2}, \\
 N_2 \cdot d_{cm} &= \frac{mv_0^2}{2}.
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Além de nenhuma força externa estar realizando trabalho no sistema, podemos tomar a transferência de calor entre a bola e a parede como desprezível e assim podemos escrever a Primeira Lei da Termodinâmica apropriada para o fenômeno da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 \Delta U &= Q + \tau, \\
 \Delta E_c^{cm} + \Delta E_c^{int} + \Delta U_t &= 0, \\
 \Delta E_c + \Delta U_t &= 0, \\
 \Delta E_c &= -\Delta U_t.
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

A respeito da demonstração feita acima, percebemos que por conseqüência de não existir transferência de energia entre as regiões internas e externas, as

modificações que ocorrem no sistema decorrem de energias que são de origem interna. Da mesma demonstração concluímos que a energia cinética é em módulo numericamente igual à energia térmica ($|\Delta E_c| = |\Delta U_t|$). O sinal contrário em cada termo da igualdade enfatiza que há transformação entre essas energias. Isso significa que a redução de energia cinética promove o aumento da energia térmica, ou seja, toda a energia de movimento que a bola tinha antes da colisão se converte em energia que irá aumentar a temperatura do sistema.

Por fim, cabe lembrar a observação feita no exemplo anterior. Por se tratar de um fenômeno que pode sofrer deformações, existem trabalhos realizados por partes internas ao sistema. Entretanto da mesma forma que o exemplo anterior, o trabalho feito por forças internas serve de ponte para converter a energia cinética em energia térmica.

4.3.3- Problema 3: Cilindro descendo um plano inclinado sem deslizamento

No Ensino Médio é muito comum trabalhar com exercícios de corpos que descem por um plano inclinado. Para destacar as transformações energéticas de forma coerente, ou seja, para destacar a Primeira Lei da Termodinâmica e aprimorar o conceito de pseudotrabalho, considere um cilindro no topo de um plano inclinado que o desce rolando.

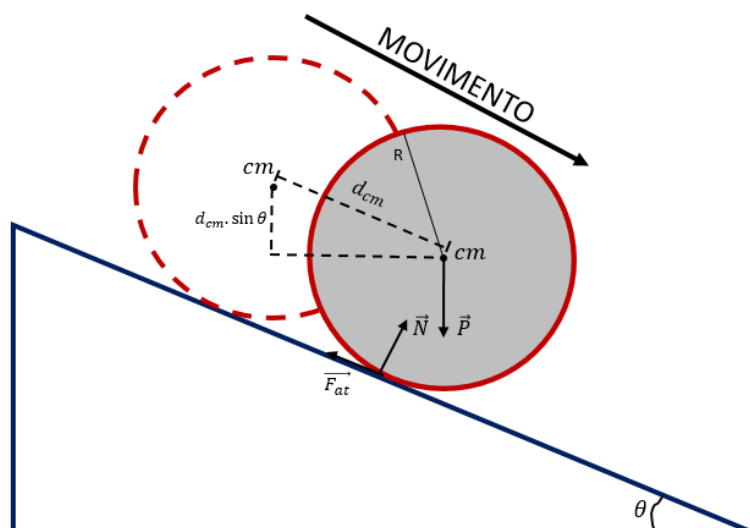


Figura 4.7: A figura ilustra um cilindro descendo um plano inclinado.

Classificando o sistema como o cilindro, então as forças externas que agem sobre o corpo são a força Peso (\vec{P}), a força de Atrito (\vec{F}_{at}) e a força Normal (\vec{N}). Das três forças que atuam durante a descida do cilindro temos que a força Normal e a força de Atrito não realizam trabalho porque a primeira é ortogonal ao deslocamento e na segunda não há deslocamento (mesmo raciocínio do exemplo feito para o automóvel). Das três forças que agem, somente a força Peso realiza trabalho, pois à medida que o cilindro desce o plano inclinado a força Peso realiza um deslocamento de intensidade igual a $d_{cm} \cdot \sin \theta$.

Para compreender o fenômeno escrevemos primeiramente o Teorema do Centro de Massa da seguinte forma:

$$(P \cdot \sin \theta - F_{at}) \cdot d_{cm} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right). \quad (4.16)$$

Importante destacar que o cilindro que imaginamos é um corpo rígido e por esse motivo não teremos forças internas realizando trabalho dentro do sistema. Em consoante com o que vimos no diagrama na seção anterior, para casos em que o sistema se comporta como um corpo rígido podemos desconsiderar a parcela da energia cinética referente ao movimento das partes internas em relação ao centro de massa.

Embora ΔE_c^{int} seja nula, existem outras energias que não são nulas e que devem ser consideradas como energia interna. Além da energia cinética de translação do centro de massa do cilindro que já consideramos, temos também as energias de rotação e térmica do sistema. Como supomos também que o sistema é unicamente o cilindro, não teremos a energia potencial gravitacional, entretanto, ao se fazer isso é necessário considerar o trabalho realizado pelo Peso. Supondo ainda que não haja troca de calor com o plano inclinado à medida que o cilindro rola, podemos escrever a seguinte relação energética:

$$\Delta U = Q + \tau,$$

$$\Delta E_c^{cm} + \Delta E_c^{rot} + \Delta U_t = 0 + (P \sin \theta) \cdot d_{cm},$$

$$\Delta\left(\frac{mv_{cm}^2}{2}\right) + \Delta\left(\frac{I\omega^2}{2}\right) + \Delta U_t = 0 + (P \sin \theta) \cdot d_{cm}. \quad (4.17)$$

Supondo que as energias cinéticas iniciais sejam nulas, visto que o cilindro parte do repouso, e usando o Teorema do Pseudotrabalho, podemos substituir a energia cinética do centro de massa pelo termo $(P \cdot \sin \theta - F_{at}) \cdot d_{cm}$ a fim de encontrar uma expressão mais simples para medir a energia térmica:

$$\frac{mv_{cm}^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + \Delta U_t = (P \sin \theta) \cdot d_{cm},$$

$$(P \cdot \sin \theta - F_{at}) \cdot d_{cm} + \frac{I\omega^2}{2} + \Delta U_t = (P \sin \theta) \cdot d_{cm},$$

$$\Delta U_t = \left(F_{at} \cdot d_{cm} - \frac{I\omega^2}{2} \right). \quad (4.18)$$

Importante notar da última equação que os termos do lado direito são simples de serem calculados. Contudo podemos ir mais além e encontrar uma relação mais coesa para medir a energia térmica do sistema. Se nos basearmos na dinâmica das rotações, então poderemos substituir o termo que corresponde à energia cinética de rotação pelo trabalho realizado pelo torque ($\tau_{torque} = \Delta E_c^{rot}$). Como a única força que realiza torque no nosso problema é a força de atrito ($\vec{T} = \vec{F}_{at} \times \vec{R}$) podemos afirmar que a energia cinética de rotação é proveniente do trabalho realizado por esse torque ($\tau_{torque} = F_{at} \cdot R \cdot \Delta\varphi$) e assim podemos reescrever a equação.

$$\Delta U_t = \left(F_{at} \cdot d_{cm} - \frac{I\omega^2}{2} \right),$$

$$\Delta U_t = (F_{at} \cdot d_{cm} - F_{at} \cdot R \cdot \Delta\varphi),$$

$$\Delta U_t = F_{at} (d_{cm} - R \cdot \Delta\varphi). \quad (4.19)$$

Na equação (4.19) R é o raio do cilindro e $\Delta\varphi$ é o deslocamento angular descrito pela rotação do cilindro. O produto $R.\Delta\varphi$ representa o deslocamento circunferencial feito pelo cilindro à medida que gira.

Examinando ainda a equação (4.19) encontrada para energia térmica em função do deslocamento linear do centro de massa e do deslocamento circunferencial, podemos inicialmente propor três condições para a energia térmica. Essas condições são: $\Delta U_t = 0$, $\Delta U_t > 0$ e $\Delta U_t < 0$.

Para que a primeira condição, $\Delta U_t = 0$, seja verdade é preciso ter a seguinte relação entre o deslocamento linear e o deslocamento circunferencial:

$$d_{cm} = R.\Delta\varphi. \quad (4.20)$$

A implicação da relação (4.20) nos diz que para a variação de energia térmica ser nula é necessário que o rolamento do cilindro seja feito sem deslizamento. Se isso acontecer significa que toda energia transferida para o sistema devido ao trabalho feito pela força Peso será transformada em energias de rotação e translação.

$$\Delta E_c^{cm} + \Delta E_c^{rot} = \tau_{PS},$$

$$\frac{mv_{cm}^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = (P \sin \theta). d_{cm}. \quad (4.21)$$

Para que possamos contemplar uma energia térmica no sistema de modo que $\Delta U_t > 0$, é preciso que exista a seguinte relação entre d_{cm} e $R.\Delta\varphi$:

$$d_{cm} > R.\Delta\varphi. \quad (4.22)$$

A implicação da desigualdade (4.22) entre os deslocamentos feitos indica que o cilindro rola e também desliza à medida que desce do plano. Se isso ocorre durante a descida do cilindro, significa que em certos momentos a força de Atrito realizou trabalho e a sua presença aumenta a energia térmica do sistema. Ressalta-se que o trabalho realizado pela força de Atrito nesta situação é de difícil medição, pois deve-se conhecer o deslocamento linear efetivo (d_{ef}) feito pela força de atrito. Os micros

deslocamentos efetivos feitos pela força de atrito, devido às rugosidades que existem entre o plano e o cilindro, são menores que o deslocamento feito pelo centro de massa do cilindro. Contudo, se pudéssemos medir os micros deslocamentos efetivos feitos pela força de Atrito teríamos:

$$\Delta U_t = F_{at} \cdot d_{ef}. \quad (4.23)$$

No caso de termos $d_{cm} < R \cdot \Delta\varphi$, isso significaria que o cilindro está girando mais rápido do que seria possível no caso de rolamento sem deslizamento. A implicação dessa condição seria inviável, visto que a energia cinética de rotação e translação provém do trabalho da força Peso. Para que o cilindro gire mais rápido que no caso do rolamento sem deslizamento, seria necessário um trabalho extra que não é contado pelas forças que atuam no sistema.

Para que tivéssemos a condição da diminuição da energia térmica ($\Delta U_t < 0$) ao longo da descida do plano, deveríamos modificar a proposição inicial do problema. O trabalho realizado por forças conservativas no nosso sistema (como é o caso da força Peso) são capazes de alterar a energia cinética do sistema e não a energia térmica. Dessa forma, para que a energia térmica diminuísse seria necessário que o sistema transferisse energia para o meio externo. Essa forma de transferência de energia entre as bordas que separam os meios internos e externos só poderia ocorrer se houvesse troca de calor, o que invalidamos no início do problema.

4.3.4- Problema 4: Sistema formado por duas massas e uma mola puxados por uma força constante

Outro exemplo de exercício muito comum de ser trabalhado no Ensino Médio é aquele que envolve o sistema massa-mola. Para ilustrar as relações energéticas que podemos obter desses sistemas, considere o sistema formado por dois blocos rígidos de massas m_1 e m_2 interligados por uma mola de massa desprezível e constante elástica k .

Conforme é mostrado na figura abaixo, esse sistema é puxado a partir do repouso por uma força \vec{F} constante e paralela a um plano horizontal sem atrito.

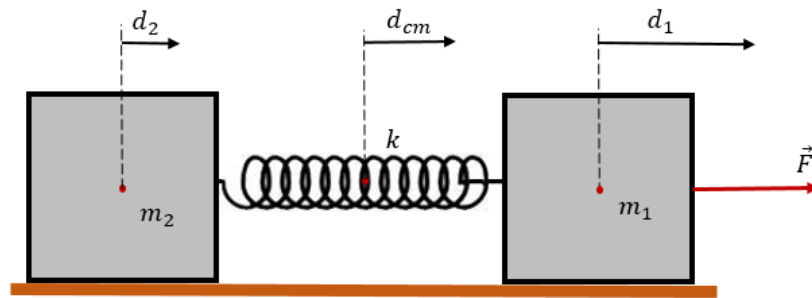


Figura 4.8: A figura ilustra um sistema feito por dois blocos e uma mola sendo puxados por \vec{F} .

Uma análise desse sistema nos permite concluir que a força \vec{F} , aplicada no bloco 1, é a resultante das forças que atuam no sistema, e que por isso o centro de massa irá ter um movimento retilíneo uniformemente variado. Importante destacar que embora o centro de massa se desloque com aceleração constante, o mesmo não ocorre com os blocos 1 e 2.

Como os blocos são interligados por uma mola, após a aplicação da força \vec{F} ambos se deslocarão para direita, mas devido à presença de forças internas (força elástica), os blocos irão executar movimentos oscilatórios em relação ao centro de massa.

Um aspecto interessante desse fenômeno é que, diferentemente dos casos anteriores, o ponto de aplicação da força \vec{F} sofre deslocamento (d_1) e por isso irá transferir energia para o sistema através da realização de trabalho. Em relação a isso é preciso ter atenção, pois não podemos considerar iguais os deslocamentos d_1 e d_{cm} , visto que o problema se trata de um sistema deformável. O deslocamento feito pelo centro de massa do sistema é menor que o deslocamento feito pela força \vec{F} . Isso significa que a energia transferida por \vec{F} para o sistema não é responsável apenas por promover translação do centro de massa, mas também é responsável por conceder a energia que faz o sistema vibrar (ΔE_{vib}).

O aluno que desconhece os conceitos explorados neste capítulo poderá conduzir o exercício de forma errônea e assim chegar a conclusões equivocadas. Nesse ponto de vista, o erro mais comum é aquele em que o estudante aplica o Teorema da Energia Cinética na tentativa de calcular o valor da velocidade do centro de massa do sistema. Ao fazer isso, o estudante mostra desconhecimento em relação aos processos energéticos que ocorrem nesse problema. A velocidade encontrada a partir da aplicação do Teorema da Energia Cinética não corresponde ao seu valor real.

A alternativa para contornar essa problemática é substituir o Teorema da Energia Cinética pelo Teorema do Pseudotrabalho, com o propósito de ensinar ao estudante como de fato ocorrem os processos de transferência de energia do meio externo para o interior do sistema. Para compreender melhor o que de fato ocorre, considere a relação a seguir na qual usamos o Teorema do Pseudotrabalho para calcular a velocidade, na qual denotamos por m a massa total do sistema, ou seja, a soma das massas m_1 e m_2 :

$$\tau_{ps} = \Delta E_c^{cm},$$

$$F \cdot d_{cm} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right),$$

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot d_{cm}}{m}}. \quad (4.24)$$

Sabendo que:

$$d_{cm} = \frac{m_1 \cdot d_1 + m_2 \cdot d_2}{m}. \quad (4.25)$$

Então podemos expressar a velocidade em função das massas e deslocamentos dos blocos como:

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot (m_1 \cdot d_1 + m_2 \cdot d_2)}{m^2}}. \quad (4.26)$$

Caso o estudante tivesse usado o Teorema da Energia Cinética com o propósito de calcular (erroneamente) a velocidade do centro de massa, encontraria a seguinte expressão:

$$v'_{cm} = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot d_1}{m_1}}. \quad (4.27)$$

Fazendo a comparação entre as duas propostas usadas para tentar calcular a velocidade do centro de massa, sabemos que $d_1 > d_{cm}$, o que implica diretamente

que $v'_{cm} > v_{cm}$. Contudo, frisamos que v'_{cm} não corresponde à velocidade real do centro de massa. Como consequência das desigualdades entre as velocidades, podemos concluir também que haverá desigualdades entre as energias cinéticas referentes ao centro de massa calculadas pelo Teorema da Energia Cinética ($\Delta E'_c{}^{cm}$) e a calculada pelo Teorema do Pseudotrabalho ($\Delta E_c{}^{cm}$) de modo que no fim tenhamos: $\Delta E'_c{}^{cm} > \Delta E_c{}^{cm}$.

Outra discussão que pode ser feita em sala de aula a partir do fenômeno retratado é em relação à energia de vibração do sistema. Seria possível calcular essa energia de vibração?

Como forma de tentar responder a essa questão e ainda reforçar a visão dos estudantes para vislumbrar a existência de forças internas, podemos usar como orientação o diagrama da seção anterior. Como o sistema é deformável de modo a permitir a existência de trabalhos de forças externas e internas, podemos aplicar o conceito que relaciona o trabalho total e a energia cinética, conforme é ilustrado no diagrama. Sendo assim, para esse sistema podemos escrever a seguinte relação:

$$\tau_{int} + \tau_{ext} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right) + \Delta E_c^{int}. \quad (4.28)$$

Para esse mesmo fenômeno ilustrado, ainda poderíamos fazer outra análise com a finalidade de descobrir uma expressão que meça a energia de vibração do sistema (ΔE_{vib}). Para isso, considere que a energia de vibração, de acordo com a dinâmica oscilatória, seja da seguinte forma:

$$\Delta E_{vib} = \Delta E_c^{vib} + \Delta U_p^{vib}. \quad (4.29)$$

Sabemos que o termo τ_{int} corresponde ao trabalho realizado pela força elástica que age internamente e é responsável pela oscilação do sistema. Como a força elástica é conservativa, podemos associar o trabalho realizado a uma energia potencial elástica, de modo que $\tau_{int} = -\Delta U_p^{el}$. Por sua vez, a mola é o único elemento no sistema que o faz vibrar e por esta razão podemos afirmar que a energia potencial elástica corresponde à energia ΔU_p^{vib} . Por outro lado, é importante lembrar que a ΔE_c^{vib} corresponde à energia de oscilação das partes móveis do sistema em relação ao

centro de massa. Essa energia cinética surge a partir da realização de trabalhos de forças internas e que conforme nossa abordagem corresponde à energia que definimos anteriormente como ΔE_c^{int} . A partir dessa equivalência das energias potenciais e cinéticas podemos reescrever a energia de vibração da seguinte forma:

$$\Delta E_{vib} = \Delta E_c^{int} + \Delta U_p^{el} \quad (4.30)$$

Para dar continuidade e encontrar uma expressão que nos permita medir a energia de vibração do sistema, poderemos usar a equação do trabalho total e reescrevê-la levando em consideração agora a nova expressão para ΔE_{vib} .

$$\tau_{int} + \tau_{ext} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right) + \Delta E_c^{int}.$$

$$\tau_{ext} - \Delta U_p^{el} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right) + \Delta E_c^{int},$$

$$\tau_{ext} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right) + \Delta E_c^{int} + \Delta U_p^{el},$$

$$\tau_{ext} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right) + \Delta E_{vib},$$

$$\Delta E_{vib} = \tau_{ext} - \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right). \quad (4.31)$$

Do resultado acima sabemos ainda que a energia cinética de movimento do centro de massa é igual ao pseudotrabalho feito pela força \vec{F} . Fazendo essa substituição e expressando o trabalho externo em função do deslocamento do bloco 1, teremos:

$$\Delta E_{vib} = F \cdot d_1 - F \cdot d_{cm},$$

$$\Delta E_{vib} = F \cdot (d_1 - d_{cm}). \quad (4.32)$$

Lembrando que:

$$d_{cm} = \frac{m_1 \cdot d_1 + m_2 \cdot d_2}{m}; \quad m = (m_1 + m_2), \quad (4.33)$$

Encontraremos:

$$E_{vib} = F \cdot \left(d_1 - \left(\frac{m_1 \cdot d_1 + m_2 \cdot d_2}{m} \right) \right),$$

$$E_{vib} = F \cdot \left(\frac{(m - m_1) \cdot d_1 - m_2 \cdot d_2}{m} \right),$$

$$E_{vib} = F \cdot \left(\frac{m_2 \cdot d_1 - m_2 \cdot d_2}{m} \right),$$

$$E_{vib} = F \cdot \left(\frac{m_2 \cdot (d_1 - d_2)}{m} \right). \quad (4.34)$$

Portanto, concluímos que é possível calcular a energia de vibração do sistema no caso de sabermos as massas e deslocamentos de cada bloco, além da intensidade da força \vec{F} .

Importante observar que o mesmo resultado seria obtido caso partíssemos das relações energéticas da Primeira Lei da Termodinâmica. Se porventura escolhêssemos essa abordagem, teríamos que considerar que as energias internas seriam a energia de vibração e a energia de translação do centro de massa. Como sabemos o valor do trabalho feito pelas forças externas e que o processo é adiabático, temos então:

$$\Delta U = Q + \tau,$$

$$\Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right) + \Delta E_{vib} = 0 + \tau_{ext}. \quad (4.35)$$

Se na expressão (4.35) usarmos a mesma abordagem feita anteriormente na qual aplicaremos o conceito do pseudotrabalho, iremos encontrar o mesmo resultado. Isto é:

$$E_{vib} = F \cdot \left(\frac{m_2 \cdot (d_1 - d_2)}{m} \right). \quad (4.36)$$

4.4- O experimento com o sistema massa-mola: Como comparar o uso do Teorema a Energia Cinética e do Pseudotrabalho no Ensino Médio

Na seção anterior apresentamos exercícios contextuais com a finalidade de mostrar para os estudantes a aplicação do Teorema do Pseudotrabalho. Nesta ocasião apresentamos quatro exercícios, na qual o último consistia em um sistema massa-mola onde usamos o Teorema do Pseudotrabalho para medir a velocidade e a energia do sistema. Uma particularidade a respeito deste exemplo é que concluímos que o trabalho realizado pela força externa não converte integralmente a energia para o sistema na forma de energia cinética, pois uma parcela da energia é convertida em energia de vibração, o que proporciona a oscilação do sistema a medida do seu deslocamento.

Ressaltamos que para o estudante que não teve contato com conhecimentos mais profundos sobre trabalho e energia, ao se deparar com este tipo de sistema tende a aplicar de forma equivocada o uso do Teorema da Energia Cinética como forma de medir a velocidade do centro de massa do sistema. Um dos equívocos mais comuns é acreditar que o deslocamento do centro de massa do sistema será idêntico ao da massa que é puxada pela força externa. Como já vimos, esse sistema possui a característica de se deformar quando uma força externa é aplicada, o que proporciona que esses deslocamentos sejam distintos. O aluno inexperiente e que apresenta limitações por causa de uma metodologia mecânica do ensino de trabalho e energia, irá aplicar o Teorema da Energia Cinética a partir das medições feitas para o deslocamento da massa a qual a força é aplicada e erroneamente irá atribuir o seu resultado a Energia Cinética do centro de massa do sistema. Para medir a energia a energia cinética do centro de massa é preciso conhecer o deslocamento relativo ao centro de massa e posteriormente aplicar o Teorema do Pseudotrabalho.

Portanto, com a finalidade de fazer o estudante compreender a diferença entre o emprego dos Teoremas do Pseudotrabalho e da Energia Cinética, elaboramos um experimento similar ao sistema massa-mola do quarto exemplo da seção anterior. Com este experimento, descrito na próxima seção, queremos que o estudante entenda que os deslocamentos realizados pelo centro de massa e pela força externa são diferentes e que por isso o Teorema do Pseudotrabalho é mais adequado ao sistema considerado para medir a energia cinética do centro de massa do sistema em relação ao Teorema da Energia Cinética.

4.4.1- Conhecendo e fazendo as primeiras análises do experimento

O experimento que foi realizado tem o objetivo de mostrar para o estudante do Ensino Médio a diferença na aplicação dos teoremas da Energia Cinética e do Pseudotrabalho. Para alcançarmos esse objetivo foi desenvolvido um experimento ilustrado na figura 4.9, onde é possível notar a existência de três objetos (“massas”) interligados por meio de uma mola e um fio (inextensível).

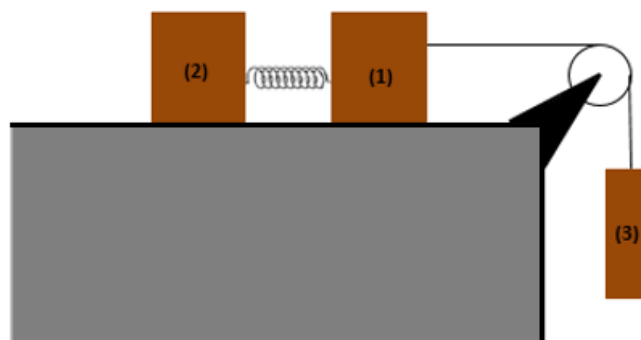


Figura 4.9: Ilustração do sistema que idealizado para a reprodução do experimento.

Antes de começarmos a descrever o experimento, destinamos essa seção para analisar a física do fenômeno ilustrado na figura 4.9, a fim de facilitar a compreensão futura do mesmo. Estudaremos o sistema utilizando analogias com sistemas energeticamente equivalentes, a fim de reduzir a dificuldade na sua interpretação.

Para começar a nossa análise, observe a partir da figura 4.9, que o objeto 3 irá se mover na vertical para baixo e conseqüentemente irá puxar os objetos 1 e 2, que estão sobre um plano horizontal sem atrito, para a direita. Logo, a aceleração de cada bloco terá direção igual às mostradas na figura a seguir:

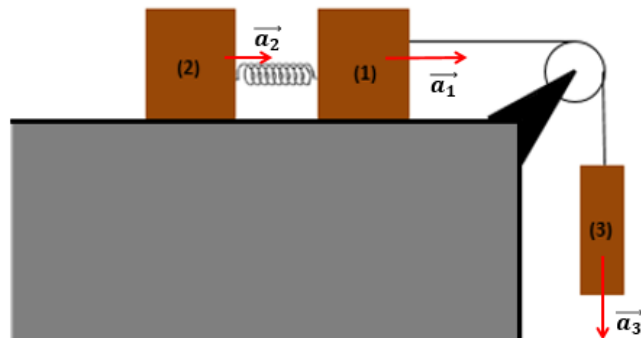


Figura 4.10: A figura ilustra a aceleração de cada objeto.

No caso de tratarmos os três objetos como pertencentes a um sistema, chegamos à conclusão de que como o movimento ocorre em duas dimensões, o centro de massa irá possuir duas componentes de aceleração, sendo uma delas na direção horizontal (x) e a outra na direção vertical (y).

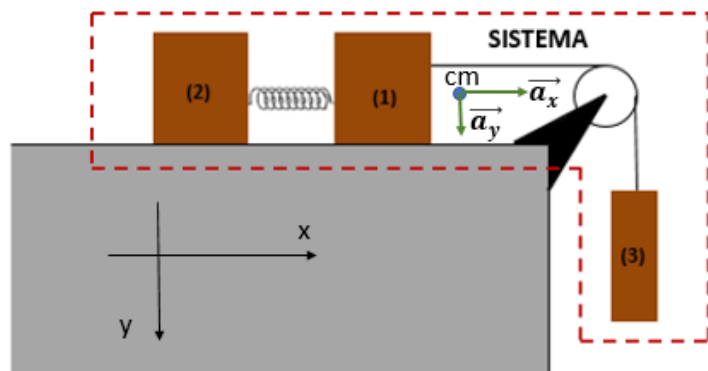


Figura 4.11: A figura ilustra as componentes da aceleração do centro de massa do sistema.

Apesar de reconhecer que o sistema possui componentes da aceleração nas direções x e y , observe que é o objeto 3 o principal responsável pelo movimento do sistema. Em outras palavras, será a o objeto 3 que regulará a aceleração do sistema de acordo com sua massa e peso, visto que os objetos 1 e 2 somente se movimentam por estarem interligados ao objeto 3.

Observe também que a análise do sistema ilustrado na figura 4.11 se torna complexa em decorrência do sistema se mover em duas dimensões. Entretanto, como mencionamos sabemos que é o objeto 3 que irá mover o sistema devido ao seu peso, e sendo assim poderemos remodelar o sistema inicial de modo que o novo sistema possa se mover em uma única direção e seja energeticamente equivalente ao anterior.

Logo, podemos fazer com que o objeto 3 não esteja mais pendurado e seja colocado na horizontal a fim de garantir que o movimento ocorra em uma única direção. A seguir a figura 4.12 ilustra o sistema que foi idealizado.

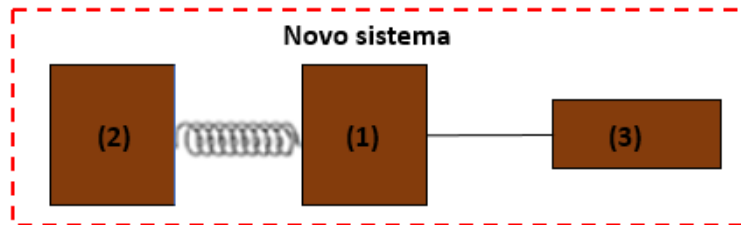


Figura 4.12: O novo sistema proposto.

Para garantir a equivalência energética entre os sistemas ilustrados nas figuras 4.11 e 4.12, não basta que o objeto 3 seja colocado na horizontal, ele precisa ser puxado por uma força \vec{F} de módulo igual ao seu peso, conforme é indicado a seguir.

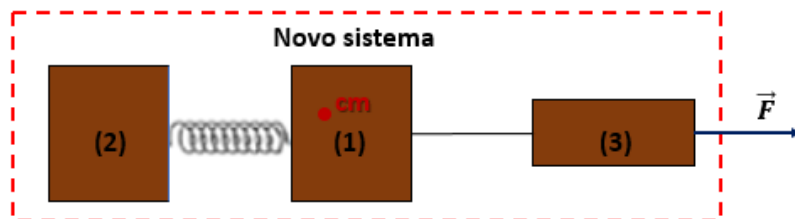


Figura 4.13: Ilustra o sistema sujeito a ação de uma força de módulo F que move o sistema.

Importante frisar que estamos desprezando os atritos com a superfície de modo que a força externa (resultante) responsável pela aceleração do sistema seja \vec{F} . Esse sistema é deformável devido à mola que liga os objetos 1 e 2, e por isso o deslocamento do centro de massa do sistema não será igual ao deslocamento realizado pelo objeto 3, onde \vec{F} está sendo aplicado. Apesar do deslocamento do bloco 3 não ser equivalente ao do centro de massa, note que como os objetos 1 e 3 estão ligados por um fio inextensível, suas acelerações serão iguais ao longo de todo movimento ($a_1 = a_3$). Perceba também que a aceleração do objeto 2 não é igual à dos outros dois, devido à ação da força elástica da mola. Logo, ao considerarmos esse sistema, o centro de massa sofrerá a seguinte aceleração dada pela Segunda Lei de Newton

$$F_r = M_{\text{sistema}} \cdot a_{cm} \quad (4.37)$$

Como já mencionamos, a força resultante é \vec{F} . Se consideramos a massa do sistema como sendo a massa dos três objetos ($m_1 + m_2 + m_3$), poderemos calcular a aceleração teórica do sistema da seguinte forma:

$$m_3 \cdot g = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a_{cm} \quad (4.38)$$

$$a_{cm} = \frac{m_3 \cdot g}{(m_1 + m_2 + m_3)} \quad (4.39)$$

Importante salientar que a equação 4.39 representa análise feita para o sistema ilustrado na figura 4.13 e não para o sistema ilustrado na figura 4.11. Para o sistema 4.11 existe além da massa dos 3 objetos a massa equivalente da roldada, entretanto na realização do experimento temos que esta massa é muito menor em comparação às massas dos outros objetos, sendo desprezível para a análise energética do problema.

É importante esclarecer que na metodologia usada para comparar os teoremas da Energia Cinética e do Pseudotrabalho, desenvolvemos o experimento ilustrado na figura 4.11, mas toda a análise experimental que abordaremos futuramente será feita a partir da interpretação da figura 4.13, visto que são energeticamente equivalentes quando estamos interessados em estudar a energia do centro de massa.

Antes de também começar a detalhar o experimento, podemos prever qual será a aceleração teórica do experimento visto que durante a execução do mesmo as massas usadas para os objetos 1, 2 e 3 são respectivamente iguais a 187g, 188g e 110g. Assim sendo, tomando a equação 4.39 como verdadeira, a aceleração do centro de massa esperada para o sistema proposto é:

$$a_{cm} = \frac{m_3 \cdot g}{(m_1 + m_2 + m_3)}$$

$$a_{cm} = \frac{0,110 \cdot 9,80}{(0,188 + 0,187 + 0,110)}$$

$$a_{cm} = 2,22 \text{ m/s}^2$$

Na próxima seção descreveremos a realização do experimento e assim averiguaremos que o valor encontrado para a aceleração do centro de massa experimental é próximo ao valor teórico.

Outra observação deve ser feita antes de detalharmos o experimento. Para facilitar a coleta de dados do experimento usaremos um analisador de vídeos, contudo ainda podemos fazer mais simplificações a fim de reduzir a quantidade de tabelas e gráficos no futuro. Sabemos das ilustrações anteriores que os objetos 1 e 3 estão unidos por um fio inextensível, o que significa que os dois corpos possuirão a mesma aceleração ao longo do movimento. Como sabemos que ambos terão a mesma aceleração, concluímos também que ambos se deslocarão de forma igual, e possuirão a mesma velocidade a cada intervalo de tempo. Logo, ao invés de trabalharmos com tabelas que mostrem a velocidade e o deslocamento para os corpos 1 e 3 de forma separada, poderemos pensar que ambos formam um corpo único e assim poderemos ter apenas tabelas que indiquem a velocidade e o deslocamento para o conjunto formado pelo corpo 1 (188 g) e o corpo 3 (110 g). Como foi visto anteriormente, os blocos 1 e 3 possuem os mesmos deslocamentos em virtude de estarem ligados por um fio inextensível. Por essa razão, ao invés de trabalharmos com três deslocamentos (para cada um objeto) podemos repensar o sistema e assim transformar os objetos 1 e 3 em um único. A figura 4.14 mostra como seria a nova interpretação do sistema:

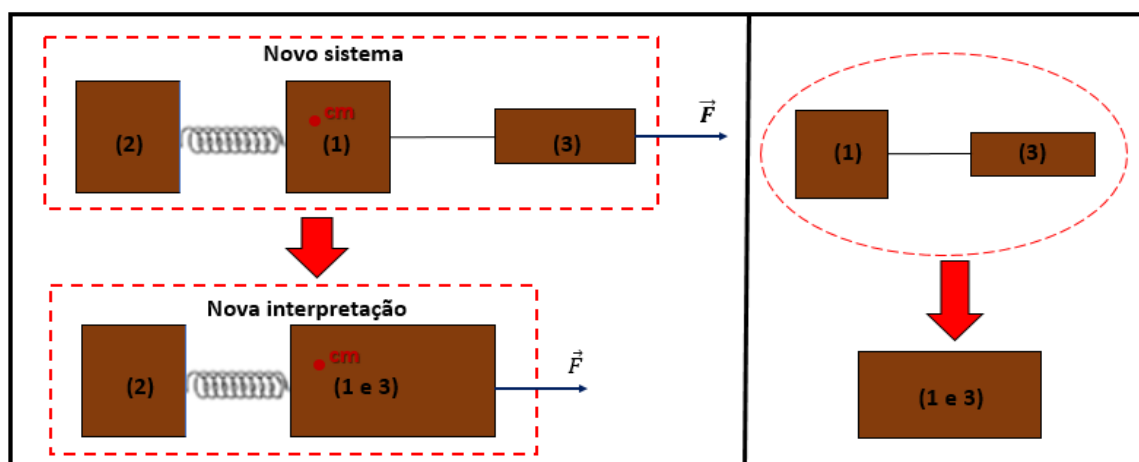


Figura 4.14: Ilustração do sistema onde transformamos os blocos 1 e 3 em um bloco único.

A outra vantagem dessa interpretação é que ao compor um sistema secundário onde os objetos 1 e 3 são substituídos por um novo objeto cuja massa é equivalente a soma das massas m_1 e m_3 , haverá facilidade ao trabalhar com o analisador de vídeo (Tracker). Durante a análise do experimento no Tracker, como sabemos que os corpos 1 e 3 possuem as mesmas acelerações, velocidade e deslocamentos, podemos trabalhar apenas com o objeto 1 e assim nos poupando de fazer medições repetidas para o objeto 3. Essa análise também nos favorece pois será mais fácil para o programa determinar o centro de massa do sistema idealizado na figura 4.13 quando consideramos os objetos 1 e 3 como um único.

Por fim, é importante ressaltar que mesmo adotando a interpretação dos corpos 1 e 3 como formando um único corpo, essa nova interpretação não mudará o valor da aceleração teórica do sistema ($2,22\text{m/s}^2$), porém como veremos adiante ao adotarmos essa interpretação será mais conveniente para reduzir o número de dados do experimento e nos facilitará a encontrar o centro de massa do sistema no momento em que usaremos o analisador de vídeos para fazer essa função.

4.4.2- Construção do experimento: Materiais e procedimentos utilizados para montar e extrair dados

Para montar e analisar o sistema ilustrado na figura 4.9 foram precisos os seguintes materiais:

- Um trilho de ar
- Uma balança
- Uma roldana
- Dois carrinhos adequados ao trilho de ar (objetos 1 e 2)
- Linha
- Uma mola
- Um corpo de massa conhecida (objeto 3)
- Um gravador de vídeo (Tablet, computador ou celular)
- Um computador com o aplicativo Tracker analisador de vídeo

Para a realização do experimento foi necessário usar o laboratório de Física I da UFRJ, onde pudemos encontrar com facilidade o trilho de ar e os demais materiais e assim construir o sistema ilustrado a seguir:



Figura 4.15: Ilustração da preparação do experimento e os seus componentes.

Da figura 4.15, temos o carro 1 com massa 188 g e o carro 2 com massa 187 g, ambos foram colocados em cima de um trilho de ar, cuja a finalidade é reduzir a ação do atrito. O objeto (3) suspenso tem massa de 110 g e sua função é puxar os carros 1 e 2 com uma força igual ao seu peso (1,08 N). Importante ressaltar que a roldana mostrada na figura tem massa de 2,2 g, mas para a nossa análise consideramos a sua massa muito pequena quando comparada a massa total dos outros corpos (485 g) e logo podemos desprezar os seus efeitos.

Na figura 4.15 observamos o sistema montado, mas ainda em repouso. Para dar prosseguimento ao experimento devemos encontrar um modo de medir tanto os deslocamentos do centro de massa do sistema, quanto o deslocamento realizado pela força externa. Visto que não é possível medir os deslocamentos de forma manual, a solução encontrada para contornar esse problema foi gravar o experimento para que pudéssemos o analisar a partir de um programa de análise de vídeo (Tracker). Com a ajuda do Tracker conseguimos obter de forma fácil as posições dos carros 1 e 2 a cada instante de tempo e conseqüentemente medir o deslocamento do centro de massa do sistema e o deslocamento realizado pela força externa.

Para entendermos como chegamos aos dados obtidos pelo software, primeiramente é fundamental compreender como o programa faz para medir as velocidades, acelerações e deslocamentos. Para que o Tracker funcione de forma precisa na marcação de dados é preciso inicialmente informar ao programa uma referência de distância. É por esse motivo que durante a nossa análise do experimento

no programa, nós informamos o comprimento do trilho de ar (2 metros). A imagem a seguir ilustra como informamos ao Tracker a nossa referência de distância:

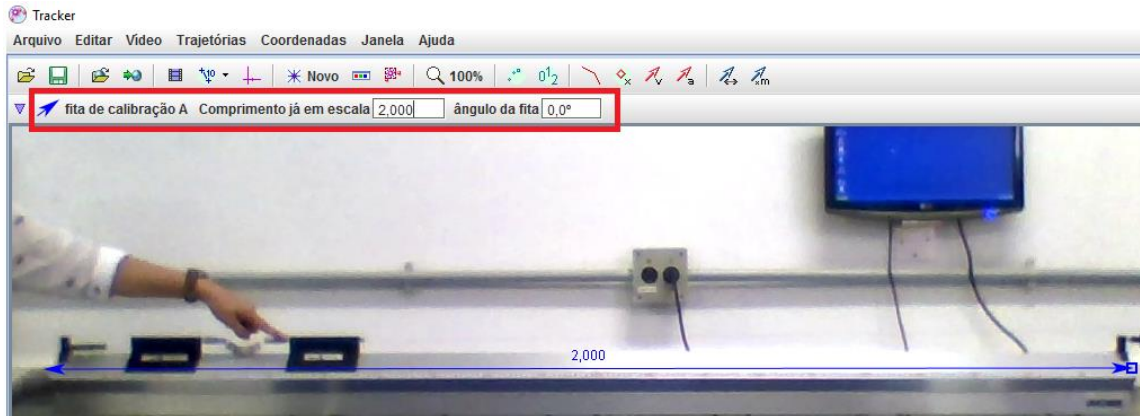


Figura 4.16: Ilustração do display do Tracker onde informamos a referência de distância ao programa.

Na figura 4.16, a linha contínua na cor azul é chamada de fita de calibração e no retângulo em vermelho podemos inserir a distância em metros do trilho de ar.

Após informar a distância desejada, o software irá calcular a posição, velocidade e aceleração através do intervalo de tempo entre cada quadro (frame) da filmagem. No caso da nossa gravação o intervalo entre cada frame é de 0,033 s. O programa também precisa ser informado sobre qual objeto na filmagem deseja ser analisado e por isso existe uma ferramenta chamada de “ponto de massa” que ao usá-la podemos fazer marcações pontuais nos carros 1 e 2 a cada frame. Feito esse passo então automaticamente o Tracker irá informar as posições, velocidade e acelerações dos carros em cada frame (intervalo de 0,033 s).

Ao usar a ferramenta “ponto de massa” devemos informar também as massas dos carros com o objetivo secundário de obtermos os valores das grandezas físicas relativas ao centro de massa do sistema. Aliás é importante ressaltar que ao fazermos as marcações das posições do carro 1 atribuímos a esse carro a massa do conjunto formado pelo carro 1 e a massa suspensa. Essa abordagem foi seguida conforme justificamos no final da seção 4.4.1. As figuras a seguir ilustram as marcações feitas em cada carro.



Figura 4.17: Ilustração das marcações feitas no primeiro carro.

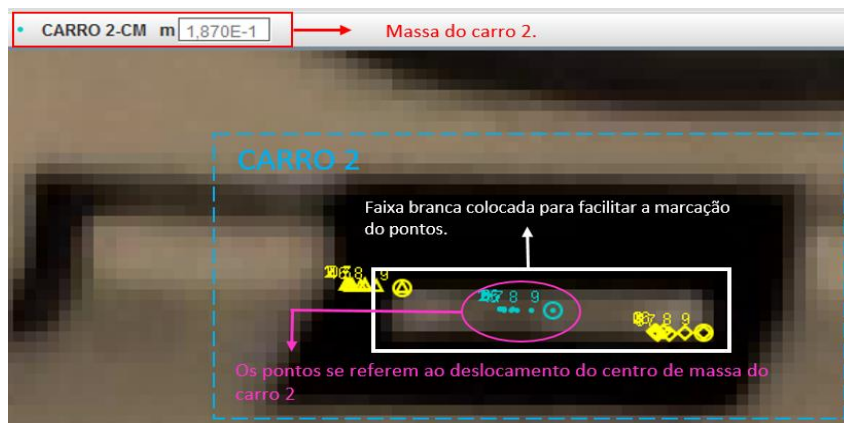


Figura 4.18: Ilustração das marcações feitas no segundo carro.

Na figura 4.17 está representado o conjunto formado pelo primeiro carro e o terceiro corpo que possui massa de 110 g. Observe que existe uma faixa branca que cobre uma região do carro. Esta faixa foi colocada com o objetivo de facilitar as marcações a medida em que o sistema aumenta a sua velocidade. Para ter maior precisão nas medidas das posições do carro 1 fizemos duas marcações independentes a cada frame da filmagem na qual correspondessem aos dois extremos da faixa branca. Em outras palavras, analisamos as posições dos pontos da frente e dos pontos de trás ao longo do movimento da faixa branca. Após isso usamos o Tracker para calcular o centro de massa dessas duas marcações. Essas marcações estão destaque na figura 4.17 na cor verde.

O mesmo procedimento foi feito para o segundo carro a qual representamos na figura 4.18. Em outras palavras, de forma análoga ao que fizemos para o conjunto formado pelo carro 1 e o objeto de massa 110 g, também fizemos duas marcações

para posições do carro 2 com a ajuda da faixa branca. Por último fizemos o Tracker calcular o seu centro de massa.

Perceba que tanto na figura 4.18 quanto na figura 4.17 foram usados respectivamente o centro de massa do carro 2 e o centro de massa referente ao conjunto formado pelo carro 1 e massa de 100 g. Na parte superior de ambas as figuras o leitor poderá observar a massa relativa a esses centros de massa.

Ainda em relação as figuras 4.17 e 4.18, note que nelas nós representamos os centros de massa de partes isoladas do sistema e não do centro de massa do sistema composto pelos três corpos. Apesar dessas figuras não ilustrarem o centro de massa do sistema, é possível com Tracker obter as posições, velocidades e aceleração do sistema formado pelos três objetos uma vez que já informamos ao programa o valor da massa dos corpos. A figura a seguir tem o objetivo de ilustrar as marcações para a posição do centro de massa do sistema.

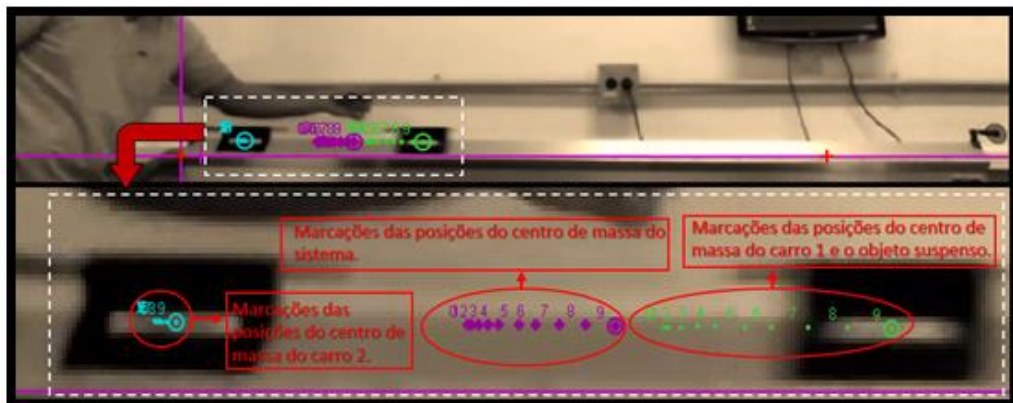


Figura 4.19: Ilustração do movimento do centro de massa do sistema.

Na imagem 4.19 podemos ter uma visão geral do deslocamento do centro de massa do sistema assim como a das demais partes móveis. Nesta imagem os pontos em verde simbolizam o trajeto feito pelo centro de massa do conjunto formado pelo primeiro carro e a massa de 110 g. Note que no início do movimento do sistema, esses pontos tendem a se afastar a cada frame, isto é, o deslocamento realizado por esse conjunto a cada intervalo de tempo igual a 0,033 s está aumentando. Repare também que o mesmo acontece para o segundo carro, entretanto o deslocamento realizado pelo segundo carro é menor do que o deslocamento feito pelo conjunto para mesmo intervalo de tempo. Logo como esses deslocamentos são diferentes, chegamos à conclusão que o deslocamento do centro de massa do sistema (na cor roxa na

imagem) será menor do que o deslocamento realizado para o conjunto no mesmo intervalo de tempo.

Após fazer todos esses procedimentos, o Tracker construirá tabelas e gráficos referentes a velocidade, aceleração e posição de cada marcação que foi feita no vídeo. Particularmente estaremos interessados nos dados e gráficos feitos pelo analisador de vídeos para o centro de massa do sistema e para o conjunto. Nas próximas seções exploraremos os dados e gráficos feitos pelo Tracker para aplicarmos os Teoremas da Energia Cinética e do Pseudotrabalho.

Ressaltamos também que para melhor compreensão do desenvolvimento do experimento, o “passo a passo” da montagem e análise do experimento está disponível no Apêndice C deste trabalho.

4.4.3- Experimento: Aplicando o Teorema da Energia Cinética

Na seção anterior explicamos como usar o Tracker para medir os deslocamentos que estávamos interessados com a intenção de aplicar o Teorema da energia Cinética e do Pseudotrabalho. Nesta seção estamos interessados em aplicar o Teorema da Energia Cinética, contudo antes de aplicarmos os dois teoremas devemos explicar como será a nossa abordagem a fim de explorar o uso dos dois teoremas.

Conforme já mencionamos a presença da mola que liga os dois corpos torna o sistema deformável e por isso o deslocamento do centro de massa não será igual ao deslocamento realizado pela força externa, que no nosso experimento vale 1,08 N (peso do objeto suspenso). Como o deslocamento realizado pela força externa é maior do que o deslocamento realizado pelo centro de massa para um mesmo intervalo de tempo, então teremos que o trabalho da força externa será sempre maior do que o pseudotrabalho. Por outro lado, alunos inexperientes que não conhecem a distinção entre esses deslocamentos. Aliás esses mesmos estudantes não conhecem o teorema do Pseudotrabalho e constantemente usam o Teorema da Energia Cinética de forma automática sem se dar conta da limitação do teorema. Logo ao se depararem com esse experimento os estudantes não notariam a restrição do Teorema da Energia Cinética e o aplicariam acreditando que estariam calculando a energia cinética total do sistema.

Antes também de aplicarmos o teorema, observe a tabela a seguir que tem o objetivo de informar os valores encontrados pelo Tracker para a posição e velocidade do conjunto formado pelo primeiro carro e corpo de massa 110 g (lembrando que o deslocamento realizado por esse conjunto é igual ao realizado pela força externa).

- **Posições e velocidades a cada frame do conjunto formado pelo primeiro carro e o objeto suspenso:**

PONTOS	t(s)	σt (s)	s (m)	σs (m)	v (m/s)	σv (m/s)
0	0,00	$\pm 0,03$	0,573	$\pm 0,003$	0,00	$\pm 0,02$
1	0,03	$\pm 0,03$	0,577	$\pm 0,003$	0,19	$\pm 0,02$
2	0,07	$\pm 0,03$	0,586	$\pm 0,003$	0,32	$\pm 0,02$
3	0,10	$\pm 0,03$	0,598	$\pm 0,003$	0,39	$\pm 0,02$
4	0,13	$\pm 0,03$	0,612	$\pm 0,003$	0,56	$\pm 0,02$
5	0,17	$\pm 0,03$	0,635	$\pm 0,003$	0,65	$\pm 0,02$
6	0,20	$\pm 0,03$	0,655	$\pm 0,003$	0,73	$\pm 0,02$
7	0,23	$\pm 0,03$	0,684	$\pm 0,003$	0,88	$\pm 0,02$
8	0,27	$\pm 0,03$	0,714	$\pm 0,003$	0,95	$\pm 0,02$
9	0,30	$\pm 0,03$	0,747	$\pm 0,003$	1,03	$\pm 0,02$
10	0,33	$\pm 0,03$	0,782	$\pm 0,003$	1,11	$\pm 0,02$
11	0,37	$\pm 0,03$	0,821	$\pm 0,003$	1,19	$\pm 0,02$
12	0,40	$\pm 0,03$	0,861	$\pm 0,003$	1,25	$\pm 0,02$
13	0,43	$\pm 0,03$	0,905	$\pm 0,003$	1,31	$\pm 0,02$
14	0,47	$\pm 0,03$	0,949	$\pm 0,003$	1,34	$\pm 0,02$
15	0,50	$\pm 0,03$	0,994	$\pm 0,003$	1,37	$\pm 0,02$
16	0,53	$\pm 0,03$	1,041	$\pm 0,003$	1,39	$\pm 0,02$
17	0,57	$\pm 0,03$	1,087	$\pm 0,003$	1,36	$\pm 0,02$
18	0,60	$\pm 0,03$	1,131	$\pm 0,003$	1,40	$\pm 0,02$

Tabela 4.1: A tabela ilustra as posições e velocidades para o conjunto.

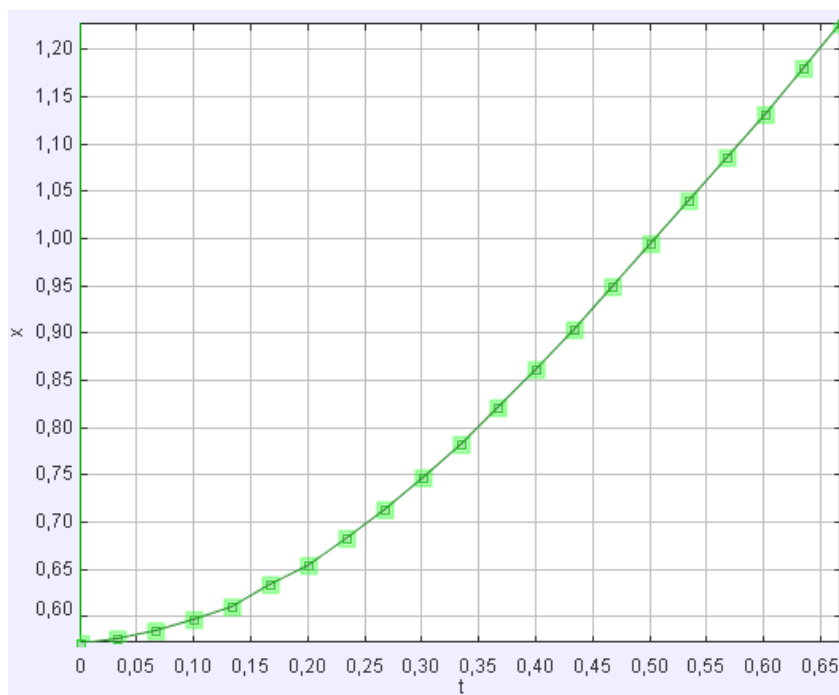
Gráfico da posição (m) x tempo (s)

Gráfico 4.1: O gráfico representa a posição do conjunto formado pelo carro 1 e a massa de 110g a cada instante de tempos

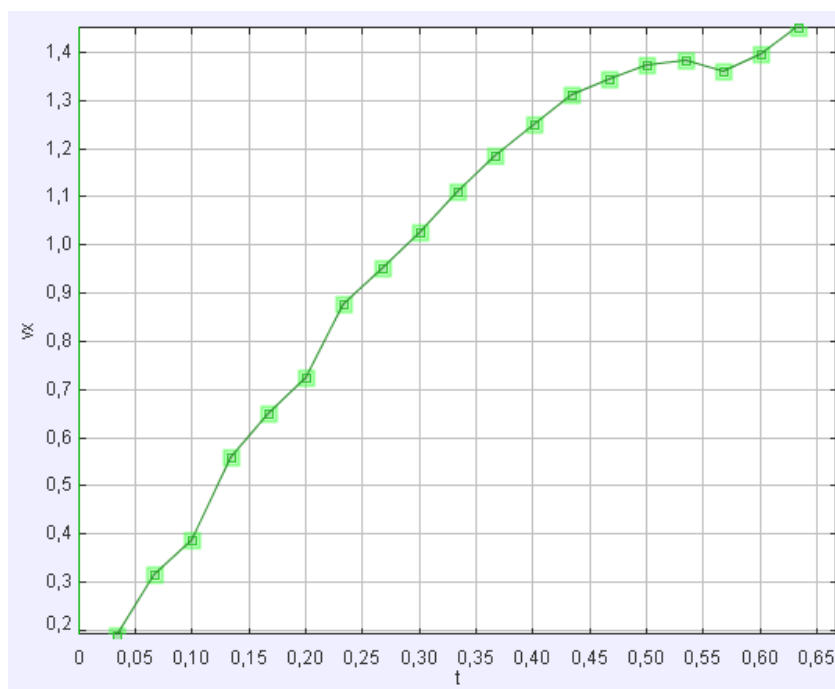
Gráfico da velocidade (m/s) x tempo (s)

Gráfico 4.2: O gráfico representa a velocidade do conjunto formado pelo carro 1 e a massa de 110g a cada instante de tempos

Em relação a tabela 4.1 é importante explicar como obtivemos as incertezas nas medidas da posição, do tempo e da velocidade. O valor na incerteza da posição para este experimento é de $\pm 0,003$ m. Esse valor foi estimado com base em uma abordagem feita por um professor em outro experimento realizado com o Tracker e disponível no endereço eletrônico: <https://www.youtube.com/watch?v=h-RVxsdXGac> (acessado em: 04/08/16 às 11:00). De acordo com esse método, para cada ponto que selecionamos sobre a faixa do primeiro carro pegamos outros dois novos pontos, sendo estes sempre um pixel antes e um depois do ponto selecionado. Após fazer isso com todos os pontos encontramos o valor médio de $\pm 0,003$ m. Para a incerteza no tempo nos guiamos pelas informações do próprio programa que nos diz que essa incerteza é de $\pm 0,03$ s. A incerteza na velocidade é a única que não pode ser expressa de forma direta pelo Tracker ou por medições diretas. Contudo com base nos dados do experimento estimamos a mesma em $\pm 0,02$ m/s.

Sabendo as posições e conseqüentemente os deslocamentos efetuados pelo centro de massa do conjunto temos com aplicar o Teorema da Energia Cinética. Entretanto é importante informar que não começamos a análise energética a partir do ponto zero onde a posição inicial do centro de massa do conjunto é de 0,573 m. O ponto zero é relativo ao frame inicial, onde o sistema é abandonado e por este motivo há incerteza se sua velocidade inicial é realmente nula. Para contornar este problema resolvemos aplicar o Teorema da Energia Cinética a partir do quarto ponto em diante. No quarto ponto da tabela 4.1 temos respectivamente a posição e a velocidade de 0,612 m e 0,56 m/s. Logo se consideramos o quarto ponto para começarmos aplicar o Teorema da Energia Cinética então a velocidade de 0,56 m/s passa a ser considerada a velocidade inicial, o que nos daria o seguinte valor para a energia cinética inicial:

$$E_{c_0}^1 = \frac{0,485 \cdot (0,56^2)}{2}$$

$$E_{c_0}^1 = 0,076 J$$

Importante frisar que para calcular o valor da energia cinética acima usamos a massa total do sistema (485 g) pois partimos do princípio que o estudante do Ensino

Médio concluiria que a velocidade do conjunto carro 1 + corpo de massa conhecida teria a mesma velocidade que o centro de massa do sistema. Após calcularmos o valor da energia cinética inicial, precisamos calcular o valor da incerteza associada a essa medida. Para determinar a incerteza na energia cinética usamos o cálculo a seguir que se baseou na teoria da propagação de incertezas, onde desprezamos a incerteza na medida da massa:

$$\sigma_{E_c} = m \cdot v \cdot \sigma_v \quad (4.40)$$

$$\sigma E_{c_0}^1 = \pm 0,005 J$$

De posse do valor da energia cinética inicial (quarto ponto) podemos escrever o Teorema da energia cinética da seguinte maneira de modo a explicitar a energia cinética a cada ponto (frame) do movimento do conjunto:

- **Aplicando o Teorema da Energia Cinética:**

$$E_c^1 = E_{c_0}^1 + \tau \quad (4.41)$$

$$E_{c_n}^1 = 0,076 + P_3 \cdot (S_n - S_0)$$

$$E_{c_n}^1 = 0,076 + 1,08 \cdot (S_n - 0,612) \quad (4.42)$$

Na equação 4.42 o valor de 1,08 N representa o peso do objeto de massa 110 g e cuja função é puxar o sistema. Na mesma equação, o índice n representa o ponto escolhido para ser analisado, e portanto $E_{c_n}^1$ representa o valor de energia cinética do conjunto quando o mesmo passa pelo enésimo ponto e está na posição S_n . De posse da equação 4.42 e conhecendo a posição do conjunto a cada ponto, podemos construir a tabela a seguir que evidencia o trabalho realizado pela força de módulo 1,08 N a cada frame a contar do quarto ponto.

APLICAÇÃO DO TEOREMA DA ENERIA CINÉTICA						
PONTOS	S_n (m)	$E_{c_0}^1$ (J)	τ (J)	$\sigma\tau$ (J)	$E_{c_n}^1$ (J)	$\sigma E_{c_n}^1$ (J)
4	0,612	0,076	0,000	$\pm 0,003$	0,076	$\pm 0,005$
5	0,635	0,076	0,025	$\pm 0,003$	0,101	$\pm 0,006$
6	0,655	0,076	0,046	$\pm 0,003$	0,122	$\pm 0,006$
7	0,684	0,076	0,078	$\pm 0,003$	0,154	$\pm 0,006$
8	0,714	0,076	0,110	$\pm 0,003$	0,186	$\pm 0,006$
9	0,747	0,076	0,146	$\pm 0,003$	0,222	$\pm 0,006$
10	0,782	0,076	0,184	$\pm 0,003$	0,260	$\pm 0,006$
11	0,821	0,076	0,226	$\pm 0,003$	0,302	$\pm 0,006$
12	0,861	0,076	0,269	$\pm 0,003$	0,345	$\pm 0,006$
13	0,905	0,076	0,316	$\pm 0,003$	0,392	$\pm 0,006$
14	0,949	0,076	0,364	$\pm 0,003$	0,440	$\pm 0,006$
15	0,994	0,076	0,413	$\pm 0,003$	0,488	$\pm 0,006$
16	1,041	0,076	0,463	$\pm 0,003$	0,539	$\pm 0,006$
17	1,087	0,076	0,513	$\pm 0,003$	0,589	$\pm 0,006$
18	1,131	0,076	0,561	$\pm 0,03$	0,636	$\pm 0,006$

Tabela 4.2: A tabela representa os dados referentes a energia e trabalho (aplicação do Teorema da Energia Cinética).

Na tabela 4.2 temos na segunda coluna os valores medidos pelo Tracker para as posições do conjunto formado pelo carro 1 e a massa de 110 g (0,612 m corresponde a posição inicial). Na terceira coluna temos o valor da energia cinética (inicial) na posição 0,612 m conforme calculamos no parágrafo anterior. A quarta coluna representa o valor do trabalho realizado pela força de módulo 1,08 N. Os valores encontrados nessa coluna foram calculados a partir da equação: $1,08 \cdot (S_n - 0,612)$, onde S_n corresponde as posições encontradas a cada ponto da segunda coluna. A quinta coluna corresponde a incerteza na medida do trabalho. O valor da incerteza na medida do trabalho também foi calculada a partir da teoria de propagação de erros, sendo a fórmula usada a representa a seguir:

$$\sigma\tau = P_3 \cdot \sigma s. \quad (4.43)$$

Da equação 4.43 sabemos que a incerteza na posição é de $\pm 0,003$ m e que P_3 é a força de 1,08 N. Substituindo esses valores na equação anterior encontraremos o valor na incerteza do trabalho igual:

$$\sigma\tau = P_3 \cdot \sigma s$$

$$\sigma\tau = 1,08 \cdot 0,003$$

$$\sigma\tau \cong 0,003 \text{ J}$$

Na sexta coluna da tabela 4.2 representamos o valor da energia cinética a cada ponto (aplicação do Teorema da Energia Cinética, $E_{c_n}^1 = E_{c_0}^1 + \tau$). O valor encontrado nessa coluna corresponde a soma da terceira e quarta coluna a cada ponto. A última coluna corresponde a incerteza na medida da energia cinética. O valor de incerteza encontrado nessa tabela também foi determinado a partir da teoria de propagação de erros, onde a equação usada foi:

$$\sigma E_{c_n}^1 = \sqrt{(\sigma\tau)^2 + (\sigma E_{c_0}^1)^2} \quad (4.44)$$

Da equação 4.44 sabemos que $\sigma\tau = \pm 0,003 J$ e que $\sigma E_{c_0}^1 = \pm 0,005 J$, logo a incerteza $\sigma E_{c_n}^1$ será:

$$\sigma E_{c_n}^1 = \sqrt{(\sigma\tau)^2 + (\sigma E_{c_0}^1)^2}$$

$$\sigma E_{c_n}^1 = \sqrt{(0,003)^2 + (0,005)^2}$$

$$\sigma E_{c_n}^1 \cong \pm 0,006 J$$

Logo, de acordo com a nossa abordagem, O experimento nos conduz aos resultados de energia cinética evidenciados na penúltima coluna da tabela 4.2. Novamente frisamos que esses valores não correspondem a energia cinética de translação do centro de massa do sistema, mas seguimos o procedimento que um aluno comum do Ensino Médio usaria o Teorema da Energia Cinética de forma automática para encontrar a energia de translação do sistema. Ressaltamos que realmente a força de módulo 1,08 N realiza os trabalhos ilustrados na tabela 4.2, mas devemos lembrar que a realização de trabalho por uma força externa transfere energia para o sistema não somente na forma de translação do centro de massa, mas também na forma de energia cinética interna, ou seja, energia cinética das partes móveis do sistema em relação ao centro de massa. Na próxima seção iremos aplicar o Teorema do Pseudotrabalho e assim poderemos observar a diferença entre os valores de energia encontrados pelos dois teoremas.

4.4.4- Experimento: Aplicando o Teorema do Pseudotrabalho

Nesta seção temos como objetivo aplicar o Teorema do Pseudotrabalho para o experimento detalhado na seção 4.4.2. Usaremos a mesma metodologia aplicada na seção anterior, onde aplicamos o Teorema da Energia Cinética. Logo começaremos apresentando a tabela a seguir onde ilustramos os dados informados

pele Tracker para a posição e velocidade do centro de massa do sistema à medida que se movimenta.

- **Posições e velocidades a cada frame do centro de massa do sistema:**

PONTOS	t (s)	σt (s)	s (m)	σs (m)	v (m/s)	σv (m/s)
0	0,00	$\pm 0,03$	0,422	$\pm 0,003$	0,00	$\pm 0,02$
1	0,03	$\pm 0,03$	0,424	$\pm 0,003$	0,11	$\pm 0,02$
2	0,07	$\pm 0,03$	0,430	$\pm 0,003$	0,20	$\pm 0,02$
3	0,10	$\pm 0,03$	0,438	$\pm 0,003$	0,24	$\pm 0,02$
4	0,13	$\pm 0,03$	0,446	$\pm 0,003$	0,36	$\pm 0,02$
5	0,17	$\pm 0,03$	0,461	$\pm 0,003$	0,42	$\pm 0,02$
6	0,20	$\pm 0,03$	0,474	$\pm 0,003$	0,46	$\pm 0,02$
7	0,23	$\pm 0,03$	0,492	$\pm 0,003$	0,57	$\pm 0,02$
8	0,27	$\pm 0,03$	0,512	$\pm 0,003$	0,65	$\pm 0,02$
9	0,30	$\pm 0,03$	0,535	$\pm 0,003$	0,73	$\pm 0,02$
10	0,33	$\pm 0,03$	0,56	$\pm 0,003$	0,80	$\pm 0,02$
11	0,37	$\pm 0,03$	0,589	$\pm 0,003$	0,88	$\pm 0,02$
12	0,40	$\pm 0,03$	0,619	$\pm 0,003$	0,97	$\pm 0,02$
13	0,43	$\pm 0,03$	0,653	$\pm 0,003$	1,05	$\pm 0,02$
14	0,47	$\pm 0,03$	0,689	$\pm 0,003$	1,12	$\pm 0,02$
15	0,50	$\pm 0,03$	0,728	$\pm 0,003$	1,20	$\pm 0,02$
16	0,53	$\pm 0,03$	0,769	$\pm 0,003$	1,25	$\pm 0,02$
17	0,57	$\pm 0,03$	0,811	$\pm 0,003$	1,31	$\pm 0,02$
18	0,60	$\pm 0,03$	0,856	$\pm 0,003$	1,42	$\pm 0,02$

Tabela 4.3: A tabela ilustra as posições e velocidades para o centro de massa do sistema.

Ressaltamos que as incertezas nas medidas da posição e velocidade seguiram a mesma ideia apresentada na seção anterior onde aplicamos o Teorema da energia Cinética.

Para os valores das posições e das velocidades do centro de massa do sistema, o Tracker constrói os seguintes gráficos:

Gráfico da posição (m) x tempo (s)

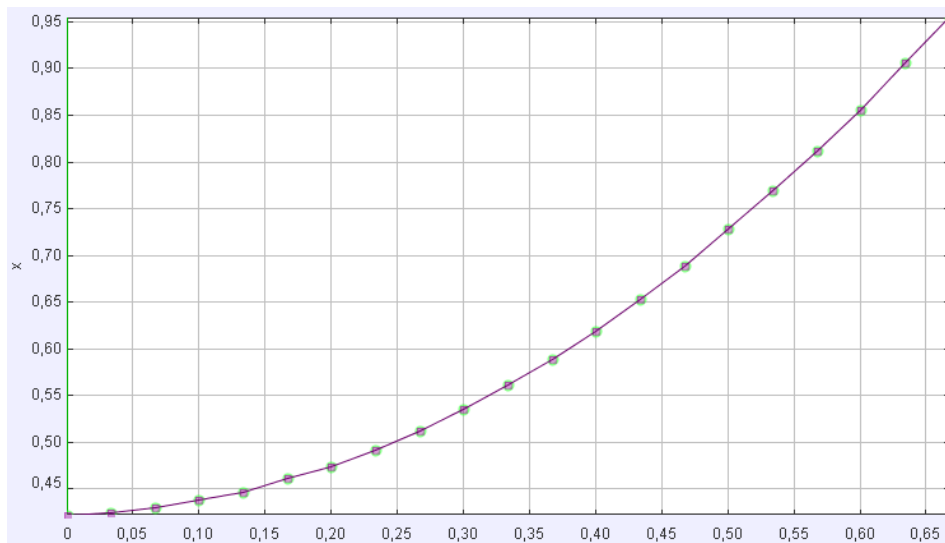


Gráfico 4.3: O gráfico representa a posição do centro de massa do sistema para cada instante de tempos.

Gráfico da velocidade (m/s) x tempo (s)

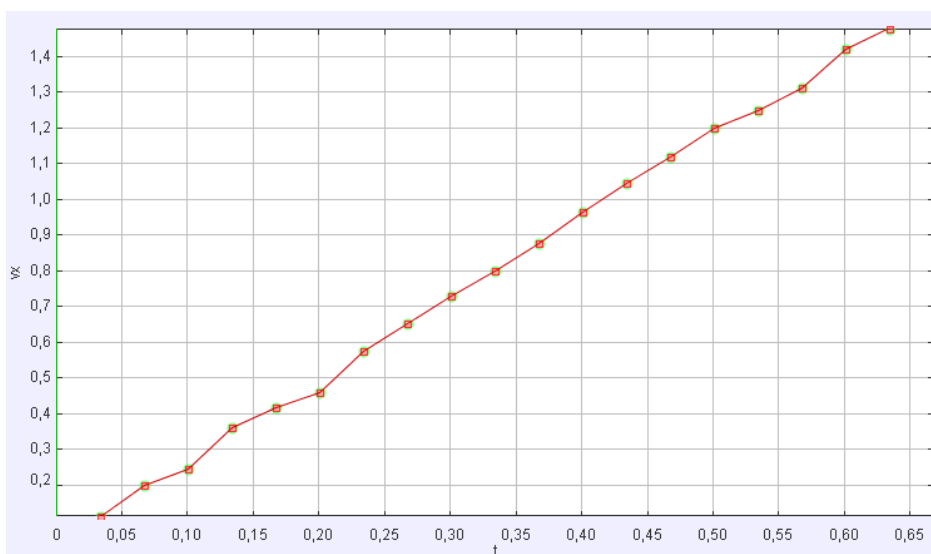


Gráfico 4.4: O gráfico representa a velocidade do centro de massa do sistema para cada instante de tempos.

Para gráfico 4.4, percebemos que o centro de massa do sistema parece seguir um movimento uniformemente variado. De fato, sabemos que a força externa é constante e que por isso o centro de massa do sistema deve se comportar dessa maneira. Note também a diferença entre o gráfico 4.4 e o gráfico 4.2. Essa diferença nas curvas em cada gráfico nos permite concluir que o primeiro carro não está em movimento uniformemente variado, o que indica que a resultante das forças nesse carro não é constante. Ainda para o gráfico 4.4, podemos através do Tracker fazer um ajuste linear ($v = v_0 + a.t$) para encontrar a melhor reta que passa pelos pontos marcados pelo gráfico. É com este objetivo que apresentamos a figura a seguir:

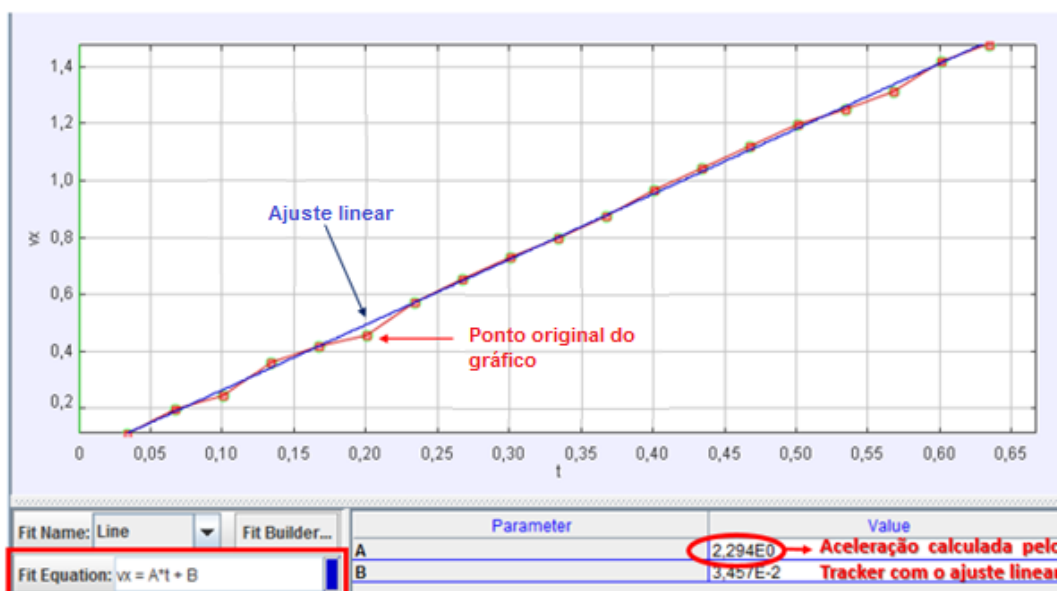


Figura 4.16: Ilustração do ajuste linear feito pelo Tracker no gráfico da velocidade.

Observe que com o ajuste linear feito para o gráfico da velocidade, o Tracker estima o valor da aceleração do centro de massa do sistema em $2,29 \text{ m/s}^2$. Na seção 4.41 calculamos a aceleração para esse sistema com base na Segunda Lei de Newton e encontramos o valor: $a_{cm} = 2,22 \text{ m/s}^2$. O erro relativo, comparando o valor teórico com o valor medido pelo Tracker é de 3%.

Dando continuidade à nossa abordagem com o objetivo de aplicar o Teorema do Pseudotrabalho, Sabendo através da tabela 4.3 as posições e conseqüentemente os deslocamentos efetuados pelo centro de massa do sistema. Com isso seguiremos o mesmo procedimento anterior, ou seja, consideraremos para aplicação do teorema o quarto ponto onde a posição é $0,446 \text{ m}$ para ser a inicial. De forma análoga, quando

o centro de massa ocupa essa posição teremos a velocidade de 0,36 m/s. Para esse valor de velocidade teremos a seguinte energia cinética inicial:

$$E_{c_0}^{cm} = \frac{0,485 \cdot (0,36)^2}{2}$$

$$E_{c_0}^{cm} = 0,031 J$$

Para esse valor de energia cinética podemos calcular a incerteza da medida através da equação 4.40 a qual usamos na seção anterior.

$$\sigma_{E_c} = m \cdot v \cdot \sigma_v$$

$$\sigma_{E_c} = \pm 0,003 J$$

Sabendo agora o valor da energia cinética inicial (quarto ponto) podemos escrever o Teorema do Pseudotrabalho com a finalidade de explicitar a energia cinética a cada ponto (frame) do movimento do centro de massa do sistema:

- **Aplicando o Teorema do Pseudotrabalho:**

$$E_c^{cm} = E_{c_0}^{cm} + \tau_{ps} \quad (4.45)$$

$$E_{c_n}^{cm} = 0,031 + P_3 \cdot (S_n - S_0)$$

$$E_{c_n}^{cm} = 0,050 + 1,08 \cdot (S_n - 0,446) \quad (4.46)$$

Advertimos novamente que a força de 1,08 N é a força externa que promove a aceleração do centro de massa do sistema conforme a aplicação da Segunda Lei de Newton, mas a mesma não está sendo aplicada diretamente no centro de massa do sistema. É por este motivo que aplicaremos o Teorema do Pseudotrabalho. Com base na equação 4.46 construímos a seguinte tabela:

APLICAÇÃO DO TEOREMA DO PSEUDOTRABALHO						
PONTOS	S_n (m)	$E_{c_0}^{cm}$ (J)	τ_{ps} (J)	$\sigma\tau_{ps}$ (J)	$E_{c_n}^{cm}$ (J)	$\sigma E_{c_n}^{cm}$ (J)
4	0,446	0,031	0	$\pm 0,003$	0,031	$\pm 0,003$
5	0,461	0,031	0,016	$\pm 0,003$	0,048	$\pm 0,003$
6	0,474	0,031	0,030	$\pm 0,003$	0,062	$\pm 0,003$
7	0,492	0,031	0,050	$\pm 0,003$	0,081	$\pm 0,003$
8	0,512	0,031	0,071	$\pm 0,003$	0,103	$\pm 0,003$
9	0,535	0,031	0,096	$\pm 0,003$	0,128	$\pm 0,003$
10	0,56	0,031	0,123	$\pm 0,003$	0,155	$\pm 0,003$
11	0,589	0,031	0,154	$\pm 0,003$	0,186	$\pm 0,003$
12	0,619	0,031	0,187	$\pm 0,003$	0,218	$\pm 0,003$
13	0,653	0,031	0,224	$\pm 0,003$	0,255	$\pm 0,003$
14	0,689	0,031	0,262	$\pm 0,003$	0,294	$\pm 0,003$
15	0,728	0,031	0,305	$\pm 0,003$	0,336	$\pm 0,003$
16	0,769	0,031	0,349	$\pm 0,003$	0,380	$\pm 0,003$
17	0,811	0,031	0,394	$\pm 0,003$	0,426	$\pm 0,003$
18	0,856	0,031	0,443	$\pm 0,003$	0,474	$\pm 0,003$

Tabela 4.4: A tabela representa os dados referentes a energia e pseudotrabalho (aplicação do Teorema do Pseudotrabalho).

Para a tabela 4.4, temos para a quinta e sétima coluna as incertezas do pseudotrabalho e da energia cinética. Essas incertezas foram calculadas de forma análoga as equações 4.43 e 4.44.

Por fim, constatamos com a aplicação do teorema do pseudotrabalho que os valores da energia cinética para o sistema (sexta coluna da tabela 4.4) para cada ponto são menores que os valores de energia cinética encontrados na sexta coluna da tabela 4.3 onde aplicamos o Teorema da Energia Cinética. Para termos a certeza de qual teorema se adequa melhor ao experimento, precisaremos de um terceiro valor de energia cinética que seja consistente com a energia cinética do centro de massa do sistema. Na próxima seção faremos essa comparação entre os dois teoremas tomando como referência as energias cinéticas do centro de massa do sistema obtidos a partir das velocidades do centro de massa informados pelo Tracker a cada ponto.

4.4.5 Experimento: Comparando os Teoremas da Energia Cinética e do Pseudotrabalho

Com ajuda do Tracker sabemos a cada ponto qual é a velocidade do centro de massa do sistema a cada ponto. Com isso podemos obter de forma direta o valor da energia cinética ao substituímos cada valor de velocidade na equação da energia cinética. Sabendo então que a massa do sistema é de 485g e as velocidades do centro de massa em cada ponto, pudemos então construir a tabela a seguir:

VELOCIDADE E ENERGIA CINÉTICA DO CENTRO DE MASSA				
PONTOS	v (m/s)	σv (m/s)	E_c (J)	σE_c (J)
4	0,36	$\pm 0,02$	0,031	$\pm 0,003$
5	0,42	$\pm 0,02$	0,042	$\pm 0,004$
6	0,46	$\pm 0,02$	0,051	$\pm 0,004$
7	0,57	$\pm 0,02$	0,080	$\pm 0,006$
8	0,65	$\pm 0,02$	0,103	$\pm 0,006$
9	0,73	$\pm 0,02$	0,129	$\pm 0,007$
10	0,80	$\pm 0,02$	0,156	$\pm 0,008$
11	0,88	$\pm 0,02$	0,186	$\pm 0,008$
12	0,97	$\pm 0,02$	0,226	$\pm 0,009$
13	1,05	$\pm 0,02$	0,265	$\pm 0,010$
14	1,12	$\pm 0,02$	0,304	$\pm 0,011$
15	1,20	$\pm 0,02$	0,349	$\pm 0,012$
16	1,25	$\pm 0,02$	0,379	$\pm 0,012$
17	1,31	$\pm 0,02$	0,418	$\pm 0,013$
18	1,42	$\pm 0,02$	0,490	$\pm 0,014$

Tabela 4.5: a Tabela ilustra a Energia Cinética do centro massa calculada a partir das velocidades registradas pelo Tracker.

Na tabela 4.5, a quarta coluna indica os valores das energias cinéticas do centro de massa para cada ponto, enquanto que a última coluna representa os valores de incertezas dessas medidas. As incertezas indicadas na última coluna foram obtidas a partir da equação 4.40 que foi apresentada na seção 4.43.

Com os resultados encontrados na tabela 4.5, poderemos agora comparar esses valores com os calculados nas seções anteriores onde aplicamos os Teoremas da Energia Cinética e do Pseudotrabalho. A tabela a seguir tem o objetivo de representar os três valores de energia cinética encontrados, assim como também indica o erro relativo de cada teorema usando como valor de referência os valores obtidos na tabela 4.5.

RELEÇÃO ENTRE OS TEOREMAS E O RESULTADO EXPERIMENTAL					
PONTOS	$E_{c_n}^1$ (J)	$E_{c_n}^{cm}$ (J)	E_c (J)	$\left \frac{E_c - E_{c_n}^1}{E_c} \right $	$\left \frac{E_c - E_{c_n}^{cm}}{E_c} \right $
4	0,076	0,031	0,031	145%	0%
5	0,101	0,048	0,042	140%	14%
6	0,122	0,062	0,051	140%	22%
7	0,154	0,081	0,080	92%	1%
8	0,186	0,103	0,103	81%	0%
9	0,222	0,128	0,129	72%	1%
10	0,260	0,155	0,156	66%	1%
11	0,302	0,186	0,186	62%	0%
12	0,345	0,218	0,226	53%	4%
13	0,392	0,255	0,265	48%	4%
14	0,440	0,294	0,304	45%	3%
15	0,488	0,336	0,349	40%	4%
16	0,539	0,380	0,379	42%	0%
17	0,589	0,426	0,418	41%	2%
18	0,636	0,474	0,490	30%	3%

Tabela 4.6: a Tabela tem a função de ilustrar a comparação o uso do Teorema da Energia Cinética e o uso do Teorema do Pseudotrabalho em relação ao valor medido para energia cinética para o Tracker.

Portanto, a partir dos resultados e comparações que podemos fazer a partir da tabela 4.6, chegamos à conclusão que ao aplicarmos o Teorema do Pseudotrabalho neste experimento, os resultados encontrados para energia cinética do centro de massa do sistema são mais precisos quando comparamos com os valores de energia cinética calculados através das velocidades do centro de massa obtidos pelo Tracker. Em outras palavras, o Teorema do Pseudotrabalho confirmou as expectativas e apresentou os valores energia com menor erro percentual quando comparamos com os encontrados a partir do Teorema da Energia Cinética.

Ressaltamos que o alto erro percentual na aplicação do Teorema da Energia Cinética confirma a ideia de que o mesmo não pode ser aplicado quando tratamos de sistemas que não podem ser vistos como partículas ou corpos rígidos. Apesar da força externa (1,08N) realizar trabalho à medida que o sistema se movimenta, transmissão de energia por meio de trabalho do meio externo para o sistema não irá ser aproveitada no interior do sistema para mover o centro de massa. Como já mencionamos anteriormente, para esses sistemas a energia transferida pelos agentes externos não converterá a energia integralmente em cinética para o centro de massa, sendo que parte da energia é convertida em outras energias internas do sistema, como por exemplo a energia de vibração que faz o sistema oscilar à medida que se desloca.

Com a metodologia usada nesse experimento, queremos que o estudante aplique os dois teoremas e se convença que o Teorema da Energia Cinética não pode ser aplicado de forma automática a todos os tipos de sistema. Além disso, com esse experimento queremos despertar o senso crítico do estudante para que o mesmo seja capaz de interpretar os dados fornecidos pelo Tracker e conseqüentemente a parte lógica e matemática com a aplicação dos teoremas. Por fim, queremos que após realizar todas as etapas o estudante compreenda todos os passos que foram dados no experimento e chegue à conclusão de que a concepção de energia (particularmente o Teorema da Energia Cinética) é mais profunda da que é mostrada nos livros do Ensino Médio. Com isso também queremos que o estudante saiba que para sistemas como o retratado neste experimento, a melhor forma de interpretar o sistema é por meio do Teorema do Pseudotrabalho.

5 - TRANSFORMAÇÕES ENERGÉTICAS: A UNIÃO DA FÍSICA, DA QUÍMICA E DA BIOLOGIA

Durante os dois últimos capítulos discutimos os processos de transformações energéticas, dando destaque a apresentação de novos conceitos que podem ser ensinados pelo professor de Física no Ensino Médio com a finalidade de ampliar o horizonte de conhecimento dos alunos a respeito do processo de transferência de energia. Contudo, apesar do mecanismo que esclarece como ocorre a transferência de energia ser intensamente trabalhado nas aulas de Física, a concepção do processo de transferência de energia permeia também, além da Física, outras áreas do conhecimento, como, por exemplo, a Química e a Biologia.

No que se refere ao ensino de Física no ciclo básico, há pouco interesse em contemplar formas de energias menos tradicionais, tais como as energias química e biológica. Contudo, apesar dessas formas de energias não encontrarem espaço dentro do currículo de Física, ainda assim são fundamentais para a compreensão de fenômenos termoquímicos dentro da Química ou fenômenos que envolvem transformações energéticas essenciais à vida dentro da Biologia, ambos conhecimentos que integram o currículo mínimo a ser seguido no Ensino Médio. Há de se ressaltar também que, apesar da realidade escolar mostrar que a Física pouco aborda essa temática em sala, ela possui papel de destaque quando o assunto é a transformação energética e que por isso pode contribuir bastante para um aprendizado mais completo do tema.

Com base na problemática descrita acima, pretendemos nesse capítulo apresentar uma metodologia que oriente o professor do Ensino Médio a discutir com seus alunos outras formas de energia e outras interpretações dos processos de transferência de energia que não estejam exclusivamente restritas a discussões físicas. Também queremos que todo processo de aprendizado esteja ao alcance do estudante, e por essa razão queremos destacar nesse capítulo formas de energias e transformações energéticas em que serão inseridos conhecimentos físicos, químicos e biológicos a partir da exploração de fenômenos cotidianos, tais como os processos energéticos que ocorrem nos seres vivos e são fundamentais para desempenhar atividades físicas como, por exemplo, a locomoção. A ideia é que essa abordagem

seja feita em consonância entre os professores da disciplina a partir de situações problemas que serão propostas aos estudantes.

No que diz respeito à abordagem pedagógica, é importante salientar que nesse capítulo queremos propor também uma ruptura com o ensino que costumeiramente é transmitido no Ensino Médio. Ocorre que por muitas vezes é comum observar nas escolas que o conhecimento é fracionado para ser integrado ao currículo de cada disciplina. Assim, durante o Ensino Médio os estudantes aprendem esse conhecimento de diversos modos, de acordo com a programação do currículo para cada disciplina, contudo não há uma interação entre as disciplinas para promover um ensino em conjunto e conseqüentemente melhorar a capacidade de aprendizagem do estudante. Quando o conhecimento é diluído e seriado ao longo de diversas disciplinas que compõem os três anos do Ensino Médio, o estudante acaba por ter uma visão incompleta do processo como um todo, podendo assim contrair dúvidas ou dificuldades em ampliar sua capacidade de compreensão do conhecimento em sua totalidade. Para contornar esse problema é fundamental estabelecer um elo entre o entendimento das disciplinas nas suas mais variadas áreas. Em outras palavras é importante a construção de um ambiente interdisciplinar, pois ao abranger temáticas e conteúdo que são objetos em comum entre as disciplinas, há a possibilidade de desenvolver recursos inovadores e dinâmicos em que as aprendizagens são ampliadas. De acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais [PCN 1999], o exercício da interdisciplinaridade é instrumento essencial para promover a integração do conhecimento. Segundo o PCN:

A interdisciplinaridade não dilui as disciplinas, ao contrário, mantém sua individualidade. Mas integra as disciplinas a partir da compreensão das múltiplas causas ou fatores que intervêm sobre a realidade e trabalha todas as linguagens necessárias para a constituição de conhecimentos, comunicação e negociação de significados e registro sistemático dos resultados. (PCN, 1999, 133)

Por fim, almejamos que o capítulo seja um instrumento de orientação para que os professores possam desempenhar em sala de aula uma atividade interdisciplinar, respaldados em precedentes como as Diretrizes Curriculares Nacionais, no intuito de trazer a adição de conhecimentos físicos, químicos e biológicos a respeito do assunto energia através de fenômenos que estão inseridos no dia a dia do estudante.

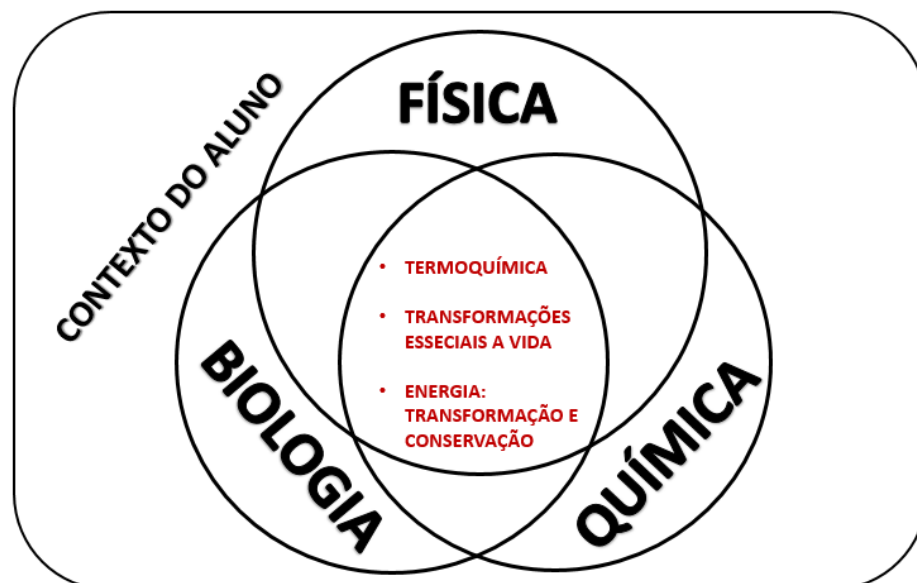


Figura 5.1: O diagrama ilustra os saberes que são compartilhados entre as disciplinas em torno do cotidiano do aluno.

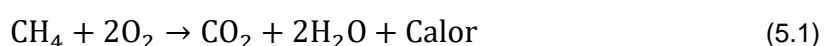
5.1- Explorando outras formas de energia: Energia química, biológica, Entalpia e Energia Livre de Gibbs

5.1.1- O conceito de energia química

No Ensino Médio, a disciplina de Química é a responsável por desenvolver o conhecimento sobre a composição, estrutura e as propriedades da matéria aos estudantes. É por meio do ensino de Química que os estudantes desenvolvem a percepção sobre as modificações que ocorrem na matéria através das reações químicas.

Por analogia, a energia química pode ser compreendida pelo estudante como a forma de energia que se manifesta durante as reações químicas. Visto que uma vez que o professor estabeleceu em sala os conceitos prévios de energia potencial e energia elétrica, então podemos introduzir o conceito de energia química como a responsável por manter o equilíbrio de coesão e existência das moléculas, pois cada molécula possui uma energia potencial (de natureza elétrica) que depende da posição relativa entre os átomos que a constituem.

Para compreender melhor esse processo vamos analisar a reação química a seguir que ocorre na queima do gás metano (CH_4).



Note que de acordo com nossa metodologia, se consideramos como sistema toda matéria envolvida na reação química, então ao fim do processo há liberação de energia na forma de calor para o meio externo (a energia só pode entrar ou sair de um sistema por meio de trabalho ou calor). A queima do metano libera uma energia equivalente a 55000 J/g, pois a quantidade de energia (química) armazenada nos reagentes ($\text{CH}_4 + 2\text{O}_2$) é maior que a necessária para manter o equilíbrio das moléculas de dióxido de carbono e água nos produtos.

Com este exemplo queremos ilustrar um processo dinâmico de transmissão de energia. Perceba que ao fim da reação (nos produtos) há liberação de energia na forma de calor. Sabemos que a energia não pode ser criada, então a energia liberada na forma de calor é uma prova e ao mesmo tempo facilita a compreensão do estudante de que existe em cada molécula uma energia armazenada que pode se modificar a partir das reações químicas.

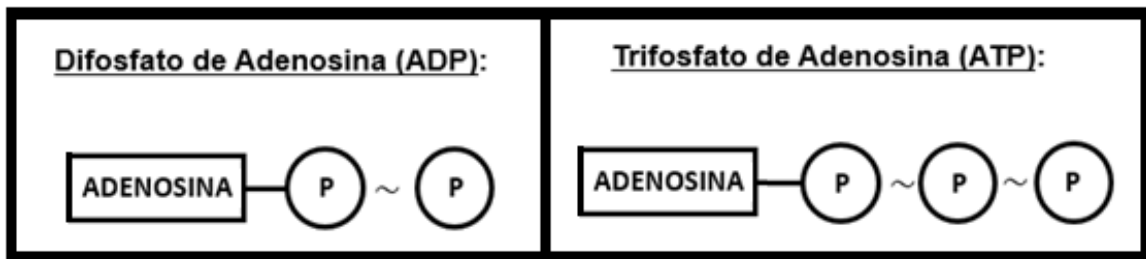
5.1.2- O conceito de energia biológica

Na seção anterior definimos a energia química como uma energia de natureza (potencial) elétrica que depende da posição relativa dos átomos que constituem cada molécula e com isso vimos que durante uma reação química pode haver liberação ou absorção de energia pelo sistema. A energia biológica possui definição similar, pois também é classificada como uma energia química, sendo particularmente aplicado o seu conceito a reações químicas que ocorrem em sistemas biológicos.

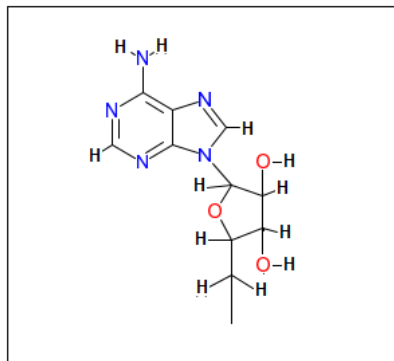
A sustentação de qualquer forma de vida depende das reações químicas que ocorrem no interior de cada Ser Vivo, pois é através delas que é possível obter energia para desempenhar as atividades motoras. A obtenção de energia para desempenhar essas atividades está atrelada ao processo metabólico em que podemos entender de forma simplificada que há conversão de energia obtida através dos nutrientes (química) em trabalho muscular (mecânica). Cada nutriente (alimento) ingerido por um Ser Vivo é composto por inúmeras moléculas ricas em carbono (C), hidrogênio (H), oxigênio (O) e no caso das proteínas e aminoácidos, nitrogênio (N). A energia das ligações moleculares dos nutrientes é liberada quimicamente no interior das células e, em seguida, armazenada sob a forma de um composto altamente energético

chamado de *Trifosfato de Adenosina* (ATP). Assim, por meio da energia química fornecida através da quebra do ATP, cada Ser Vivo pode usufruir dessa energia para gerar calor e aproveitá-la para locomoção (energia mecânica).

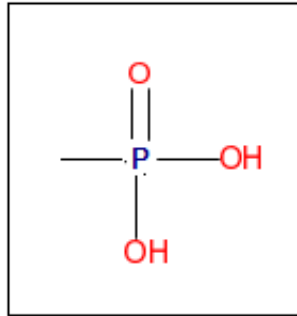
Para compreender mais detalhadamente o que foi descrito anteriormente, vamos analisar os processos de transferência de energia realizados através de algumas reações químicas básicas. Uma dessas reações muito importante para o nosso propósito é a reação que envolve as moléculas de *Difosfato de Adenosina* (ADP) e de *Trifosfato de Adenosina* (ATP), que são representadas da seguinte maneira:



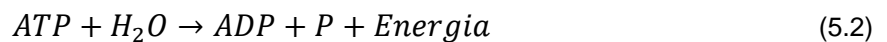
A representação na forma estrutural da Adenosina é:



O grupamento fosfato (—P) é constituído por:



Cada ligação entre um grupamento de fosfato ($P \sim P$, $P \sim P \sim P$) consegue armazenar uma grande quantidade de energia química. Logo, é por esse motivo que essas moléculas possuem destaque no processo de transferência de energia química em sistemas biológicos. Analisando atentamente os processos químicos que ocorrem nos sistemas biológicos, as moléculas de ATP podem perder um grupamento fosfato, transformando-se assim numa molécula de ADP, conforme a reação a seguir:

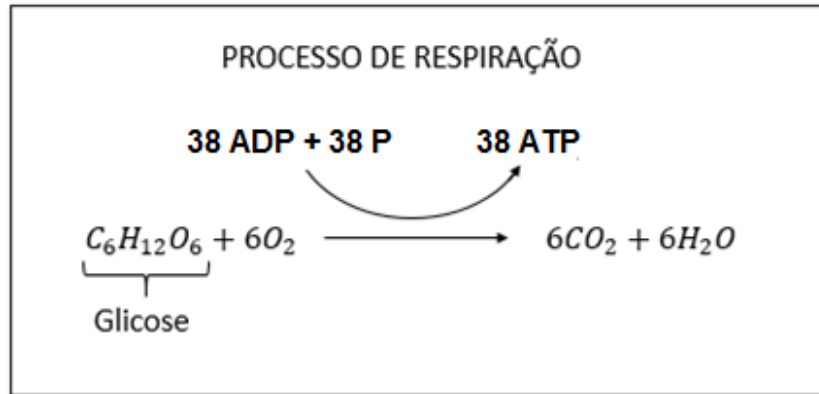


A reação ilustrada anteriormente ocorre continuamente em sistemas biológicos. Para que as moléculas de ATP sejam quebradas em ADP é preciso a presença de água para que ocorra a reação de hidrólise. Após as moléculas de ATP reagirem com as moléculas de água, dá-se origem aos produtos da ilustração ($ADP + P$). A estabilidade das moléculas de ADP e do fosfato requer uma energia potencial menor em relação as moléculas de ATP nos reagentes. Logo, o excedente da energia (67 J/g) se torna uma “energia livre” para ser aproveitada pela célula para a realização de algum trabalho.

Importante também destacar outro processo relevante de conversão de energia que ocorre em sistemas biológicos, fundamental para que o processo descrito anteriormente seja possível e para o equilíbrio das quantidades de ADP e ATP.

Ocorre que a ligação da Adenosina Difosfato com o Fosfato é reversível, ou seja, isso significa que toda vez que é necessária energia para qualquer trabalho na célula, ocorre a conversão de ATP em ADP e fosfato, contudo, além desse processo, há o processo reverso na qual o ADP se liga ao fosfato “recarregando” a quantidade de ATP no organismo. Para os animais e maioria dos microrganismos, a produção de ATP se deve à reação da glicose (“energia provinda dos alimentos”) com as moléculas

de ADP por intermédio do processo de respiração celular. Para vislumbrar esse processo observe o esquema a seguir:



Perceba que se a quebra de ATP em ADP e fosfato libera energia, então para formar moléculas de ATP através de moléculas de ADP e fosfato é necessário energia para que a reação ocorra. Para as moléculas de ADP e fosfato adquirirem esta energia destacamos dois processos. Primeiramente é necessária a glicose obtida no organismo através da alimentação. O segundo processo depende da respiração celular. As moléculas de glicose ao reagirem com o gás oxigênio obtido através da respiração formam os produtos CO₂ e H₂O com liberação de energia. A energia liberada nessa reação é usada para formar ATP através do ADP e do fosfato presente no organismo. A partir desse ponto todo o ciclo se repete, conforme a ilustração a seguir.

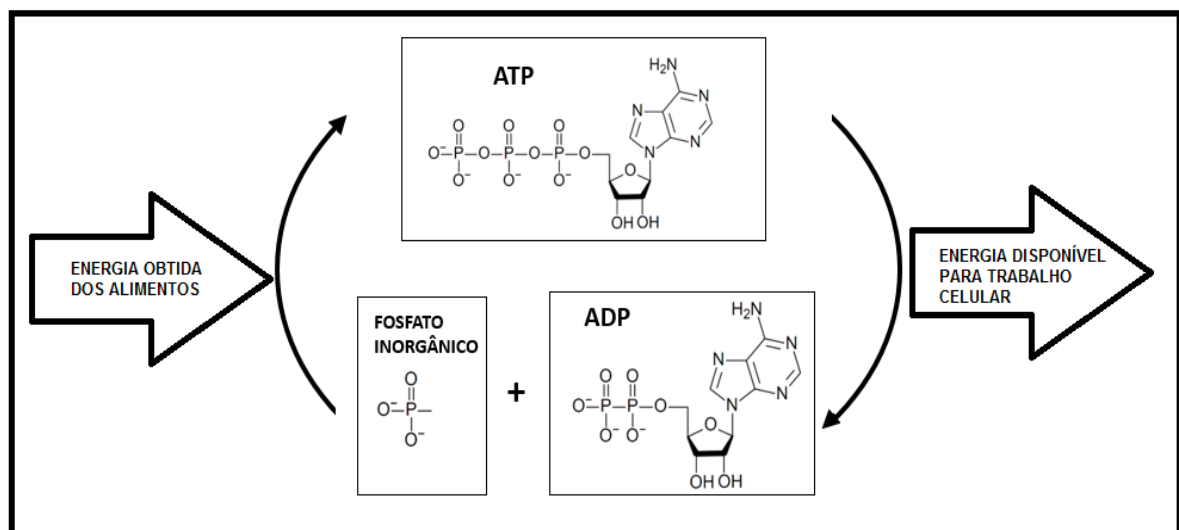


Figura 5.2: ilustração de como ocorre o processo de formação e quebra de ATP.

5.1.3- Trabalhando os conceitos de Entalpia e Energia Livre de Gibbs

Ao aprofundarmos a discussão sobre a transferência, conversão e uso da energia em sistemas biológicos é importante esclarecer que estamos entrando em uma área da bioquímica chamada de Bioenergética. Embora, a princípio, esse tema seja amplo e complexo para ser tratado no ciclo escolar, ainda assim podemos usufruir de alguns conceitos da Biologia, Química e Física necessários para a compreensão bioenergética que são compartilhados no Ensino Médio através de alguns conhecimentos que pertencem ao currículo. Em outras palavras, podemos nos orientar em conhecimentos da Química e Física explorados no Ensino Médio, como, por exemplo, a Entalpia, Energia Livre de Gibbs e Termodinâmica para compreender as transformações energéticas envolvendo as reações químicas que ocorrem em sistemas biológicos.

Perceba no parágrafo anterior, assim como destacamos ao longo desse trabalho, que a Termodinâmica se torna essencial para uma compreensão integral dos mecanismos que influenciam na conversão e transformação da energia em sistemas de qualquer natureza. Quando consideramos o sistema um ser vivo (sistema biológico), a interpretação física não é diferente. Embora a abordagem seja mais complexa de ser analisada termodinamicamente é oportuno apresentar e ampliar novos conceitos para um aprendizado mais significativo. Entretanto, vale ressaltar que apesar da complexidade do assunto, o que realmente é importante para nós não é um estudo avançado de bioquímica, mas fazer com que os estudantes compreendam que quando tratamos de sistemas biológicos, todas as reações químicas, processos biológicos e transformações energéticas que estes acarretam só acontecem porque estão de acordo com as leis da Termodinâmica.

Para dar continuidade a nossa análise dos sistemas biológicos, também é importante ressaltar que não é suficiente aplicar os conceitos da Termodinâmica conforme são apresentados nas aulas de Física no Ensino Médio. Para obtermos uma discussão mais profunda das relações energéticas nesses sistemas é preciso estabelecer também um elo entre a energia química e a Termodinâmica, ou seja, precisamos conciliar a energia que se manifesta através das reações químicas com as leis da Termodinâmica. Logo, para atingir esse objetivo precisamos definir duas outras formas de energia que serão mais apropriadas do ponto de vista termodinâmico

e químico. As formas de energia a que nos referimos são a Entalpia e a Energia Livre de Gibbs, e podemos defini-las da seguinte forma:

- **Entalpia (H):**

Podemos definir a entalpia como uma energia característica de cada substância que se manifesta na forma de calor quando ocorrem reações químicas ($Q = \Delta H$). Em outras palavras, damos o nome de entalpia ao calor liberado ou absorvido por um sistema quando há uma transformação isobárica.

É importante salientar que, assim como fazemos com a energia interna, não há como mensurar a energia em cada substância, e assim sendo é apropriado trabalharmos com a variação de entalpia (ΔH) durante a reação química. Isso significa que para nossa abordagem o ΔH representará a diferença de entalpia entre os reagentes e os produtos. Logo, como consequência dessa definição, podemos também compreender como é o fluxo de energia do sistema durante as reações químicas e o meio externo. Para isso podemos analisar as duas hipóteses ($\Delta H < 0$ e $\Delta H > 0$) possíveis para o ΔH . No caso de $\Delta H < 0$ (reação exotérmica), teremos a entalpia do produto menor que a do reagente e conseqüentemente isso significa que há liberação de energia na forma de calor para o meio externo. Para se ter um exemplo, reações com $\Delta H < 0$ ocorrem continuamente no corpo humano. De fato, vimos que em sistemas biológicos ocorre continuamente a conversão da glicose até ATP. Neste processo a entalpia após a formação de ATP (produto) é menor que a existente no reagente e sendo assim a reação libera calor que será aproveitado para manter a temperatura corporal em torno de 36 graus Celsius. Já no caso de $\Delta H > 0$ as reações são chamadas de endotérmicas, pois as entalpias dos produtos são maiores que as dos reagentes. Sob essa condição há a absorção de energia do meio externo para que a reação ocorra, como, por exemplo, na fotossíntese.

Termodinamicamente, podemos expressar a variação de entalpia de um sistema a partir da variação da energia interna e do trabalho da seguinte forma:

$$\Delta U = Q - \tau$$

$$Q = \Delta U + \tau$$

Como $Q = \Delta H$ e $\tau = P\Delta V$, então:

$$\Delta H = \Delta U + P\Delta V \quad (5.2)$$

- **Energia livre de Gibbs (G):**

A energia livre de Gibbs (G), também uma grandeza física com bastante relevância na Termodinâmica, é fundamental para compreender os processos químicos que ocorrem nos seres vivos. Dentro do nosso propósito, podemos compreender a energia livre de Gibbs como a quantidade de energia que se torna disponível durante uma reação química e que será aproveitada pelo sistema para a realização de trabalho durante um processo isobárico e isotérmico. Isso significa que quando um sistema sofre uma transformação entre estados, a variação da energia livre de Gibbs (ΔG) é igual ao trabalho trocado entre o sistema e sua vizinhança.

Para a Química e a Biologia, a energia livre de Gibbs se torna relevante, pois é a partir do valor de ΔG (negativo ou positivo) que poderemos afirmar se uma reação ocorre ou não espontaneamente. Quando uma reação química é considerada espontânea, então há a realização de trabalho e conseqüentemente há a redução da energia livre de Gibbs, ou seja, $\Delta G < 0$. Nesse caso, o processo também é irreversível, pois o sistema libera energia de forma que ao fim as moléculas ficarão em um nível energético menor e, portanto, mais estável. Já para $\Delta G > 0$ a reação ocorre de forma espontânea, pois para a reação se concretizar é preciso que durante a etapa dos reagentes o meio externo forneça energia extra para que o processo chegue a sua fase final.

Matematicamente, a energia livre de Gibbs pode ser medida a partir da entropia (ΔS) e entalpia (ΔH) do sistema como:

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S \quad (5.3)$$

Para finalizar nossa compreensão sobre a energia livre de Gibbs, perceba que da equação acima podemos interpretar que a energia livre de Gibbs é o saldo das energias usadas durante uma reação. A entalpia corresponde à parcela da energia que foi liberada (calor) para o meio externo enquanto a entropia representa a energia

usada para reorganização das moléculas na transformação química. A energia restante, isto é a “energia livre” dessas atribuições será usada para realização de trabalho.

5.2- Energia e Corpo Humano

Nesta seção, usaremos as definições de energia química, biológica, entalpia e energia livre de Gibbs, feitas anteriormente, para que possamos responder aos questionamentos dos estudantes a respeito de dúvidas como: De onde surge a energia para saltarmos? Ou de onde vem a energia para um atleta correr?

A nossa proposta nesta seção é a de usar problemas do dia a dia que os estudantes vivenciam para mostrar como os vários saberes de disciplinas distintas estão relacionados a partir da concepção de energia e, além disso, construir junto aos alunos esquemas que vislumbrem as sucessivas etapas de conversões de energia que ocorrem inicialmente dentro do corpo humano e que se manifestam com notoriedade no nosso dia a dia através das atividades físicas que fazemos.

5.2.1- Problema 1: Homem de patins empurrando a parede

Considere um homem com patins inicialmente em repouso que empurra uma parede e que conseqüentemente desliza para trás se afastando da mesma. A figura a seguir ilustra o fenômeno descrito.

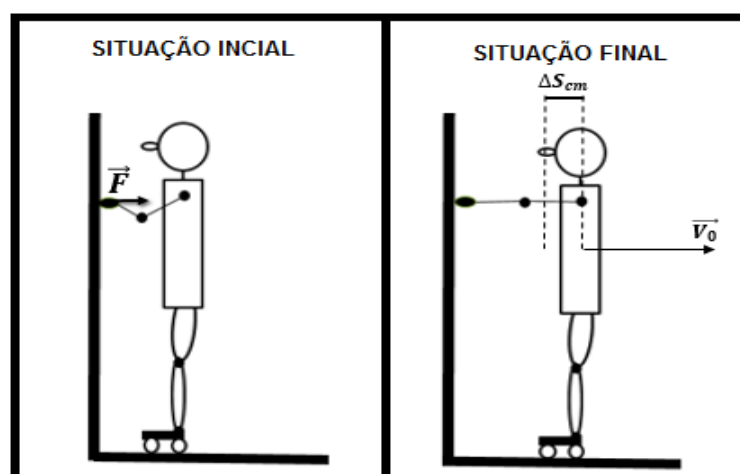


Figura 5.3: Na situação inicial o homem em repouso recebe da parede uma força \vec{F} e posteriormente desloca o seu centro de massa (ΔS_{cm}) saindo com velocidade de módulo v_0 .

A massa do sistema (o homem) é M e por hipótese não há forças dissipativas entre os patins e o solo. Também não há movimento na direção vertical, o que nos permite cancelar as forças que atuam nesta direção (Normal e Peso). A força externa, \vec{F} , corresponde à força de reação que a parede faz sobre o homem após empurrá-la. Como consequência da força aplicada pela parede, o centro de massa do sistema adquire gradativamente energia cinética até que atinge seu valor máximo e velocidade máxima v_0 , quando perde o contato com a parede e percorre um deslocamento ΔS_{cm} .

Através da figura podemos verificar que a força de intensidade F não realiza deslocamento e por este motivo não pode realizar trabalho. O fato desta força não realizar trabalho ($\tau_F = 0$) e, por consequência, não poder transmitir energia do meio externo a fim de que o sistema ganhe energia cinética, nos permite concluir que a energia cinética máxima que o homem adquire é fruto de transformações energéticas internas. O sistema também não possui características de uma partícula, e sendo assim o Teorema da Energia Cinética não pode ser aplicado de forma satisfatória, tendo que ser substituído pelo Teorema do Centro de Massa. Aplicando o teorema, encontramos a seguinte relação:

$$\tau_{ps} = \Delta E_c^{cm} \quad (5.4)$$

$$F \cdot \Delta S_{cm} = \frac{Mv_0^2}{2} \quad (5.5)$$

Note que a equação acima generaliza todas as grandezas físicas que podem ser mensuráveis por agentes externos ao sistema e não aponta as conversões energéticas que ocorrem no sistema a fim de explicar o que está ocorrendo no fenômeno. A propósito, a equação (5.5) não pode ser vista como equação energética, e sim como uma equação que relaciona todas as grandezas físicas relevantes para um observador externo ao sistema.

As questões energéticas que figuram nesse tipo de problema precisam ser discutidas a partir de equações energéticas apropriadas, tal como a Primeira Lei da Termodinâmica. Primeiramente devemos considerar que a ação do homem de exercer força sobre a parede provém de esforço muscular e sobretudo das reações químicas que ocorrem nos músculos. Conforme vimos, quando uma reação química é

produzida dentro do corpo, ocorrem variações de energia interna (ΔU_Q), volume (ΔV_Q) e entropia (ΔS_Q). É importante saber que as reações químicas que ocorrem no corpo humano possuem características peculiares, como, por exemplo, a de serem realizadas em um ambiente em que a pressão externa é mantida constante (P) e em contato com uma fonte de calor a temperatura T . Se uma reação química ocorre, parte da energia interna é aproveitada para expansão (assim realizando um trabalho τ_Q) e a outra parte se destina à fonte de calor a fim de garantir que a entropia não diminua, conforme prevê a Segunda Lei da Termodinâmica.

Quando $\Delta V_Q < 0$, a pressão externa realiza trabalho sobre o sistema e quando $\Delta S_Q > 0$, então o reservatório de calor aumenta a energia interna do sistema. Seguindo a mesma metodologia que usamos nos problemas do quarto capítulo, podemos escrever a seguinte equação:

$$\Delta E_c + \Delta U_Q = \tau_F + \tau_Q + Q_Q \quad (5.6)$$

Da expressão acima temos que $\tau_F = 0$, $\tau_Q = -P \cdot \Delta V_Q$, $Q_Q = T \cdot \Delta S_Q$ e $\Delta E_c^{cm} = \frac{Mv_0^2}{2}$.

$$\frac{Mv_0^2}{2} + \Delta U_Q = 0 - P \cdot \Delta V_Q + T \cdot \Delta S_Q$$

$$\frac{Mv_0^2}{2} = -\Delta U_Q - P \cdot \Delta V_Q + T \cdot \Delta S_Q$$

$$\frac{Mv_0^2}{2} = -\Delta H_Q + T \cdot \Delta S_Q \quad (5.7)$$

$$\frac{Mv_0^2}{2} = -\Delta G_Q \quad (5.8)$$

Em que ΔH_Q e ΔG_Q são:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta H_Q = \Delta U_Q + P \cdot \Delta V_Q \\ \Delta G_Q = \Delta U_Q + P \cdot \Delta V_Q - T \cdot \Delta S_Q \end{array} \right\} \begin{array}{l} (5.9) \\ (5.10) \end{array}$$

A equação 5.8 é uma relação energética válida e a partir dela podemos compreender o que acontece em sistemas como o corpo humano. Analisando atentamente a equação, percebemos inicialmente os sinais contrários existentes em cada lado da igualdade. A oposição de sinais na equação nos faz compreender que para ganhar energia cinética para deslocar o centro de massa do sistema é gastar a energia proveniente das reações químicas. Conforme já discutimos, a energia livre de Gibbs representa a energia disponível para execução de trabalho em um sistema. Particularmente para o caso que estamos abordando, a energia livre de Gibbs que surge na equação 5.8 está representando a energia utilizada pelas células do corpo humano para a realização de um determinado trabalho. Para compreender melhor o que acontece no fenômeno que ilustramos, note que para o homem empurrar a parede ele precisa “deformar” as partes móveis (braços, pernas, mão etc.) do seu corpo e nesse processo os seus músculos sofrem deformações (relaxamento e contração). Contudo, ocorre que no processo de contração muscular é necessária a energia e para obtê-la cabe à molécula de miosina (filamento proteico encontrado na célula muscular) a função de quebrar o ATP e disponibilizar essa energia.

Importante destacar que a energia liberada na quebra de ATP durante as reações químicas que ocorrem nas células musculares não se convertem diretamente na energia cinética usada para deslocar o centro de massa do sistema. Inicialmente, a energia liberada na quebra de ATP faz com que as células musculares realizem trabalho para contrair os músculos. Para a execução desse trabalho surgem forças internas provenientes das deformações das fibras musculares. Somente após essa fase, o trabalho realizado por forças internas presentes nos músculos, é que há conversão em energia cinética. Para que o centro de massa adquira energia cinética para se deslocar é necessário a combinação da liberdade das partes móveis (braços, pernas, mãos e etc.) com a deformação e movimentação dos músculos. Em outras

palavras, as células musculares realizam trabalho ao se deformarem, convertem a energia desse processo na energia cinética usada para o centro de massa se mover.

Uma observação importante de se esclarecida é que durante a fase de deformação do corpo, enquanto o homem mantém o contato das mãos com a parede, toda a energia que provém internamente é usada não somente para deslocar o centro de massa, mas também para movimentar as partes móveis e livres do corpo. Dessa forma a energia gasta nas reações químicas é convertida ao fim do processo em energia cinética para o deslocamento do centro de massa e das partes móveis. Contudo, vale ressaltar que a equação 5.5 não está contemplando esta fase do fenômeno, mas sim a fase final em que o homem já adquiriu energia cinética máxima para o seu centro de massa e não há mais a movimentação das partes com liberdade do sistema. É por este motivo que ao escrevermos a equação 5.5 não foi contemplada a energia cinética das partes móveis.

Para finalizar a análise sobre esse problema podemos estabelecer a relação entre o pseudotrabalho realizado pela força \vec{F} e a energia livre de Gibbs por meio da igualdade estabelecida na equação 5.5 e obter conclusões importantes.

$$F \cdot \Delta S_{cm} = -\Delta G_Q \quad (5.11)$$

Com a equação 5.11 percebe-se que \vec{F} é a força aplicada pela parede sobre o homem e que possui mesma intensidade da força que o homem faz sobre a parede. Note que se mantivermos o deslocamento do centro de massa fixo, o que satisfatoriamente ocorre quando uma mesma pessoa repete o fenômeno de empurrar a parede, então o gasto energético será tão maior quanto a intensidade da força aplicada pela parede. Isso significa que quanto maior for a intensidade da força que o homem aplica sobre a parede, maior será a necessidade de consumir a energia química das reações que ocorrem no corpo humano. Entretanto nessa situação maior também será a energia cinética do seu centro de massa.

5.2.2- Problema 2: Uma pessoa pulando

Nesse segundo problema vamos considerar o movimento de uma pessoa de massa M que salta verticalmente. Para nossa análise estamos interessados na parte

do salto em que ainda existe o contato do pé da pessoa com o solo. A figura a seguir ilustra a idealização do fenômeno:

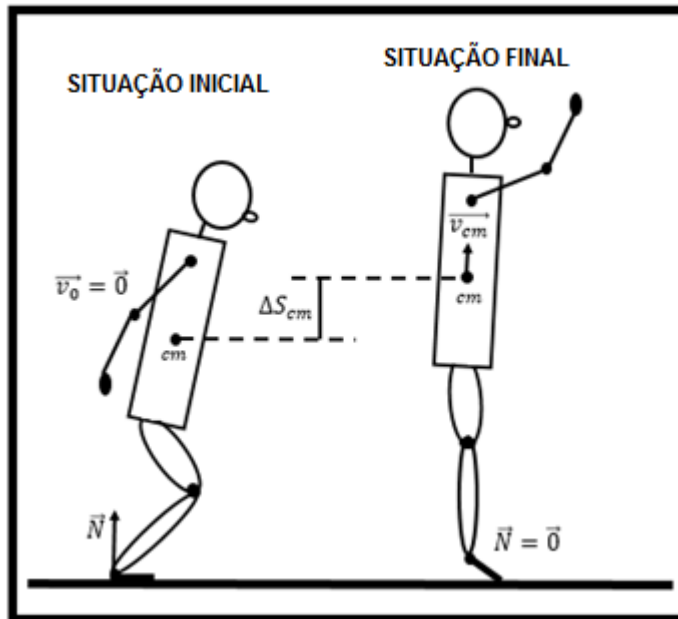


Figura 5.4: A figura ilustra toda a mecânica feita por uma pessoa para executar um salto na direção vertical.

Para facilitar a discussão do problema iremos supor que o movimento do centro de massa da pessoa é unicamente vertical, desprezar os movimentos das partes móveis durante essa ação e considerar que a força feita pelo solo sobre os pés da pessoa (\vec{N}) é constante. Nesse contexto, se a pessoa durante a mecânica do salto levantar seu centro de massa uma altura ΔS_{cm} , então podemos escrever a seguinte equação:

$$\frac{Mv_{cm}^2}{2} + M \cdot g \cdot \Delta S_{cm} = N \cdot \Delta S_{cm} \quad (5.12)$$

A equação (5.12) representa o pseudotrabalho realizado pela força \vec{N} , visto que a mesma não realiza deslocamento durante a mecânica do pulo. A velocidade v_{cm} representa a velocidade máxima adquirida pelo centro de massa da pessoa ao terminar de executar a mecânica do pulo e seu centro de massa se deslocar um comprimento ΔS_{cm} .

Analogamente ao que fizemos no problema anterior, a força \vec{N} representa a reação da força exercida pela pessoa no solo e assim sendo, quanto maior for a intensidade da força que a pessoa aplica no solo, maior também será a intensidade

da força \vec{N} . Para que a pessoa possa exercer força sobre o solo, novamente devemos destacar os processos biológicos, como as reações bioquímicas que ocorrem nos músculos da pessoa, como fonte para produzi-la. Para conciliar a energia mecânica vislumbrada durante a ação do pulo e a energia química que é usada para exercer essa função, podemos novamente aplicar a Primeira Lei da Termodinâmica para fase inicial e final do pulo, enquanto ainda existe o contato dos pés da pessoa com o solo.

$$\Delta E_c + \Delta U_Q = \tau_P + \tau_Q + Q_Q$$

$$\frac{Mv_0^2}{2} + \Delta U_Q = -M \cdot g \cdot \Delta S_{cm} - P \cdot \Delta V_Q + T \cdot \Delta S_Q$$

$$\frac{Mv_{cm}^2}{2} + M \cdot g \cdot \Delta S_{cm} = -\Delta G \quad (5.13)$$

Ou ainda podemos expressar a relação entre a energia livre de Gibbs e a força \vec{N} , com base na equação (5.12), como sendo:

$$N \cdot \Delta S_{cm} = -\Delta G \quad (5.14)$$

Desta última equação percebe-se que novamente o pseudotrabalho realizado por uma força corresponde ao simétrico da variação da energia livre de Gibbs. Isso significa que se aumentarmos a intensidade do pseudotrabalho (particularmente o módulo da força normal) é preciso que as reações químicas que ocorrem nas células musculares liberem mais energia para executar essa atividade. Já a equação (5.13) também mostra que o aumento da energia mecânica no sistema $(\frac{Mv_{cm}^2}{2} + M \cdot g \cdot \Delta S_{cm})$ é proveniente das reações bioquímicas. A energia usada para o aumento da energia mecânica decorre da energia liberada para a realização de trabalho nas fibras musculares quando ocorrem reações bioquímicas nas células dos músculos.

5.2.3- Sugestão de abordagem de problemas envolvendo o corpo humano

Com os dois problemas abordados nesse capítulo queremos ensinar para os estudantes o “caminho” seguido pela energia desde a sua fase “produção”, através das reações bioquímicas que ocorrem nas células musculares, até a sua manifestação por meio da energia cinética de translação do centro de massa do corpo humano. Para obter a relação entre a energia mecânica para realizar as duas atividades nos problemas anteriores e a energia química liberadas nas reações, usamos os conceitos que foram discutidos ao logo deste trabalho, tais como a Primeira Lei da Termodinâmica e o pseudotrabalho. Com base nesses conceitos e na metodologia aplicada nos dois últimos problemas, outros problemas similares podem ser propostos pelos professores em sala de aula com o propósito de explorar ainda mais as transformações energéticas. Nesse contexto, um outro problema que pode ser tratado em sala de aula é a de uma pessoa que caminha ou corre. Ao discutir as questões energéticas que envolvem o problema de uma pessoa que caminha ou corre, novamente é importante direcionar a atenção do estudante para o fato de que o corpo humano possui uma fonte de energia interna. Se a pessoa caminha em regime estacionário, ou seja, não há variação de energia cinética do seu centro de massa, então isso significa que existe um equilíbrio entre a energia liberada nas reações bioquímicas e o aproveitamento dessa energia pelos músculos para manter a energia cinética constante. Já no caso de um corredor que acelera durante uma corrida, a energia cinética do seu centro de massa aumenta gradativamente e para compensar esse ganho energético é preciso disponibilizar mais energia através das reações bioquímicas ($\Delta E_c^{cm} = -\Delta G$). Importante salientar que toda energia química é fruto da quebra do ATP pela miosina nas células musculares. Quanto maior for a variação de energia cinética no centro de massa no corredor, maior também deverá ser a intensidade em que as células musculares quebram o ATP formando ADP e fosfato. Durante essa etapa também é necessário que o corpo humano forme ATP mais rapidamente. Para isso entra o processo de respiração celular para repor o ATP durante a corrida. Para o caso da energia cinética diminuir ao longo da corrida, então a Primeira Lei da Termodinâmica nos conduz a outro raciocínio. A redução de energia cinética na etapa de desaceleração indica essa energia é convertida em energia térmica. O corpo humano é regulado para manter a temperatura constante e para isso

está continuamente emitindo calor. Quando a energia cinética é convertida em térmica isso significa que esse acréscimo de energia também será dissipado pelo corpo humano para o ambiente na forma de calor.

6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho foi preparado e planejado com o foco de transpor a metodologia usual nas instituições de Ensino Médio em relação à abordagem do tema energia. Hoje, sabemos que a concepção de energia é imprescindível para que possamos ter consciência dos gastos dos recursos energéticos produzidos em nossa sociedade. É pensando nisso que durante o Ensino Médio devemos preparar os estudantes para poder questionar a realidade que os cercam. Por outro lado, sabemos que as instituições de ensino e os professores possuem certos receios ou por vezes são conservadores, ou seja, permanecem com a mesma didática, estrutura de formular o conteúdo e aplicar o currículo de Física durante anos. A constatação dessa afirmação pode ser vista nesse trabalho ao desenrolar do terceiro capítulo quando analisamos a metodologia empregada por livros didáticos para ensinar os conceitos de trabalho e energia. Naquela ocasião percebemos que livros recentes como *Física, Contexto & Aplicações* [Máximo 2014] e mais antigos como *Física Fundamental* [Bonjorno 1999] apesar do intervalo de 15 anos, apresentam metodologias similares ao abordar os conceitos de energia, trabalho e o Teorema da Energia Cinética.

Ainda no desenrolar do terceiro capítulo apresentamos uma problemática que está se tornando frequente no âmbito escolar. Estamos nos referindo à questão de trabalhar com problemas do cotidiano dos estudantes, prática que defendemos como fundamental de acordo com a nossa proposta pedagógica, mas que por vezes falta diversificar o conhecimento abordado em sala para que contemple de forma correta esses problemas. Apresentamos ainda no terceiro capítulo uma questão do ENEM que visa trabalhar com a contextualização, porém a abordagem física, como a aplicação do Teorema da Energia Cinética para tentar resolvê-la se torna inadequada, pois a questão contempla conhecimentos que vão além dos conteúdos tradicionais ensinados sobre energia no Ensino Médio.

Constatamos ainda, por meio de um questionário que serviu de uma avaliação preditiva, a interpretação física dos estudantes para a questão do ENEM. Através desse questionário pudemos fazer reflexões importantes, entre as quais percebemos que grande parte dos estudantes acreditavam que forças dispersivas como o atrito poderiam realizar trabalho e assim aumentariam a energia de movimento do corredor. Outro fator curioso observado na aplicação do questionário e que chamou a atenção

é que a metodologia convencional do ensino de Física faz com que os alunos se acostumem aos mesmos padrões de respostas. Em outras palavras, durante a discussão do questionário foi notado que muitos estudantes demoraram para perceber que a energia cinética para o atleta se movimentar provinha de conversões energéticas internas. Acreditamos que a constante repetição de exercícios que trabalham com os mesmos conceitos fez obscurecer a visão dos estudantes sobre a questão.

O questionário que foi aplicado para estudantes do segundo e terceiro anos do Ensino Médio também comprovou a necessidade de aprofundar e aperfeiçoar a concepção de energia. Para modificar a interpretação equivocada dos estudantes logo após o questionário e em aulas subsequentes apresentamos de modo complementar a concepção de trabalho de forças internas e o Teorema do Pseudotrabalho. Entretanto, antes de desenvolver estes conceitos, foi preciso reavivar a Primeira Lei da Termodinâmica, pois, conforme discutimos no terceiro capítulo, essa lei é a que melhor contempla a concepção de energia no que diz a respeito às conversões de energia entre agentes externos e as modificações que ocorrem no sistema. Após trabalhar com os estudantes a Primeira Lei da Termodinâmica, retornamos ao nosso objetivo de trabalhar os conceitos novos e para isso seguimos a metodologia apresentada no quarto capítulo.

Outro ponto importante foi fazer os estudantes compreenderem que os conhecimentos sobre energia que tinham visto na Mecânica até então somente eram válidos para partícula e que para a abordagem de sistemas deformáveis (maioria dos fenômenos cotidianos) era necessário ampliar esses conceitos. Sendo assim, definimos o que seria o pseudotrabalho e apresentamos o Teorema do Centro de Massa como alternativo ao Teorema da Energia Cinética. Para tratar desses conceitos trabalhamos com os quatro problemas que foram propostos na seção 4.3 do quarto capítulo.

Ainda com a intenção de aperfeiçoar os conceitos de forças internas, pseudotrabalho e principalmente para verificar o uso do Teorema do Centro de Massa como substituto do Teorema da Energia Cinética para sistemas com grau de liberdade ou que sofrem deformações, sugerimos como abordagem complementar o experimento proposto na seção 4.4. Nesse experimento nos colocamos inicialmente no referencial do estudante e usamos sem sucesso o Teorema da Energia Cinética

para prever a energia do sistema. Em paralelo ao uso do Teorema da Energia Cinética, usamos o Teorema do Pseudotrabalho como maneira de determinar a energia do sistema. Com o auxílio de um analisador de vídeos (Tracker) pudemos coletar dados que foram necessários para aplicação dos dois teoremas. Concluímos que o Teorema do Pseudotrabalho é mais eficiente para o fenômeno retratado no experimento.

Por fim, ressaltamos que a parte histórica proposta ao longo do segundo capítulo também foi abordada com os estudantes. A percepção que tivemos ao traçar a evolução histórica da concepção de energia é que alunos que sentiam desestimulados ou desinteressados com a Física se tornaram mais atentos e curiosos em relação aos fatos históricos. Importante destacar que todo aprendizado começa com a ação do estudante e que ao trazer essa abordagem para sala de aula verificamos estudantes mais preocupados e interativos com o conhecimento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Arons 1989] A. B. Arons, *The Physics Teacher* 27, 506 (1989).
- [Artuso e Wrublewski 2013] A. R. Artuso e M. Wrublewski, *Física*, Volume 1, Editora Positivo, 2013.
- [Barbosa e Borges 2006] J. P. Barbosa e A. T. Borges, *Cad. Bras. Ens. Fís.* 23, 182 (2006).
- [Bonjorno e Clinton 1999] J. R. Bonjorno, R. A. Bonjorno, V. Bonjorno e Clinton M. Ramos, *Física Fundamental – Volume Único*, Editora FTD, 1999.
- [Brito 2011] R. Brito, *Fundamentos de Mecânica*, Editora Vestseller, 2011.
- [Currículo Mínimo: Física 2012] RIO DE JANEIRO. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria de Estado de Educação. *Currículo Mínimo 2012: Física*. Rio de Janeiro, 2012. Disponível em: <http://www.rj.gov.br/web/seeduc/exibeconteudo?article-id=759820>, Acesso em 16 jan. 2017.
- [Dias 2001] P. M. Cardoso Dias, *Revista Brasileira de Ensino de Física* 23, 226 (2001).
- [Freire 1984] *Cartas à Guiné-Bissau: Registros de uma experiência em processo*. 4. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1984.
- [Fuke e Kazuhito 2013] L. F. Fuke e Y. Kazuhito, *Física para o Ensino Médio 1*, Editora Saraiva, 2013.
- [Gaspar 2013] A. Gaspar, *Compreendendo a Física 1*, Editora Ática, 2013.
- [Güémez, 2013] GÜÉMEZ, J.; FIOLETTI, M. From mechanics to thermodynamics - analysis of selected examples. *European Journal of Physics*, v. 34, p. 345-357, January, 2013.
- [Güémez, 2014] GÜÉMEZ, J. Thermodynamical asymmetries in whirling, jumping and walking. *European Journal of Physics*, v. 35, p. 2-10, February, 2014.
- [Helou, Gualter e Newton 2007] R. Helou Doca, Gualter J. Biscuola e Newton V. Bôas, *Tópicos de Física 1*, Editora Saraiva, 2007.
- [Jewett 2008] J. W. Jewett Jr., *The Physics Teacher* 46, 38 (2008).
- [Jewett 2008b] J. W. Jewett Jr., *The Physics Teacher* 46, 81 (2008).
- [LDB 1996] *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei 9394/96)*, de 20 de dezembro de 1996, Brasília: MEC, 1996
- [Máximo e Alvarenga 2014] A. Máximo e B. Alvarenga, *Física – Contexto e Aplicações*, Editora Scipione, 2014.

[Nicolau e Toledo 2013] Nicolau G. Ferraro e P. A. Toledo Soares, Física Básica – Volume único, Editora Atual, 2013.

[Okuno, 1986] OKUNO, Emico; CALDAS, Iberê Luiz; CHOW, Cecil. FÍSICA PARA CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E BIOMÉDICAS – São Paulo: Harbra: 1986.

[PCN 1999]; BRASIL. BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio). Brasília: MEC, 1999.

[PCN+ 2000] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio). Brasília: MEC, 2000.

[Penchina 1978] C. M. Penchina, Am. J. Phys. 46, 295 (1978).

[Ponczek 2000] R. L. Ponczek, Cad. Cat. Ens. Fis. 17, 336 (2000).

APÊNDICE A

GUIA PARA ORIENTAR PROFESSORES NA ABORDAREM OS CONCEITOS DE TRABALHO, ENERGIA E PSEUDOTRABALHO NO ENSINO MÉDIO

Este guia foi planejado para professores de Física do Ensino Médio com o objetivo de orientá-los a desenvolver uma nova abordagem dos conceitos de energia e trabalho a fim de promover um ensino mais coerente com a vivência dos estudantes e prepará-los para debater criticamente os fenômenos energéticos que os cercam.

Professor de Física do Ensino Médio, nós sabemos que os conceitos de trabalho e energia são indispensáveis aos estudantes e que são trabalhados ao longo dos três anos do ciclo escolar, entretanto, com esse guia não queremos exigir uma didática específica para tratar desses conceitos, mas sim apresentar novos conceitos e alternativas de ensino que facilitem o aprendizado do estudante.

Para sua compreensão, esse guia pretende tratar do seguinte:

- A limitação do Teorema da Energia cinética.
- Como ocorre a transferência de energia em sistemas?
- A primeira Lei da Termodinâmica como verdadeira identidade das relações de energia.
- O trabalho realizado por forças internas.
- O Teorema do Pseudotrabalho.
- Outras formas de energia: Energia química, biológica, Entalpia e Energia Livre de Gibbs.

Ressaltamos ao leitor que os tópicos acima serão abordados a seguir como forma independente, isto é, serão trabalhados em seções separadas.

A.1 – A limitação do Teorema da Energia Cinética

Após desenvolver os conceitos de trabalho e energia com os estudantes, é tradicional dos professores continuar com a metodologia de definir o Teorema da

Energia Cinética. Nesse momento é preciso ter cuidado e ciência da limitação do próprio teorema. Algumas bibliografias enunciam o teorema da seguinte forma:

“A variação de energia cinética de um corpo entre dois instantes é medida pelo trabalho da força resultante entre os instantes considerados.”

Matematicamente o enunciado acima pode ser vislumbrado como:

$$E_C - E_{C0} = \tau_R$$

$$\frac{m.V^2}{2} - \frac{m.V_0^2}{2} = F_r \cdot \Delta S. \quad (\text{A.1})$$

Em que F_r é a resultante das forças, V_0 é a velocidade inicial, V é a velocidade após percorrer o deslocamento ΔS e m é a massa.

A expressão matemática do Teorema da Energia Cinética é constantemente abordada no Ensino Médio, sendo que é típico ser demonstrado por professores através da Equação de Torricelli. O desenvolvimento feito é:

$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

$$\frac{m}{2}(V^2) = (V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S) \cdot \frac{m}{2}$$

$$\frac{m.V^2}{2} = \frac{m.V_0^2}{2} + m \cdot a \cdot \Delta S$$

$$\frac{m.V^2}{2} - \frac{m.V_0^2}{2} = F_r \cdot \Delta S.$$

Em relação a essa prática desenvolvida com os estudantes em sala de aula devemos ter cuidados, pois a forma como se conduz a abordagem do teorema pode levar a conclusões falhas, fazendo com que o teorema não possa ser aplicado.

A primeira observação que deve ser feita é que a Equação de Torricelli é válida para o caso de aceleração constante, enquanto o Teorema da Energia Cinética não se limita apenas a movimentos uniformemente variados. Logo, ao propor a demonstração a partir da equação de Torricelli estamos induzindo o estudante a limitar a aplicação do teorema a casos exclusivos de movimentos com aceleração constante.

Outro ponto a que se deve ter cuidado é em relação ao trabalho da força resultante que segundo o teorema é a responsável pela modificação da energia cinética de um corpo. A principal intenção em reproduzir o teorema conforme mostrado anteriormente é criar a ideia de que são agentes externos os responsáveis pelas modificações energéticas internas em um corpo. Ocorre que nem sempre a variação de energia interna em um corpo é fruto de um trabalho realizado por uma força externa. Para compreender melhor o quanto é delicado tratar desse assunto com os estudantes, considere a seguinte questão que foi retirada da prova do ENEM no vestibular de 2015:

(ENEM-2015) Uma análise criteriosa do desempenho de Usain Bolt na quebra do recorde mundial dos 100 metros rasos mostrou que, apesar de ser o último dos corredores a reagir ao tiro e iniciar a corrida, seus primeiros 30 metros foram mais velozes já feitos em um recorde mundial, cruzando essa marca em 3,78 segundos. Até se colocar o corpo reto, foram 13 passadas, mostrando sua potência durante a aceleração, o momento mais importante da corrida. Ao final desse percurso, Bolt havia atingido a velocidade máxima de 12 m/s.

Supondo que a massa do corredor seja igual a 90kg, o trabalho total realizado nas 13 primeiras passadas é mais próximo de:

A) $5,4 \times 10^2$ J B) $6,5 \times 10^3$ J C) $8,6 \times 10^3$ J D) $1,3 \times 10^4$ J E) $3,2 \times 10^4$ J

De acordo com o gabarito oficial do ENEM a questão deve ser resolvida a partir do Teorema da Energia Cinética. Ao aplicar o teorema na questão encontramos:

$$\tau_{\text{Resultante}} = \Delta E_{\text{Cinética}}$$

$$\tau_R = E_C - E_{C0}$$

$$\tau_R = \frac{m.V^2}{2} - \frac{m.V_0^2}{2}$$

$$\tau_R = \frac{90.12^2}{2} - \frac{90.0^2}{2}$$

$$\tau_R = \frac{90.144}{2} - 0$$

$$\tau_R = 6480 J$$

$$\tau_R = 6,5 \times 10^3 J$$

Note que o objetivo da questão do ENEM é usar o contexto, mas, no entanto, não aborda o fenômeno físico de forma adequada. No caso da questão enunciada e seu desenvolvimento, percebe-se o vício do emprego do Teorema da Energia Cinética sem perceber a sua real extensão.

Observe que a questão pede o trabalho total, mas no enunciado não são citadas as forças que agem sob o atleta durante a fase de corrida. A princípio, um estudante pode citar que as forças externas que atuam sobre o atleta são: Peso, Normal, Atrito e Resistência do ar, mas note que nenhuma delas realiza trabalho. Certamente um dos erros mais frequentes nesse vestibular e outros problemas similares é considerar que a força de Atrito realiza trabalho e seja a responsável pela variação de energia cinética. Contudo nesses mesmos problemas devemos observar que o ponto de aplicação da força não realiza deslocamento e por consequência não há como realizar trabalho. Logo, se o atrito não é o responsável por “dar” energia ao atleta, então como podemos explicar a variação de energia cinética?

A incoerência retratada no exercício decorre da aplicação equivocada do Teorema da Energia Cinética, que não pode ser usado em casos particulares de fenômenos físicos. No caso do Bolt existe a particularidade de ele possuir grau de liberdade e sua energia de movimento poder ser explicada através de transformações energéticas que ocorrem internamente no seu corpo. Dessa maneira, perceba que é o trabalho realizado por forças internas de Bolt que promovem a variação de energia cinética do centro de massa do atleta, mas note também que parte do trabalho realizado por essas forças promovem a variação da energia cinética das demais partes constituintes de Bolt (braços e pernas, por exemplo). Em outras palavras,

podemos resumir que o Teorema da Energia Cinética não pode ser aplicado neste fenômeno, pois o trabalho total é exclusivamente devido a forças internas (não mensuráveis na questão) e estas causam uma variação de energia cinética total no atleta (centro de massa + partes móveis).

A questão do ENEM centrada em um fenômeno cotidiano deve realçar o questionamento do leitor sobre quando devemos ou não devemos aplicar o Teorema da Energia Cinética. Primeiramente devemos compreender que o teorema está limitado a ser aplicado a partículas ou corpos rígidos que podem assumir o comportamento de partículas dentro do fenômeno retratado. Isso significa que quando tratamos o fenômeno com um sistema ou corpo extenso (como o caso de Bolt) o teorema deve ser revisto e complementado.

Para que não haja falhas no processo de ensino e aprendizagem, sugerimos que antes de o professor lidar com o desenvolvimento do teorema seja feita a seguinte diferenciação dos conceitos de partículas e sistemas de partículas com a finalidade de aplicar a forma correta dos conhecimentos físicos aos fenômenos naturais do cotidiano.

- 1) Partícula:** É uma abstração feita para representar um único ente que, em virtude do fenômeno, tem dimensões desprezíveis, isto é, suas dimensões não influenciam na descrição do fenômeno. A partícula, por ser um elemento único, não interage com partes internas com o propósito de não alterar o fenômeno que será estudado.

- 2) Sistema de partículas:** Um sistema de partículas é definido como um conjunto de entes que compõe uma região e se separa do restante do universo pelas suas fronteiras. Desta forma, um sistema pode interagir com agentes externos através das bordas do espaço que compreendem, e podem interagir internamente entre as partículas que constituem o sistema.

Ao estabelecer essa diferença para o aluno, ele se torna consciente de que a dinâmica aplicada a uma partícula não é semelhante à aquela aplicada a um corpo sólido ou sistema de partículas. Ao tratar de fenômenos que envolvam sistemas é preciso modificar as leis físicas aplicadas a uma partícula.

A.2 – Como lidar com a transferência de energia em sistemas?

Após estabelecer a diferença e conceituar partículas e sistemas devemos nos preocupar em como devemos abordar as situações físicas de nosso interesse. No caso de um sistema, aconselhamos como primeiro passo para solução do problema a identificação do fenômeno dentro do fenômeno analisado e, posteriormente, a classificação dele como sistema isolado ou sistema não isolado.

Por vezes o primeiro passo pode não ser simples devido as vastas características que um sistema pode assumir. Para facilitar a compreensão do leitor e do estudante, sugerimos como exemplo as seguintes qualidades para a identificação de um sistema:

- Um único objeto;
- Dois objetos interagindo;
- Uma coleção de vários objetos interagindo;
- Um objeto deformável, tal como uma bola de borracha ou uma amostra das moléculas de um gás;
- Um objeto girando, tal como uma roda;
- Uma região do espaço, possivelmente deformável, tal como o volume de um cilindro de motor de automóvel acima do pistão.

O importante é perceber que as qualidades citadas anteriormente e usadas para identificar um sistema não são únicas, mas que são fundamentais para o estudante compreender que os sistemas podem assumir múltiplas formas de acordo com o fenômeno que se deseja analisar. Logo, um sistema pode ser, por exemplo, o corpo humano em movimento, como no caso do Bolt quando mencionamos a questão do ENEM.

Embora esteja claro que um sistema não tenha uma forma definida, suas dimensões são relevantes para os problemas que envolvem a transferência de energia. Todo sistema tem como característica o fato de possuir fronteiras cuja função é separar a região interna do meio externo. Note, com isso, que a partir da superfície escolhida para ser a fronteira que segrega as regiões, a região interna poderá se comportar de forma diferente de acordo com a sua composição. Assim, a forma como

a energia é distribuída ao ser transmitida para região interna irá depender das particularidades que cada sistema possui.

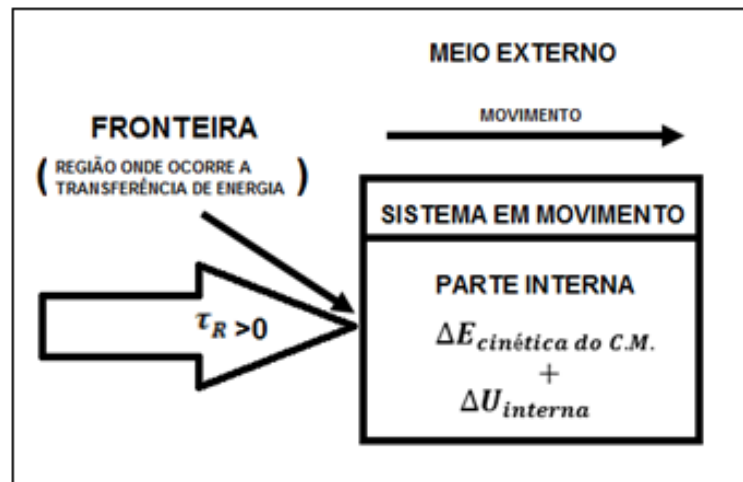
Os mecanismos que envolvem a transferência de energia entre o meio externo e a parte interna de um sistema são mais complexos de analisar se comparados ao caso de uma partícula. Ao se considerar o caso de transmissão de energia para uma partícula não é necessária a preocupação com a região interna, pois quando a energia é recebida de um agente externo na forma de trabalho, a partícula por definição não pode interagir com outras partículas. Portanto, para conservar a energia que recebeu, só resta alterar seu estado de movimento. Assim, o Teorema da Energia Cinética pode ser aplicado na forma como é convencionalmente visto, pois o trabalho realizado por uma força externa faz com que toda energia seja integralmente convertida em energia cinética para translação da partícula.

Para tratar dos processos energéticos que envolvem sistemas de partículas é preciso considerar o estado desse conjunto. Isso significa que a primeira abordagem deve ser identificar a natureza do fenômeno e assim de forma apropriada escolher os limites que separam a parte interna e o meio externo. Uma vez que o sistema tenha sido identificado, é importante determinar se o mesmo será classificado como isolado ou não isolado.

O que irá diferenciar se um sistema será classificado como isolado ou não isolado é a entrada ou saída de energia através da superfície que o delimita. No caso de sistemas isolados a principal característica é a conservação da energia dentro do sistema. Ao dizer que a energia é conservada dentro do sistema, não estamos afirmando que a mesma se mantém de forma imutável, pelo contrário, o processo é dinâmico e a energia poderá se converter em várias modalidades de modo a manter sempre a sua quantidade constante.

Nos sistemas não isolados, há passagem de energia do meio externo para o interno (ou vice-versa) fazendo com que as partículas que constituem a parte interna modifiquem o seu estado de movimento. Em outras palavras, no caso de uma força externa realizar trabalho, a energia irá fluir através da fronteira modificando a energia cinética de cada partícula que pertence à região interna. Diferentemente do caso de uma partícula, a energia recebida na forma de trabalho pelo sistema faz com que internamente cada partícula adquira energia de movimento em direções aleatórias. Importante frisar que para casos em que existem inúmeras partículas em movimento

dentro do sistema, o conveniente é tratar o fenômeno em relação ao seu centro de massa. Ao fazer isso, percebe-se do ponto de vista macroscópico que o centro de massa translada e assim qualquer observador no meio externo irá atribuir ao objeto uma energia cinética. Em contrapartida, do ponto de vista microscópico sabe-se que não é toda energia vinda do meio externo que será transformada em energia de movimento para o centro de massa. Assim, podemos concluir que nestas situações o Teorema da Energia Cinética não poderá ser aplicado e que a energia transferida para o interior do sistema será convertida em outras modalidades de energia, como, por exemplo, energia térmica ou química. Podemos compreender todo mecanismo que envolve a transferência de energia em sistema a partir da figura abaixo.



A.3 – A primeira Lei da Termodinâmica como verdadeira identidade das relações de energia

Um outro ponto que deve ser esclarecido com o propósito de não comprometer o conceito de trabalho e energia é a identificação do Teorema da Energia Cinética como uma expressão que não é essencialmente uma verdadeira identidade das relações de energia.

O Teorema da Energia Cinética pode ser desenvolvido de modo mais geral e sem limitá-lo ao caso clássico do movimento uniformemente variado a partir da Segunda Lei de Newton. Para vislumbrar esse desenvolvimento podemos considerar o movimento unidimensional de uma partícula na direção do eixo x , que sofre a ação

de uma força $F_{(x)}$ entre os intervalos x_1 e x_2 . Nesta situação, podemos calcular o trabalho da seguinte forma:

$$\tau_r = \int_{x_1}^{x_2} F_{(x)} dx. \quad (\text{A.2})$$

Caso a força $F_{(x)}$ seja a resultante das forças que atuam sobre a partícula, podemos escrever a Segunda Lei de Newton como:

$$F_{(x)} = m \cdot a = m \frac{dv}{dt}. \quad (\text{A.3})$$

Substituindo o valor da força na equação do trabalho pela Segunda Lei de Newton teremos:

$$\begin{aligned} \tau_r &= \int_{x_1}^{x_2} F_{(x)} dx \\ \tau_r &= \int_{x_1}^{x_2} m \frac{dx}{dt} dv. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Como $v = \frac{dx}{dt}$, teremos:

$$\begin{aligned} \tau_r &= \int_{v_1}^{v_2} m v dv = m \int_{v_1}^{v_2} v dv \\ \tau_r &= \frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{m \cdot v_1^2}{2} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\tau_r = \Delta E_c.$$

É importante o leitor observar que apesar de o desenvolvimento estabelecer um vínculo entre a energia cinética e trabalho por meio de equações dinâmicas, não se pode cometer o equívoco de aplicar o teorema sem alguns cuidados com as suas restrições. A forma como o teorema foi elaborado a partir de equações da dinâmica

terá sempre aplicabilidade a corpos que possam se comportar como partículas durante o fenômeno, e assim sua aplicação a sistemas não poderá ser feita.

A razão pela qual existem restrições ao seu uso decorre primeiramente das premissas estabelecidas para sua dedução. Ao tratar o desenvolvimento a partir da proposição da força resultante, perde-se a informação da atuação das forças no fenômeno. Pela definição de força resultante, entende-se que é um modelo físico em que as forças atuantes num sistema são substituídas por uma única que cause os mesmos efeitos. Contudo, ao se generalizar todas as forças do sistema a uma única para calcular o trabalho, implicitamente é perdida a informação sobre o deslocamento de cada força. Ocorre que por vezes não é trivial mensurar o deslocamento criado por uma força, o que torna difícil o cálculo do trabalho. Em sistemas, por exemplo, que possam sofrer deformações por ações de forças externas, não é garantido que o deslocamento produzido pela força seja igual ao deslocamento do centro de massa do sistema, entretanto a variação de energia cinética sofrida pelo centro de massa requer informações sobre o deslocamento do centro de massa.

O segundo problema que o leitor precisa se ater é que a expressão que relaciona trabalho e energia não pode ser deduzida a partir da dinâmica. Ao trocar a ênfase do fenômeno e vislumbrá-lo como um sistema é necessário reconhecê-lo não mais pelos conhecimentos da dinâmica, mas sim aplicar as leis da termodinâmica.

Quando se propõe analisar a transferência de energia em objetos ou sistemas em que suas partes podem interagir internamente, é necessário introduzir o conceito de energia interna. A partir de definições apropriadas de trabalho e energia interna é possível articular a Primeira Lei da Termodinâmica e chegar ao Princípio da Energia Cinética.

Importante salientar que o estado de um objeto ou sistema pode sofrer transformações de acordo com alterações internas que são medidas pelo valor de suas variáveis intrínsecas, chamadas de variáveis de estado. Dessa forma, ao estudar a evolução de um sistema, é importante conhecer grandezas como a temperatura, pressão, volume, densidade, composição, organização no campo gravitacional, polarização magnética e elétrica. Toda alteração que ocorre nas variáveis de estado indica um processo de transformação que está alterando a energia interna do sistema.

Ao trabalhar casos mais simples de sistemas, como o modelo do gás ideal ensinado no Ensino Médio, o estudante toma conhecimento de que a energia interna

do gás é função da temperatura. Isso significa que todo processo que altere a temperatura provocará mudança na energia interna. Para exemplificar, considere o caso de compressão volumétrica de um gás em recipiente numa transformação isobárica. Neste exemplo, o professor quer ensinar ao aluno que a redução do espaço onde o gás está contido facilita o aumento da agitação térmica e isso por sua vez faz elevar a temperatura e modificar a energia interna no sistema. Um detalhe sutil nesse caso é que a energia transmitida para o interior do sistema é fruto de um agente externo.

Do ponto de vista conceitual, é essencial perceber que existe um vínculo dinâmico entre essas partes, e que além disso se pode medir a quantidade de energia trocada pelo meio externo e recebida pelo interior do sistema. Em outras palavras, o vínculo estabelece uma relação direta entre as duas regiões, isto é, toda energia que entra no sistema por meio de trabalho é convertida em energia interna. Assim, concluímos que há conservação entre a quantidade fornecida por meio de trabalho e armazenada no sistema como energia interna. É a partir dessa sequência de raciocínios que obtivemos a ideia primitiva de conservação da energia (enunciada como Primeira Lei da Termodinâmica). Assimilada a ideia de conservação, pode-se também fazer o estudante entender que para o estado de equilíbrio de um gás, o mesmo não pode sofrer transformações energéticas repentinas a fim de aumentar ou diminuir a energia interna sem o auxílio de agentes externos. É importante ressaltar também que no caso específico da compressão do gás, a energia entra no sistema através de trabalho (não é necessariamente o único meio) realizado sobre o sistema e que esse trabalho transfere tanta energia ao sistema quanto for a variação de volume (compressão de volume) sofrida a partir de uma força aplicada. Por último, perceba que todo raciocínio discutido nesse parágrafo a respeito das transformações energéticas envolvendo o gás, envolve a peculiaridade de não poder ser deduzido matematicamente, mas pode ser abordado e explicado por induções através da observação direta do fenômeno.

Se no exemplo anterior houvesse a troca do modelo gasoso por um objeto que pudesse sofrer deformações (compressão ou expansão) seria intuitivo pensar em um desenvolvimento semelhante. Apesar do caso retratado pelo gás reproduzir modelo mais simples para análise de sistemas, pode-se de forma análoga obter resultados satisfatórios em relação a corpos que sofram qualquer tipo de deformação. Se por

hipótese um corpo com características de sistema sofre a ação de uma força cujo objetivo é comprimir (“esmagar”) o objeto, então é esperado que esta força deforme a região que distingue as partes interna e externa. Em outras palavras, a deformação efetuada comprime a superfície, obrigando-a a adentrar no sistema, e assim por consequência, diminuir o volume interno.

Semelhantemente ao modelo do gás ideal, é razoável afirmar que com a redução do espaço interno, a agitação térmica aumente, e logo aumente também a energia interna. A diferença entre as duas proposições, é que na última a variação da energia interna precisa ser interpretada como a soma de todas as modalidades de energia que estão presentes no interior do sistema. Como estamos tratando de um sistema mais complexo do que em relação ao modelo do gás ideal, devemos perceber que as características intrínsecas ao sistema afetam a evolução (comportamento) do mesmo. Conforme dito anteriormente, existem grandezas de estado, além da temperatura, que são necessárias para analisar a evolução do sistema. Dentre essas grandezas, pode-se destacar a composição do sistema como fundamental para determinar sua evolução. Diversos materiais de composições distintas, ao serem esmagados por uma força de mesma intensidade, não irão causar transformações energéticas iguais no sistema. Materiais que são mais resistentes sofrem menor variação volumétrica e, portanto, a energia transmitida para o interior do sistema e convertida em energia interna é menor do que em comparação a materiais menos resistentes. Além disso, por se tratarem de sistemas com composições diferentes, a forma e a organização interna do mesmo, faz com que a energia transmitida pelo agente externo seja recebida e partilhada de forma diferente em cada sistema.

Ainda em relação ao exemplo anterior, tem-se num caso mais notório que a força feita com o objetivo de pressionar o objeto possa forçar o mesmo a se deformar e entrar em movimento. Nesse caso, a interpretação do fenômeno é semelhante à descrita na seção anterior quando discutimos sobre sistemas. Sendo assim, é correto afirmar que a energia cinética que o objeto adquiriu para se movimentar é uma das parcelas da energia que foi partilhada no interior do sistema a partir do trabalho realizado pela força externa. O trabalho realizado pela força contribui para a variação de energia cinética total do sistema de partículas, ou seja, isso significa que por se tratar de um sistema composto internamente de inúmeras partículas, devemos interpretar o fenômeno em relação ao seu centro de massa. Com base nos

conhecimentos de Mecânica que discutem os movimentos relativos, temos que no referencial do observador a energia cinética total do objeto será a soma da energia cinética relativa ao centro de massa (que o próprio observador enxerga o objeto se deslocar) com a energia cinética das partículas no seu movimento relativo ao centro de massa. Logo, é incorreto afirmar que a energia cinética do centro de massa, com a qual um observador vê o objeto se deslocar, é igual em quantidade à energia que foi transferida por trabalho.

Para outros casos de sistemas, é importante salientar que transferência de energia por meio de trabalho não é o único mecanismo de compartilhar energia entre as regiões externa e interna. A energia pode fluir entre as fronteiras que separam as duas regiões também através da transferência de calor. Calor e trabalho não são variáveis de estado de um sistema, mas são grandezas que as alteram e conseqüentemente mudam sua energia interna. No caso específico do calor isso ocorre, por exemplo, quando há diferença de temperatura entre as duas regiões separadas pela fronteira. O calor é transferido sempre entre duas regiões em que há diferença de temperatura. Neste caso, o calor fluirá da região de maior temperatura para a de menor temperatura. Sendo assim, se consideramos que existe diferença de temperatura entre a parte interna e o ambiente externo, isso significa que a energia entrará ou sairá do sistema por meio de calor, e conseqüentemente fará com que a temperatura aumente ou diminua a fim de se chegar ao equilíbrio térmico. Em decorrência da variação da temperatura que ocorre no sistema devido à troca de calor, temos que a energia interna também se modificará. Ressalta-se que na maioria dos exercícios de mecânica as transformações são adiabáticas e, sendo assim, não há transferência de energia na forma de calor.

Para facilitar a compreensão e exemplificar o que foi dito, considere um bloco que é empurrado por meio de uma força de módulo F num plano horizontal com atrito, cujo módulo vale F_{at} . Considerando os deslocamentos relativos ao centro de massa, ao aplicar o Teorema da Energia Cinética tem-se:

$$(F - F_{at}) \cdot \Delta S_{cm} = \Delta \left(\frac{m \cdot v_{cm}^2}{2} \right). \quad (A.6)$$

Note que se em certo momento modularmos a força que empurra o bloco de modo que essa se iguale à força de atrito, teremos um trabalho total nulo, mas ainda

assim existirá movimento e energia cinética. Para que o bloco se mantenha sempre com a mesma velocidade (e assim sempre com a mesma energia cinética) é necessário que a força que empurra o bloco não pare de agir, e tenha intensidade sempre igual à força de atrito. Neste ponto, fica evidente que a força de módulo F realiza trabalho, e que essa quantia é convertida em energia cinética, mas o que acontece com a quantidade $F_{at} \cdot \Delta S_{cm}$?

A quantidade $F_{at} \cdot \Delta S_{cm}$ não satisfaz a definição de trabalho, segundo a termodinâmica, porque a força de atrito que atua sobre a base do bloco não sofre um deslocamento ΔS_{cm} , mas sofre deslocamentos que não existem meios de se saber. Logo, o leitor pode concluir que a equação (A.6) não corresponde a uma identidade energética válida, embora seja uma relação dinâmica correta.

Neste momento queremos chamar a atenção para a abordagem apropriada desses fenômenos que deve ser feita a partir da 1ª Lei da Termodinâmica. Para tratar desse sistema devemos primeiramente identificá-lo como o conjunto formado pelo bloco e o plano. Posterior a isso podemos empregar a 1ª Lei da Termodinâmica:

$$\Delta U = Q + \tau. \quad (\text{A.7})$$

No nosso fenômeno podemos considerar que durante o processo não haja transferência de calor (processo adiabático, $Q = 0$) e que toda modificação energética no sistema seja fruto do trabalho realizado pela força de módulo F . A quantidade de energia transferida para o sistema devido ao trabalho desta força é dada por $\tau = F \cdot \Delta S_{cm}$ e seu recebimento muda duas componentes energéticas do sistema. Uma delas é a energia térmica interna denotada por ΔU_t e a outra é a energia cinética denotada por ΔE_c . Logo, se pode reescrever a Primeira Lei da Termodinâmica da seguinte forma:

$$\Delta U_t + \Delta E_c = 0 + F \cdot \Delta S_{cm}$$

Ou ainda:

$$\Delta U_t + \Delta \left(\frac{m \cdot v_{cm}^2}{2} \right) = F \cdot \Delta S_{cm}. \quad (\text{A.8})$$

Repare que a equação encontrada anteriormente se assemelha com o Teorema da Energia Cinética, sendo diferente apenas pela adição do termo ΔU_t . De fato, caso fizéssemos $\Delta U_t = 0$ então isso significaria que não existiriam mais interações internas, e o sistema passaria a ser visto como uma partícula. Logo é importante observar que o Teorema da Energia Cinética é resultado da derivação da Primeira Lei da Termodinâmica.

Ainda em relação à equação anterior, pode-se fazer a seguinte mudança a fim de evidenciar a energia interna térmica:

$$\Delta U_t = F \cdot \Delta S_{cm} - \Delta \left(\frac{m \cdot v_{cm}^2}{2} \right). \quad (\text{A.9})$$

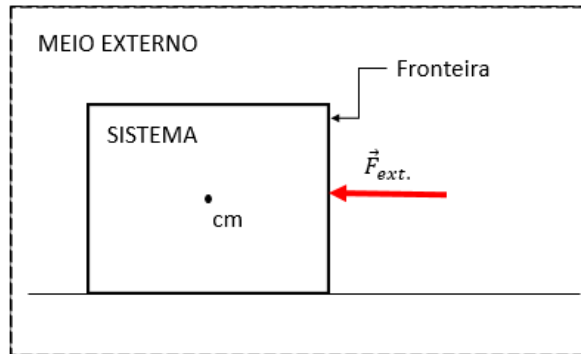
Ao colocar a equação dessa forma, é percebido que a mudança da energia térmica interna do sistema bloco e plano é igual ao trabalho realizado pela força externa F menos a variação de energia cinética do centro de massa do bloco. Se o deslocamento é feito com a velocidade constante, isto é, sem variação de energia cinética, todo trabalho realizado por F é convertido em energia térmica interna, aumentando, conforme se vê experimentalmente, a temperatura do sistema formado pelo plano e bloco.

A.4 – O Trabalho realizado por forças internas

A abordagem feita nas seções anteriores tem o objetivo de instruir o professor a tratar dos conceitos de trabalho e energia bem como o Teorema da Energia Cinética de forma mais clara e abrangente. Entretanto queremos chamar a atenção que somente compreender a limitação de tais conceitos não irá ajudar a solucionar problemas físicos do cotidiano. Para assimilar o conhecimento por inteiro é importante que o leitor se dê conta que existem outros conceitos (ferramentas) que podem ser úteis para construir um processo de ensino e aprendizado mais próximos da realidade do estudante. Um dos conceitos que podem ser debatidos em sala é em relação a forças de natureza externa ou interna ao sistema. Nesse contexto, podemos definir:

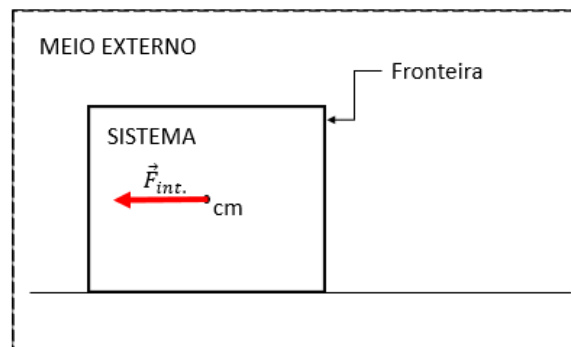
1) Forças externas

São interações feitas por corpos que estão no ambiente externo sobre o sistema, isto é, são ações feitas por corpos que se encontram do lado de fora da região delimitada pelas fronteiras do sistema.



2) Forças internas

São interações que ocorrem no ambiente interno, ou seja, são ações decorrentes de agentes (partículas) que estão localizados no lado de dentro da região delimitada pelas fronteiras do sistema.



Importante para a sequência da metodologia, é identificar no fenômeno que será estudado se há a presença de forças externas e/ou internas no sistema. Quando tomamos ciência do problema que iremos investigar e reconhecemos que ele está sujeito a ação de forças internas, então é correto presumir que estas forças possam realizar deslocamentos e conseqüentemente realizar trabalho e modificar a energia cinética do sistema. Essa percepção nos leva a retornar ao conceito de trabalho total, na forma como surge no Ensino Médio, com a finalidade de incluir o trabalho realizado por forças internas como uma parcela que contribui para o trabalho total ($\tau = \tau_{ext} +$

τ_{int}). Com base nessa premissa é oportuno reescrever a Primeira Lei da Termodinâmica, de forma que destaque o trabalho realizado por forças internas e externas no sistema:

$$\Delta U = Q + \tau,$$

$$\Delta U = Q + \tau_{ext} + \tau_{int}. \quad (\text{A.10})$$

A equação (A.10) tem grande significado físico, porque confirma que a energia de origem interna a um sistema pode não somente ser modificada por agentes externos (calor e trabalho externo), como também por trabalhos de forças internas. Para uma melhor compreensão desse conceito, considere um sistema hipotético que possa sofrer deformações e no qual podemos desprezar a transferência de energia na forma de calor entre as fronteiras que delimitam o sistema ($Q = 0$). Considere ainda que para esse sistema hipotético toda energia interna ΔU corresponda à energia cinética total do sistema (ΔE_c), ou seja, a energia que se manifesta internamente é a soma das energias cinéticas, sendo um referente ao centro de massa (ΔE_c^{cm}) e a outro referente ao movimento relativo das demais partículas que compõem o sistema em relação ao centro de massa (ΔE_c^{int}). Logo, para o fenômeno idealizado poderemos compreender o processo de transferência de energia da seguinte maneira:

$$\Delta E_c = \tau_{ext} + \tau_{int},$$

$$\Delta E_c^{cm} + \Delta E_c^{int} = \tau_{ext} + \tau_{int}. \quad (\text{A.11})$$

Importante perceber que a expressão (A.11) complementa a concepção de trabalho total explorado no Ensino Médio, visto que a partir da relação anterior percebemos que a expressão do trabalho total (lado direito da equação) é generalizada de modo a contemplar, além dos trabalhos realizados por forças externas, o produzido por forças internas também.

Note também que a generalização da equação (A.11) nos permite vislumbrar três casos especiais e distintos para a equação. Esses casos são:

$$\text{Particularidades da equação do Trabalho total } (\tau) \left\{ \begin{array}{l} 1^\circ) \Delta E_c = \tau_{ext} \\ 2^\circ) \Delta E_c = \tau_{int} \\ 3^\circ) \Delta E_c = \tau_{ext} + \tau_{int} \end{array} \right.$$

O uso de qualquer uma das três equações derivadas da equação do trabalho total irá depender das características do sistema envolvidos no problema. A primeira equação ilustrada na figura ($\Delta E_c = \tau_{ext}$) é a de mais notória compreensão, pois se trata do Teorema da Energia Cinética. Conforme já discutimos, a primeira equação somente pode ser empregada quando o tratamento para fenômeno for para o caso de uma partícula.

A segunda e a terceira equações ilustradas não são vistas durante as aulas de Física do Ensino Médio, mas julgamos importante serem abordadas, pois ao usufruir de sua compreensão muitos fenômenos físicos do dia a dia se tornam mais fáceis de serem interpretados. A característica em comum das duas equações é que devem ser empregadas quando estamos lidando com um fenômeno que é considerado um sistema. Particularmente, no caso da segunda equação podemos afirmar que seu uso estará atrelado a um sistema que possui grau de liberdade ou possui autonomia para se deformar. Para ilustrar como abordar tais tipos de sistemas, podemos retomar a questão do ENEM que foi proposta no capítulo anterior. O objetivo da questão é encontrar o trabalho total, e para isso o enunciado induz o seu cálculo a partir da aplicação do Teorema da Energia Cinética. Note que conforme mencionamos no outro parágrafo, o sistema composto por Usain Bolt tem autonomia de movimento, e por isso podemos entender que toda energia de movimento de Bolt provém da realização de trabalho de forças internas. Usufruindo da Primeira Lei da Termodinâmica, e sabendo da existência de forças internas, podemos identificar a inconsistência na proposta da questão. Para vislumbrar essa dubiedade, podemos considerar o sistema como o atleta, e assim escrever a Primeira Lei da Termodinâmica:

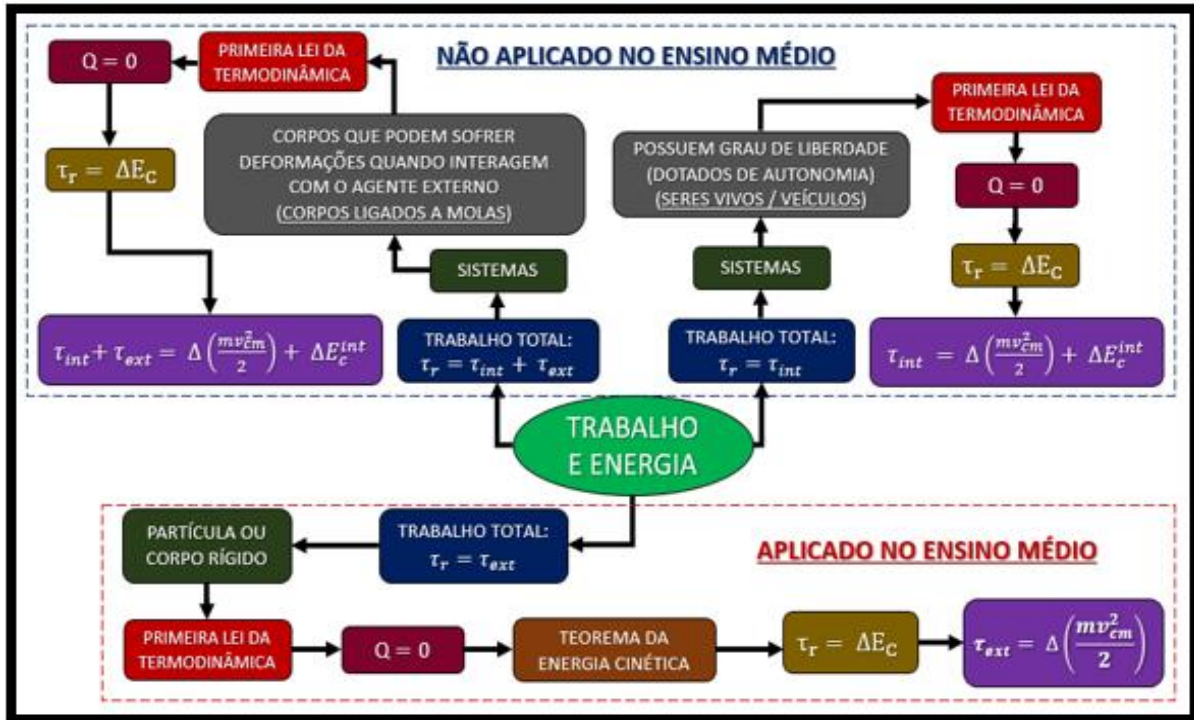
$$\Delta U = Q + \tau_{ext} + \tau_{int},$$

$$\Delta U = \tau_{int}. \tag{A.12}$$

Conforme era esperado, a variação da energia interna do sistema é consequência do trabalho realizado por forças que atuam dentro do próprio sistema. Em particular, o trabalho realizado por forças internas modificará todas as modalidades de energia que constituem a energia interna do sistema.

Para o caso da terceira equação, o seu uso está condicionado a particularidades do sistema no qual existem trabalhos sendo realizados por forças internas e externas. Diferentemente do que foi visto no último caso, a maior parte dos sistemas que recebem energia devido a trabalhos internos e externos não possuem grau de liberdade. Apesar de não possuírem autonomia para escolher como irão se movimentar, esses sistemas precisam ser deformáveis para que seja notada a presença de trabalho interno. Ao mesmo tempo, como não possuem liberdade de movimento, é preciso que agentes externos interajam com o sistema a fim de movimentá-lo, e conseqüentemente realizam trabalho. Tais sistemas não são triviais e de fácil identificação no dia a dia, mas podemos citar como ilustração um sistema composto por duas massas interligadas por uma mola. Quando uma força externa passa a agir e deslocar o sistema, percebemos que o centro de massa irá acelerar enquanto as massas irão oscilar em relação ao centro de massa devido à força elástica (força interna). Neste caso o trabalho total, composto por trabalho interno e externo, é responsável por toda a mudança na configuração, energia cinética e na energia vibracional do sistema.

Podemos sintetizar todos os conceitos que foram abordados nessa seção através de um diagrama que facilitará a compreensão e ajudará a organização de todo conhecimento proposto. Tal diagrama pode ser usado pelo professor como instrumento didático que auxilie os estudantes.



A.5 – Introduzindo o conceito do Teorema do Pseudotrabalho

Para o leitor que não está familiarizado com o Teorema do Pseudotrabalho ou Teorema do Centro de massa, podemos vislumbrá-lo a partir da integração da Segunda Lei de Newton ($\sum F_{ext} = m \cdot a_{cm}$) para um sistema de partículas em que as forças externas estão aplicadas no centro de massa.

$$\sum F_{ext} = m \cdot a_{cm} \tag{A.13}$$

Integrando ambos os lados em relação à posição do centro de massa (r_{cm}) encontraremos a seguinte relação:

$$\int \left(\sum F_{ext} \right) \cdot dr_{cm} = \int \left(m \frac{dv_{cm}}{dt} \right) \cdot dr_{cm},$$

$$\int \left(\sum F_{ext} \right) \cdot dr_{cm} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right),$$

$$\tau_{ps} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right). \quad (\text{A.14})$$

Aparentemente a equação acima (Teorema do Pseudotrabalho) se assemelha ao Teorema da Energia Cinética, contudo é necessário ter atenção aos passos que resultaram nessa equação. Para se alcançar essa relação foi feita a operação de integração em relação ao centro de massa, porém não é necessariamente verdade que o deslocamento sofrido pelo centro de massa seja igual ao deslocamento que a força produz. Essa desigualdade em relação aos deslocamentos se tornará evidente quando o sistema que está sendo estudado for classificado como deformável.

Visto que o deslocamento do centro de massa de um sistema não possui a obrigatoriedade de ser o mesmo deslocamento do ponto onde a força é aplicada, podemos concluir que o termo do lado esquerdo da equação (τ_{ps}) não pode ser definido como trabalho de uma força, e por esse motivo o identificamos como um pseudotrabalho (Teorema do Pseudotrabalho). Caso o ponto de aplicação da força tenha feito um deslocamento dr enquanto o centro de massa tenha feito um deslocamento dr_{cm} , de modo que $dr_{cm} \neq dr$, então teríamos:

$$\int (\sum F_{ext}) \cdot dr_{cm} \neq \int (\sum F_{ext}) \cdot dr,$$

$$\tau_{ps} \neq \tau_{ext},$$

pseudotrabalho \neq trabalho.

Como os deslocamentos são considerados diferentes em cada integral, conclui-se que o pseudotrabalho não é numericamente igual ao trabalho. Essa desigualdade será verdadeira para todo sistema que possa sofrer deformações ao longo de seu deslocamento. Entretanto, o pseudotrabalho poderá ser numericamente igual ao trabalho, e assim corresponderá ao Teorema da Energia Cinética, quando o deslocamento do centro de massa for igual ao do ponto de aplicação da força, ou seja, somente ocorrerá quando o fenômeno analisado tiver a característica de corpos rígidos.

Ainda em relação ao Teorema do Pseudotrabalho, é importante notar que o termo $\Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right)$ não é a energia cinética total do sistema, mas é uma forma eficaz de se medir a energia cinética do centro de massa. Logo, o Teorema do Pseudotrabalho é uma ferramenta muito útil para auxiliar o estudante a compreender (medir) a energia cinética de translação do sistema e por este motivo que o princípio também é conhecido como Teorema do Centro de Massa.

A.6 - Explorando outras formas de energia: Energia química, biológica, Entalpia e Energia Livre de Gibbs.

Outro recurso que pode ser usado pelo professor com forma de almejar a compreensão da concepção de energia dos estudantes é conciliar os conhecimentos de energia que estão incorporados na Biologia e na Química.

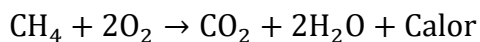
Devemos lembrar que o tema energia não é um conhecimento exclusivo da física, ou seja, o conceito de energia está incorporado em conhecimento da Biologia e da Química a qual também são importantes para compreensão de fenômenos do dia a dia, tal como as transformações energéticas que ocorrem no corpo humano.

Como forma de instruir o professor de Física a conciliar seus conhecimentos físicos sobre energia com os da Química e da Biologia, sugerimos a seguir as definições de energia química e biológica como ferramenta que auxilie na resolução de problemas.

1) O conceito de energia química

A energia química energia química pode ser compreendida como a modalidade de energia que se manifesta durante as reações químicas. Uma vez que foram estabelecidos previamente os conceitos de energia potencial e energia elétrica, então podemos conceituar a energia química como a responsável por manter o equilíbrio de coesão e existência das moléculas, pois cada molécula possui uma energia potencial (de natureza elétrica) que depende da posição relativa entre os átomos que a constituem.

Para compreender melhor esse processo vamos analisar a reação química a seguir que ocorre na queima do gás metano (CH_4).



Note que de acordo com nossa metodologia que se consideramos o sistema toda matéria envolvida na reação química, então ao fim do processo há liberação de energia na forma de calor para o meio externo (a energia só pode entrar ou sair de um sistema por meio de trabalho ou calor). A queima do metano libera uma energia equivalente a 55000 J/g, pois a quantidade de energia (química) armazenada nos reagentes ($\text{CH}_4 + 2\text{O}_2$) é maior que a necessária para manter o equilíbrio das moléculas de dióxido de carbono e água nos produtos.

Com este exemplo queremos ilustrar um processo dinâmico de transmissão de energia. Perceba que ao fim da reação (nos produtos) há liberação de energia na forma de calor. Sabemos que a energia não pode ser criada, então a energia liberada na forma de calor, é uma prova e ao mesmo tempo facilita a compreensão do estudante de que existe em cada molécula uma energia armazenada que pode se modificar a partir das reações químicas.

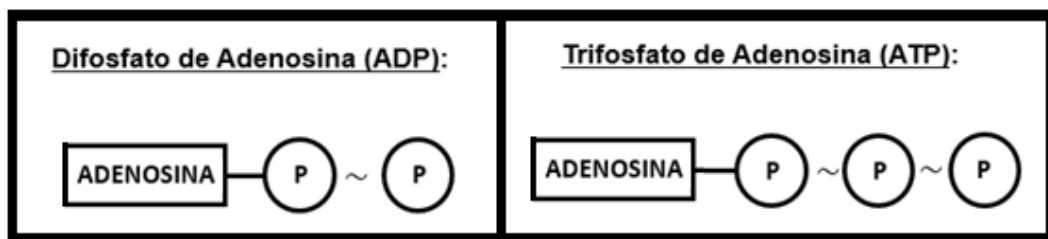
2) Energia biológica

A energia biológica possui definição idêntica à energia química, a diferença é que o emprego do conceito de energia biológica está atrelado a reações químicas que ocorrem em sistemas biológicos.

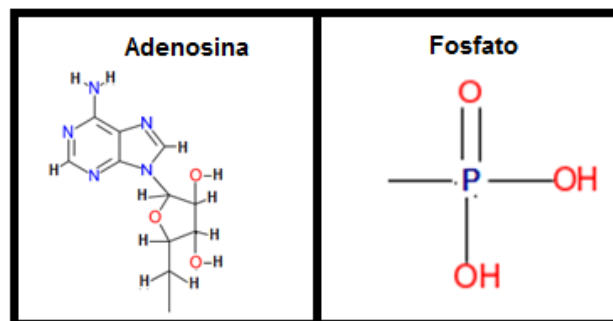
A sustentação de qualquer forma de vida depende das reações químicas que ocorrem no interior de cada Ser Vivo, pois são através delas que é possível obter energia para desempenhar as atividades motoras. A obtenção de energia para desempenhar essas atividades está atrelada ao processo metabólico na qual podemos entender de forma simplificada que há conversão de energia obtida através dos nutrientes (química) em trabalho muscular (mecânica). Cada nutriente (alimento) ingerido por um Ser Vivo é composto por inúmeras moléculas ricas em carbono (C), hidrogénio (H), oxigénio (O) e no caso das proteínas e aminoácidos, nitrogénio (N). A energia das ligações moleculares dos nutrientes é liberada quimicamente no interior das células e, em seguida, armazenada sob a forma de um composto altamente energético chamado de *Trifosfato de Adenosina* (ATP). Assim, por meio da energia

química fornecida através da quebra do ATP, cada Ser Vivo pode usufruir desta energia para gerar calor e aproveitá-la para locomoção (energia mecânica).

Para compreender mais detalhadamente o que foi descrito anteriormente, vamos analisar os processos de transferência de energia realizados através de algumas reações químicas básicas. Uma dessas reações muito importante para o nosso propósito é a reação que envolve as moléculas de *Difosfato de Adenosina* (ADP) e de *Trifosfato de Adenosina* (ATP), que são representadas da seguinte maneira:



A representação na forma estrutural da Adenosina e do grupamento fosfato são:



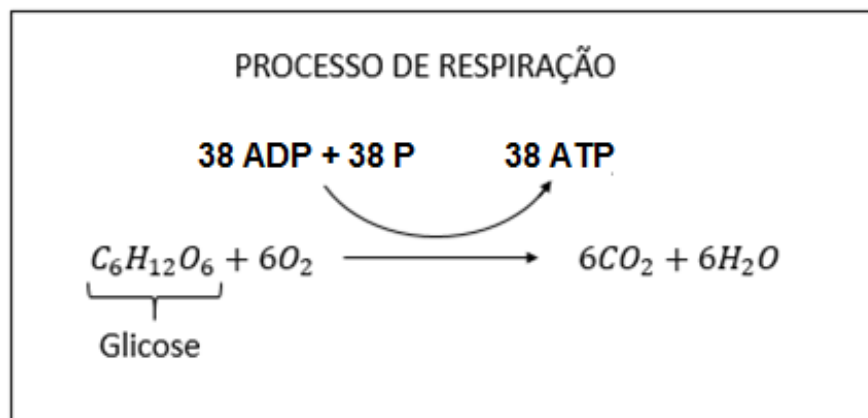
Cada ligação entre um grupamento de fosfato (P ~ P, P ~ P ~ P) consegue armazenar uma grande quantidade de energia química. Logo, é por esse motivo que essas moléculas possuem destaque no processo de transferência de energia química em sistemas biológicos. Analisando atentamente os processos químicos que ocorrem nos sistemas biológicos, as moléculas de ATP podem perder um grupamento fosfato transformando-se assim numa molécula de ADP, conforme a reação a seguir:



A reação ilustrada acima ocorre continuamente em sistemas biológicos. Para que as moléculas de ATP sejam quebradas em ADP é preciso a presença de água para que ocorra a reação de hidrólise. Após as moléculas de ATP reagirem com as moléculas de água, dá-se origem aos produtos acima ($ADP + P$). A estabilidade das moléculas de ADP e do fosfato requer uma energia potencial menor em relação às moléculas de ATP nos reagentes. Logo, o excedente da energia (67 J/g) se torna uma “energia livre” para ser aproveitada pela célula para realização de algum trabalho.

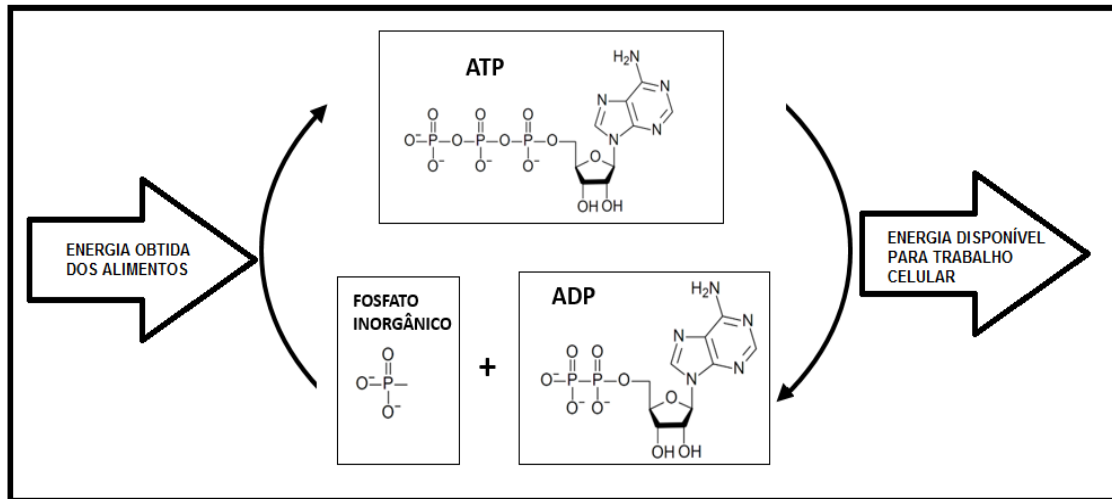
Importante também destacar outro processo relevante de conversão de energia que ocorre em sistemas biológicos fundamental para que o processo descrito anteriormente seja possível, e para o equilíbrio das quantidades de ADP e ATP.

Ocorre que a ligação da Adenosina Difosfato com o Fosfato é reversível, ou seja, isso significa que toda vez que é necessária energia para qualquer trabalho na célula, ocorre a conversão de ATP em ADP e fosfato, contudo, além desse processo há o processo reverso na qual o ADP se liga ao fosfato “recarregando” a quantidade de ATP no organismo. Para os animais e maioria dos microrganismos, a produção de ATP se deve a reação da glicose (“energia provinda dos alimentos”) com as moléculas de O_2 por intermédio do processo de respiração celular. Para vislumbrar esse processo observe o esquema a seguir:



Perceba que se a quebra de ATP em ADP e fosfato libera energia, então para formar moléculas de ATP através de moléculas de ADP e fosfato é necessário energia para que a reação ocorra. Para as moléculas de ADP e fosfato adquirirem esta energia destacamos dois processos. Primeiramente é necessário a glicose obtida no organismo através da alimentação. O segundo processo depende da respiração

celular. As moléculas de glicose ao reagirem com o gás oxigênio obtido através da respiração formam os produtos CO_2 e H_2O com liberação de energia. A energia liberada nessa reação é usada formar ATP através do ADP e do fosfato presente no organismo. A partir desse ponto todo o ciclo se repete, conforme ilustração a seguir.



3) Outras energias: Entalpia e Energia livre de Gibbs

Quando aprofundarmos a discussão sobre a transferência, conversão e uso da energia em sistemas biológicos é importante esclarecer que estamos entrando em uma área da bioquímica chamada de Bioenergética. Embora a princípio este tema seja amplo e complexo para ser tratado no ciclo escolar, ainda assim podemos usufruir de alguns conceitos da Biologia, Química e Física necessários para a compreensão bioenergética que são compartilhados no Ensino Médio através de alguns conhecimentos que pertencem ao currículo. Em outras palavras, podemos nos orientar em conhecimentos da Química e Física explorados no Ensino Médio, como por exemplo a Entalpia, Energia Livre de Gibbs e Termodinâmica, para compreender as transformações energéticas envolvendo as reações químicas que ocorrem em sistemas biológicos.

Para obtermos uma discussão mais profunda das relações energéticas nesses sistemas é preciso estabelecer também um elo entre a energia química e a Termodinâmica, ou seja, precisamos conciliar a energia que se manifesta através das reações químicas com as leis da Termodinâmica. Logo, para atingir esse objetivo

precisamos definir duas outras formas de energia que serão mais apropriadas do ponto de vista termodinâmico e químico. As formas de energia a qual nos referimos são a Entalpia e a Energia Livre de Gibbs, e podemos defini-las da seguinte forma:

- **Entalpia (H):**

Podemos definir a entalpia como uma energia característica de cada substância que se manifesta na forma de calor quando ocorrem reações químicas ($Q = \Delta H$). Em outras palavras, damos o nome de entalpia ao calor liberado ou absorvido por um sistema quando há uma transformação isobárica.

É importante salientar que assim como fazemos com a energia interna, não há como mensurar a energia em cada substância, e assim sendo é apropriado trabalharmos com a variação de entalpia (ΔH) durante a reação química. Isso significa que para nossa abordagem o ΔH representará a diferença de entalpia entre os reagentes e os produtos. Logo, como consequência dessa definição, podemos também compreender como é o fluxo de energia do sistema durante as reações químicas e o meio externo. Para isso podemos analisar as duas hipóteses ($\Delta H < 0$ e $\Delta H > 0$) possíveis para o ΔH . No caso de $\Delta H < 0$ (reação exotérmica), teremos a entalpia do produto menor que a do reagente e conseqüentemente isso significa que há liberação de energia na forma calor para o meio externo. Para se ter um exemplo, reações com $\Delta H < 0$ ocorrem continuamente no corpo humano. De fato, vimos que em sistemas biológicos ocorre continuamente a conversão da glicose até ATP. Neste processo a entalpia após a formação de ATP (produto) é menor que a existente no reagente e sendo assim a reação libera calor que será aproveitado para manter a temperatura corporal em torno de 36 graus Celsius. Já no caso de $\Delta H > 0$ as reações são chamadas de endotérmicas, pois as entalpias dos produtos são maiores que as dos reagentes. Sob essa condição há a absorção de energia do meio externo para que a reação ocorra, como por exemplo na fotossíntese.

Termodinamicamente, podemos expressar a variação de entalpia de um sistema a partir da variação da energia interna e do trabalho da seguinte forma:

$$Q = \Delta U + \tau$$

Como $Q = \Delta H$ e $\tau = P\Delta V$, então:

$$\Delta H = \Delta U + P\Delta V \quad (\text{A.15})$$

- **Energia livre de Gibbs (G):**

A energia livre de Gibbs (G), também uma grandeza física com bastante relevância na Termodinâmica, é fundamental para compreender os processos químicos que ocorrem nos seres vivos. Dentro do nosso propósito, podemos compreender a energia livre de Gibbs como a quantidade de energia que se torna disponível durante uma reação química e que será aproveitada pelo sistema para a realização de trabalho durante um processo isobárico e isotérmico. Isso significa que quando um sistema sofre uma transformação entre estados, a variação da energia livre de Gibbs (ΔG) é igual ao trabalho trocado entre o sistema e sua vizinhança.

Para a Química e a Biologia, a energia livre de Gibbs se torna relevante, pois é a partir do valor de ΔG (negativo ou positivo) que poderemos afirmar se uma reação ocorre ou não espontaneamente. Quando uma reação química é considerada espontânea, então há a realização de trabalho e conseqüentemente há a redução da energia livre de Gibbs, ou seja, $\Delta G < 0$. Neste caso, o processo também é irreversível, pois o sistema libera energia de forma que ao fim as moléculas ficarão em um nível energético menor e, portanto, mais estável. Já para $\Delta G > 0$ a reação ocorre de forma espontânea, pois para a reação se concretizar é preciso que durante a etapa dos reagentes o meio externo forneça energia extra para que o processo chegue a sua fase final.

Matematicamente, a energia livre de Gibbs pode ser medida a partir da entropia (ΔS) e entalpia (ΔH) do sistema como:

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S \quad (\text{A.16})$$

Para finalizar nossa compreensão sobre a energia livre de Gibbs, perceba que da equação anterior podemos interpretar que a energia livre de Gibbs é o saldo das energias usadas durante uma reação. A entalpia corresponde a parcela da energia que foi liberada (calor) para o meio externo enquanto a entropia representa a energia

usada para reorganização das moléculas na transformação química. A energia restante, isto é a “energia livre” dessas atribuições será usada para realização de trabalho.

APÊNDICE B

GUIA DE EXERCÍCIOS QUE ENVOLVEM OS CONCEITOS DE PSEUDOTRABALHO, ENERGIA QUÍMICA E BIOLÓGICA

Este guia de exercícios foi elaborado para que os professores de Física do Ensino Médio possam trabalhar através de problemas físicos do cotidiano conceitos como forças internas, pseudotrabalho, energia química e biológica.

Para abordar os conceitos acima selecionamos os seguintes problemas físicos:

- *Problema 1: Automóvel acelerando sem derrapagem*
- *Problema 2: Colisões inelásticas*
- *Problema 3: Homem de patins empurrando a parede*
- *Problema 4: Uma pessoa pulando*

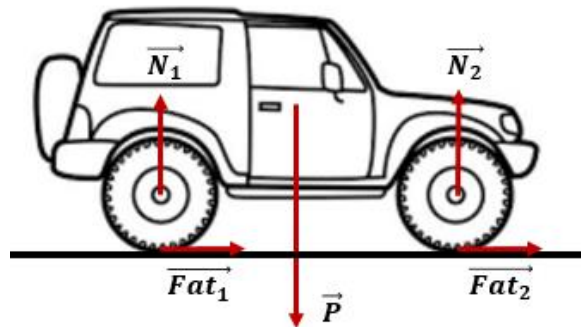
B.1- Automóvel acelerando sem derrapagem

Considere um automóvel que parte do repouso com tração nas quatro rodas e que se move aceleradamente sobre uma estrada retilínea em que a resistência do ar pode ser desprezada. Determine uma expressão que relacione a velocidade do centro de massa do automóvel em função do deslocamento e em seguida encontre uma expressão que relacione a energia cinética, a energia térmica (ΔU_t), a energia potencial química da bateria (ΔU_B) e o pseudotrabalho.

- **Solução:**

O primeiro passo que é sugerido para tratar do exercício é identificar o automóvel como um sistema de partículas com grau de liberdade. Esta primeira análise nos permite concluir que o Teorema da Energia Cinética não possa ser aplicado. Após identificarmos o automóvel como o sistema, sugerimos fazer o diagrama de forças. A partir do enunciado podemos concluir que as forças que atuam no automóvel são as

forças de atrito \vec{F}_{at_1} e \vec{F}_{at_2} , além da força Peso (\vec{P}) e das forças Normais \vec{N}_1 e \vec{N}_2 . Estas forças podem ser vistas na figura a seguir:



Como segundo passo na direção de solucionar o problema, note que ao aplicarmos a 2ª Lei de Newton encontraremos que a força resultante do sistema terá intensidade $F_r = 2F_{at_1} + 2F_{at_2}$ mas que as forças de atrito \vec{F}_{at_1} e \vec{F}_{at_2} não realizam trabalhos uma vez que o ponto de aplicação das forças não é deslocado (se não ocorrer derrapagens).

Apesar de não podermos aplicar o Teorema da Energia Cinética por se tratar de um sistema, podemos substituí-lo pelo Teorema do Centro de Massa e assim encontraremos uma expressão que relacione a velocidade de translação do centro de massa com a intensidade das forças Atrito. Assim sendo:

$$\tau_{ps} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right),$$

$$(2F_{at_1} + 2F_{at_2}) \cdot d_{cm} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right)$$

$$v_{cm} = 2 \sqrt{\frac{d_{cm} \cdot (F_{at_1} + F_{at_2})}{m}}$$

A partir do que foi demonstrado é importante frisar que como não há trabalho real sendo feito por forças externas a fim de modificar a energia cinética do automóvel, é compreensível que a sua energia de movimento seja decorrente de transformações

energéticas que ocorrem devido à engenharia do veículo. Por outro lado, devemos lembrar também que o termo $\Delta\left(\frac{mv_{cm}^2}{2}\right)$ não representa a energia total do sistema, mas somente a parcela referente à energia cinética do centro de massa.

Para encontrar as relações energéticas que ocorrem no sistema e pedidas no enunciado do problema, vamos supor que o automóvel seja elétrico para evitar complicações com entrada e saída de gases no sistema. Feita esta consideração, devemos aplicar a 1ª Lei da Termodinâmica para poder compreender as relações energéticas e evidenciar que seu movimento provém de fatores internos. Logo:

$$Q + \tau = \Delta U,$$

$$Q + 0 = \Delta\left(\frac{mv_{cm}^2}{2}\right) + \Delta E_c^{int} + \Delta U_t + \Delta U_B,$$

$$Q = (2F_{at_1} + 2F_{at_2}) \cdot d_{cm} + \Delta E_c^{int} + \Delta U_t + \Delta U_B,$$

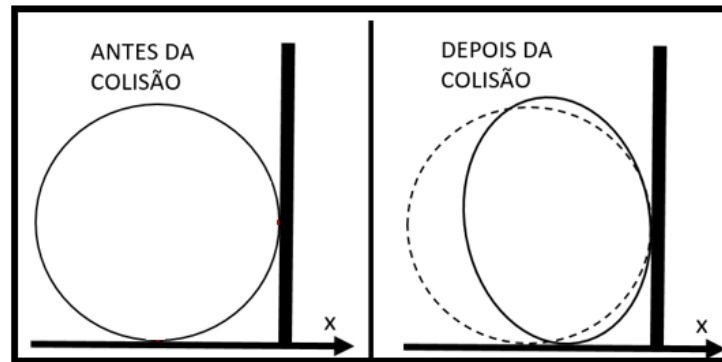
$$Q - (2F_{at_1} + 2F_{at_2}) \cdot d_{cm} = \Delta E_c^{int} + \Delta U_t + \Delta U_B,$$

$Q - \tau_{ps} = \Delta E_c^{int} + \Delta U_t + \Delta U_B$
--

Assim fechamos o exercício e pudemos verificar a importância do uso da 1ª Lei da Termodinâmica e do Teorema do Pseudotrabalho na solução de exercícios.

B.2- Problema 2: Colisões inelásticas

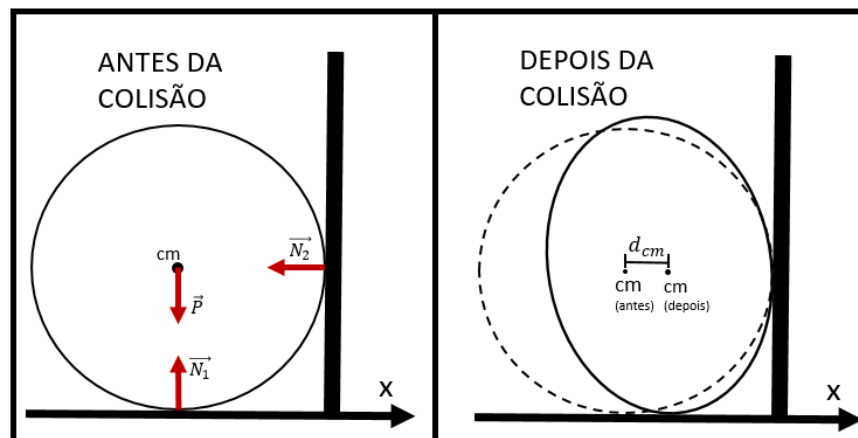
A figura a seguir ilustra uma bola de massa m e velocidade v_0 que se choca inelasticamente com uma parede vertical e adere a ela posteriormente.



A partir do fenômeno reproduzido, encontre uma expressão para medir a força média de impacto entre a bola e a parede sabendo que durante a colisão o centro de massa se deslocou d_{cm} . Explique também, usando a 1ª Lei da Termodinâmica, o que aconteceu com a energia cinética que a bola possuía.

- **Solução:**

Novamente temos um problema envolvendo um sistema (bola). A bola nesse exercício pode ser considerada um sistema deformável e por essa razão não podemos aplicar o Teorema da Energia Cinética. Sugerimos então a identificação das forças e o desenho do diagrama de forças a fim de compreender a física do problema. As forças que atuam na bola durante a colisão são \vec{P} , \vec{N}_1 e \vec{N}_2 . Essas forças são respectivamente a força Peso, força de contato com solo e a força (média) de contato com a parede durante o choque.



Observe que a partir do diagrama de forças temos que \vec{P} e \vec{N}_1 se anulam e que a força resultante no sistema durante o intervalo de tempo que dura a colisão corresponde a \vec{N}_2 ($F_r = N_2$). Note que durante o choque o ponto de aplicação da força \vec{N}_2 não realiza deslocamento e como consequência não realiza trabalho.

Embora não haja trabalho realizado por forças externas, a bola ao chocar-se com a parede sofre desaceleração e conseqüentemente deformação, em virtude da força aplicada pela parede. Logo temos que \vec{N}_2 é a resultante das forças que agem no sistema e poderemos escrever o Teorema do Pseudotrabalho da seguinte maneira:

$$-N_2 \cdot d_{cm} = \Delta E_c^{cm} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right),$$

$$-N_2 \cdot d_{cm} = 0 - \frac{mv_{0cm}^2}{2},$$

$$N_2 \cdot d_{cm} = \frac{mv_{0cm}^2}{2}.$$

Logo podemos concluir que a força média de impacto da bola com a parede é:

$$N_2 = \frac{mv_{0cm}^2}{2 \cdot d_{cm}}$$

Para explicar o que ocorre com a energia cinética do sistema podemos aplicar a 1ª Lei da Termodinâmica de forma a contemplar as particularidades do fenômeno reproduzido. Logo:

$$\Delta U = Q + \tau,$$

$$\Delta E_c^{cm} + \Delta E_c^{int} + \Delta U_t = 0,$$

$$\Delta E_c + \Delta U_t = 0,$$

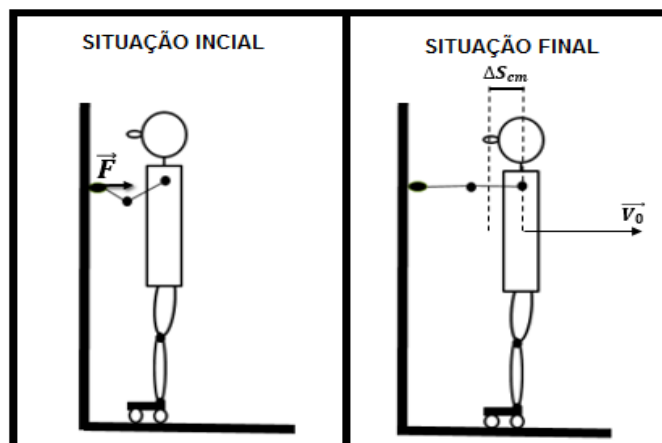
$$\Delta E_c = - \Delta U_t.$$

A respeito da demonstração feita anteriormente, percebemos que por consequência de não existir transferência de energia entre as regiões internas e externas, as modificações que ocorrem no sistema decorrem de energias que são de origem interna. Da mesma demonstração concluímos que a energia cinética é em módulo numericamente igual à energia térmica ($|\Delta E_c| = |\Delta U_t|$). O sinal contrário em cada termo da igualdade enfatiza que há transformação entre essas energias. Isso significa que a redução de energia cinética promove o aumento da energia térmica, ou seja, toda a energia de movimento que a bola tinha antes da colisão se converte em energia que irá aumentar a temperatura do sistema.

Por fim, cabe ressaltar que o fenômeno estudado sofre deformações e que por esta razão devemos lembrar que durante o choque existiram trabalhos realizados por forças internas ao sistema, mas que os trabalhos feitos por essas forças internas podem somente converter a energia cinética em energia térmica.

B.3 – Problema 3: Homem de patins empurrando a parede

Considere um homem de massa M com patins inicialmente em repouso que empurra uma parede com força média \vec{F} e que conseqüentemente desliza para trás, deslocando seu centro de massa um valor ΔS_{cm} e se afastando da parede com velocidade de módulo V_0 .



A partir dos dados do enunciado e dos conhecimentos de termodinâmica, encontre uma expressão que relacione as transformações químicas (energia de Gibbs) com o pseudotrabalho realizado pela força \vec{F} .

- **Solução:**

Através da figura podemos verificar que a força de intensidade F não realiza deslocamento e por este motivo não pode realizar trabalho. O fato desta força não realizar trabalho ($\tau_F = 0$) e, por consequência, não poder transmitir energia do meio externo a fim de que o sistema ganhe energia cinética nos permite concluir que a energia cinética máxima que o homem adquire é fruto de transformações energéticas internas. O sistema também não possui características de uma partícula, e sendo assim o Teorema da Energia Cinética não pode ser aplicado de forma satisfatória, tendo que ser substituído pelo Teorema do Centro de Massa. Aplicando o teorema, encontramos a seguinte relação:

$$\tau_{ps} = \Delta E_c^{cm}$$

$$F \cdot \Delta S_{cm} = \frac{Mv_0^2}{2}$$

Note que a equação acima generaliza todas as grandezas físicas que podem ser mensuráveis por agentes externos ao sistema e não aponta as conversões energéticas que ocorrem no sistema a fim de explicar o que está ocorrendo no fenômeno.

As questões energéticas que figuram neste tipo de problema precisam ser discutidas a partir de equações energéticas apropriadas, tal como a Primeira Lei da Termodinâmica. Primeiramente devemos considerar que a ação do homem de exercer força sobre a parede provém de esforço muscular e sobretudo das reações químicas que ocorrem nos músculos. Quando uma reação química é produzida dentro do corpo, ocorrem variações de energia interna (ΔU_Q), volume (ΔV_Q) e entropia (ΔS_Q). É importante saber que as reações químicas que ocorrem no corpo humano possuem características peculiares, como, por exemplo, a de serem realizadas em um ambiente

em que a pressão externa é mantida constante (P) e em contato com uma fonte de calor a temperatura T . Se uma reação química ocorre, parte da energia interna é aproveitada para expansão (assim realizando um trabalho τ_Q) e a outra parte se destina a fonte de calor a fim de garantir que a entropia não diminua, conforme prevê a Segunda Lei da Termodinâmica.

Quando $\Delta V_Q < 0$, a pressão externa realiza trabalho sobre o sistema e quando $\Delta S_Q > 0$, então o reservatório de calor aumenta a energia interna do sistema. Seguindo a mesma metodologia que usamos nos problemas do quarto capítulo, podemos escrever a seguinte equação:

$$\Delta E_c + \Delta U_Q = \tau_F + \tau_Q + Q_Q$$

Da expressão acima temos que $\tau_F = 0$, $\tau_Q = -P \cdot \Delta V_Q$, $Q_Q = T \cdot \Delta S_Q$ e $\Delta E_c^{cm} = \frac{Mv_0^2}{2}$.

$$\frac{Mv_0^2}{2} + \Delta U_Q = 0 - P \cdot \Delta V_Q + T \cdot \Delta S_Q$$

$$\frac{Mv_0^2}{2} = -\Delta U_Q - P \cdot \Delta V_Q + T \cdot \Delta S_Q$$

$$\frac{Mv_0^2}{2} = -\Delta H_Q + T \cdot \Delta S_Q$$

$$\frac{Mv_0^2}{2} = -\Delta G_Q$$

$$\boxed{F \cdot \Delta S_{cm} = -\Delta G_Q}$$

Onde ΔH_Q e ΔG_Q são:

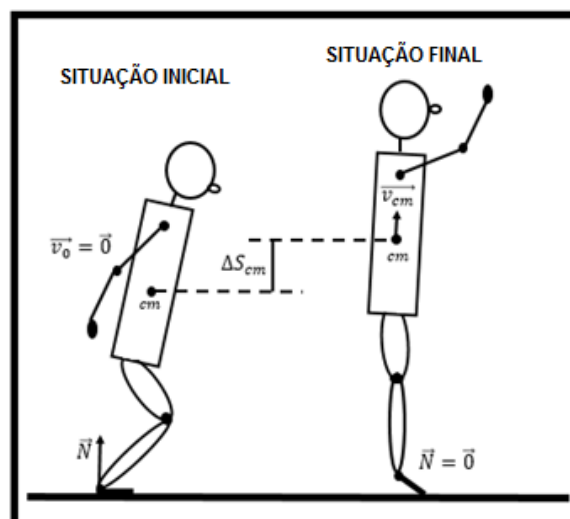
$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta H_Q = \Delta U_Q + P \cdot \Delta V_Q \\ \Delta G_Q = \Delta U_Q + P \cdot \Delta V_Q - T \cdot \Delta S_Q \end{array} \right.$$

Analisando o desenvolvimento feito, note que: $\frac{Mv_0^2}{2} = -\Delta G_Q$. A oposição de sinais na equação nos faz compreender que para ganhar energia cinética para deslocar o centro de massa do sistema é preciso gastar a energia proveniente das reações químicas.

Em relação a toda abordagem feita para responder o problema perceba que no fim encontramos que $F \cdot \Delta S_{cm} = -\Delta G_Q$. A força \vec{F} aplicada pela parede sobre o homem possui mesma intensidade da força que homem faz sobre a parede. Note que se mantivermos o deslocamento do centro de massa fixo, o que satisfatoriamente ocorre quando uma mesma pessoa repete o fenômeno de empurrar a parede, então o gasto energético será tão maior quanto a intensidade da força aplicada pela parede. Isso significa que quanto maior for a intensidade da força que o homem aplica sobre a parede, maior será a necessidade de consumir a energia química das reações que ocorrem no corpo humano e conseqüentemente maior também será a energia cinética do seu centro de massa.

B.4 – Problema 4: Uma pessoa pulando

Considere uma pessoa de massa M que salta verticalmente a partir do repouso e desloca seu centro de massa uma distância ΔS_{cm} na presença de um campo gravitacional de intensidade g .



A partir dos dados do enunciado e dos conhecimentos de termodinâmica, encontre uma expressão que relacione as transformações químicas (energia de Gibbs) com o pseudotrabalho realizado pela força Normal (média) que atua nos pés da pessoa.

- **Solução:**

A partir da figura verificamos que o ponto de aplicação da força \vec{N} não realiza deslocamento e por este motivo não pode realizar trabalho. Se durante a ação de pular nós desprezarmos os movimentos das partes móveis do sistema (pessoa) em relação ao centro de massa e consideramos que a resultante das forças que atuam sobre a pessoa tem módulo $F_r = N - M \cdot g$, então podemos escrever o Teorema do Centro de Massa como:

$$\tau_{ps} = \Delta E_c^{cm}$$

$$(N - M \cdot g) \cdot \Delta S_{cm} = \frac{M v_{cm}^2}{2}$$

$$N \cdot \Delta S_{cm} = \frac{M v_{cm}^2}{2} + M \cdot g \cdot \Delta S_{cm}$$

Analogamente ao que fizemos no problema anterior, a força \vec{N} representa a reação da força exercida pela pessoa no solo e assim sendo quanto maior for a intensidade da força que a pessoa aplica no solo, maior também será a intensidade da força \vec{N} . Para que a pessoa possa exercer força sobre o solo, novamente devemos destacar os processos biológicos, como as reações bioquímicas que ocorrem nos músculos da pessoa, como fonte para produzi-la.

Para conciliar a energia mecânica vislumbrada durante a ação do pulo e a energia química que é usada para exercer essa função, podemos aplicar a Primeira Lei da Termodinâmica para fase inicial e final do pulo, enquanto ainda existe o contato dos pés da pessoa com o solo.

$$\Delta E_c + \Delta U_Q = \tau_P + \tau_Q + Q_Q$$

$$\frac{Mv_0^2}{2} + \Delta U_Q = -M \cdot g \cdot \Delta S_{cm} - P \cdot \Delta V_Q + T \cdot \Delta S_Q$$

$$\frac{Mv_{cm}^2}{2} + M \cdot g \cdot \Delta S_{cm} = -\Delta G$$

Como sabemos que: $\frac{Mv_{cm}^2}{2} + M \cdot g \cdot \Delta S_{cm} = N \cdot \Delta S_{cm}$, então podemos concluir que a energia livre de Gibbs e o pseudotrabalho da força \vec{N} estão relacionados a partir da seguinte igualdade:

$$N \cdot \Delta S_{cm} = -\Delta G$$

Desta última equação percebe-se que novamente o pseudotrabalho realizado por uma força corresponde ao simétrico da variação da energia livre de Gibbs. Isso significa que se aumentarmos a intensidade do pseudotrabalho (particularmente o módulo da força normal) é preciso que as reações químicas que ocorrem nas células musculares liberem mais energia para executar essa atividade. Já a equação (5.13) também mostra que o aumento da energia mecânica no sistema ($\frac{Mv_{cm}^2}{2} + M \cdot g \cdot \Delta S_{cm}$) é proveniente das reações bioquímicas. A energia usada para o aumento da energia mecânica decorre da energia liberada para a realização de trabalho nas fibras musculares quando ocorrem reações bioquímicas nas células dos músculos.

APÊNDICE C

GUIA DE EXPERIMENTO PARA A ABORDAGEM DO TEOREMA DO PSEUDOTRABALHO

Este guia é destinado a orientação de professores que desejam incrementar em suas aulas um experimento para demonstrar aos seus estudantes do Ensino Médio o uso do Teorema do Centro de Massa e ensinar o conceito de pseudotrabalho.

Acreditamos que o recurso desse experimento é uma ferramenta importante no cotidiano escolar pois ajuda os estudantes a fixarem os conhecimentos sobre trabalho e energia que foram ensinados pelo professor, além de modificar a didática tradicional o que torna esse tipo de aula mais dinâmica e estimulante para o estudante.

Visando ainda buscar uma melhor compreensão do professor sobre como desenvolver o experimento com seus alunos, deixaremos junto a este guia um CD onde se encontra o vídeo com a realização do experimento feito por nós. No CD também poderá ser visto um arquivo salvo pelo programa de analisador de vídeos (Tracker) que usamos para investigar o experimento. Acessando este arquivo o professor verá além da gravação do experimento, as tabelas e gráficos que podem ser usados em sala de aula para demonstração do Teorema do Pseudotrabalho.

Salientamos ainda que caso a instituição escolar não possua um laboratório de Física para a realização do experimento, o professor poderá usar com os estudantes o experimento que é apresentado no CD.

Para facilitar a compreensão deste guia seguiremos os seguintes tópicos:

- Metodologia: Compreensão física do sistema usado no experimento.
- Material
- Montagem e coleta de dados.

C.1 – Compreensão física do sistema usado no experimento

Antes de começarmos a descrever o experimento que sugerimos para ser aplicado no Ensino Médio, introduzimos primeiramente essa seção que ajudará o professor a compreender o experimento e como poderá ser a didática em sala. Nessa

seção iremos abordar o sistema massa mola que será o objeto de estudo do nosso experimento e veremos que esse mesmo sistema poderá ser interpretado de forma análoga a outro sistema mais simples e energeticamente equivalente. Por fim ilustraremos como aplicar o experimento em sala usando como base o experimento que acompanha esse guia.

C.1.1- Compreendendo o sistema massa mola para o uso do Teorema do Pseudotrabalho

Ao lidarmos com sistemas físicos que podem se deformar, não podemos mais usar o Teorema da Energia Cinética visto que o deslocamento realizado por uma força externa que age nesse sistema pode ser diferente do deslocamento realizado pelo centro de massa. Nessa ocasião não podemos aplicar o Teorema da Energia Cinética e em seu lugar devemos usar o Teorema do Pseudotrabalho para calcular a energia cinética do centro de massa desse sistema. Para relembrar o professor, o Teorema do Pseudotrabalho é demonstrado a partir da integração a seguir:

$$\int \left(\sum F_{ext} \right) \cdot dr_{cm} = \int \left(m \frac{dv_{cm}}{dt} \right) \cdot dr_{cm},$$

$$\int \left(\sum F_{ext} \right) \cdot dr_{cm} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right),$$

$$\tau_{ps} = \Delta \left(\frac{mv_{cm}^2}{2} \right).$$

Para visualizar o teorema acima a partir de experimento, ressaltamos que é necessário um sistema que possa se deformar para que o deslocamento realizado pela força externa não seja igual ao deslocamento do centro de massa. Para contemplar essa condição primordial, idealizamos o experimento com base no sistema massa mola que pode ser visto a seguir:

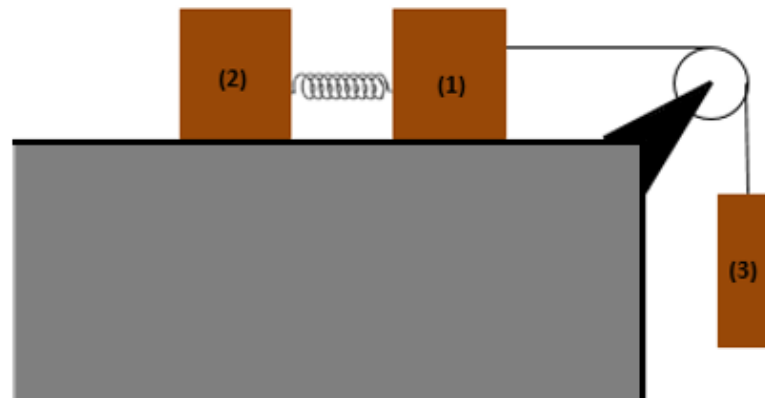


Figura C.1: Sistema usado como referência para o experimento.

Perceba da figura anterior que esse sistema possui três corpos (objetos) identificados pelas numerações de 1 a 3. Nesse sistema existe uma mola que une os corpos 1 e 2 e sua presença é fundamental para garantir a condição de deformação do sistema ao longo do movimento. O corpo 3 que se encontra pendurado na figura irá puxar o corpo 1 e 2 devido ao seu peso.

Ao se observar esse sistema, a primeira análise que pode ser feita é que quando o sistema entrar em movimento os corpos 1 e 2 terão acelerações horizontais enquanto que o corpo 3 possuirá aceleração na vertical. A partir da observação, também é possível concluir que os corpos 1 e 3 possuirão a cada intervalo de tempo a mesma aceleração ($a_1 = a_3$), visto que estão unidos por um fio como o fio inextensível.

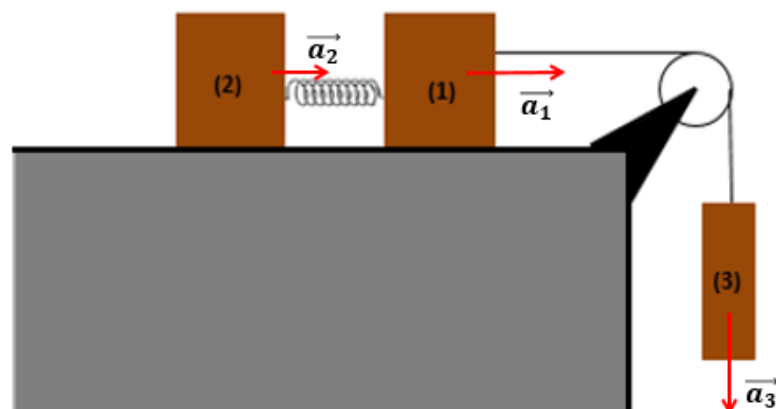


Figura C.2: Ilustração das acelerações de cada corpo do sistema.

Outro detalhe importante a respeito do sistema ilustrado em C.2 é que o movimento ocorrerá em duas dimensões. Enquanto 1 e 2 se movimentam na

horizontal (direção x), o corpo 3 se move na vertical (direção y). Logo se interpretarmos o sistema como sendo composto por esses três objetos, consequentemente o centro de massa do sistema possuirá componentes da aceleração na horizontal e na vertical. Para facilitar a compreensão observe a figura a seguir:

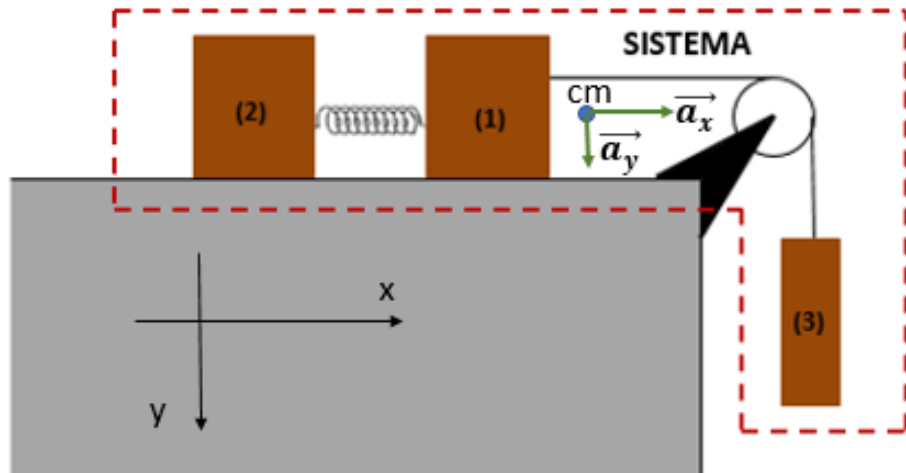


Figura C.3: A figura ilustra as componentes da aceleração do centro de massa do sistema.

Observe que o fato do sistema possuir duas componentes de aceleração para o centro de massa, torna a análise e as medições mais complexas de serem feitas no Ensino Médio. Embora seja mais difícil tratar de um sistema com movimento em duas dimensões, o escolhemos pois sabemos que a força que moverá esse sistema é constante. Em outras palavras, sabemos que é o objeto 3 que irá mover o sistema devido ao seu peso (constante). Ao reconhecermos a importância do objeto 3 para o experimento, pode-se trabalhar com os estudantes um sistema análogo ao original e que seja energeticamente equivalente.

Para a idealização de um sistema energeticamente equivalente ao original no experimento, podemos retirar o objeto 3 que está pendurado e o recoloca-lo no plano horizontal, alinhado com 1 e 2 e sendo puxado por uma força \vec{F} de módulo igual ao seu peso ($F = P_3$).

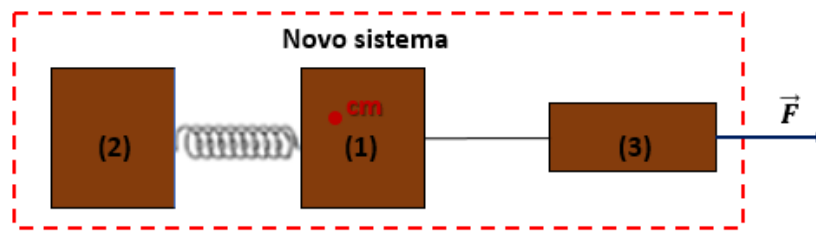


Figura C.4: Ilustra o sistema sujeito a ação de uma força de módulo F que move o sistema.

Importante frisar que estamos desprezando os atritos com a superfície de modo que a força externa (resultante) responsável pela aceleração do sistema seja \vec{F} . Esse sistema continua sendo deformável devido à mola que liga os objetos 1 e 2, e por isso o deslocamento do centro de massa do sistema e o deslocamento realizado pela força \vec{F} no corpo 3 continuarão diferentes. As acelerações dos corpos 1 e 3 também continuaram iguais a cada instante de tempo, pois continuam unidos por um fio inextensível.

Ainda em relação ao novo sistema perceba que as acelerações de 1, 2 e 3 não são constantes, pois neles atuam forças (tração e força elástica) que não possuem módulos constantes ao longo do movimento. Apesar das acelerações dos corpos 1, 2 e 3 serem variáveis, ao pensarmos que os três corpos formam um sistema, no qual \vec{F} é uma força externa constante que acelera o sistema, então a aceleração do centro de massa do sistema será constante e poderá ser calculada pela Segunda Lei de Newton, conforme o demonstrado a seguir:

$$F_r = M_{\text{sistema}} \cdot a_{cm}$$

$$m_3 \cdot g = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a_{cm}$$

$$a_{cm} = \frac{m_3 \cdot g}{(m_1 + m_2 + m_3)}$$

Ressalta-se que a equação anterior foi demonstrada tomando como referência o centro de massa do sistema ilustrado na figura C.4 e não para o sistema ilustrado na figura C.2. Para o sistema ilustrado na figura C.2 existe além da massa dos três corpos a massa equivalente da roldada, porém, na realização do experimento usado

neste guia não adicionamos a massa da roldana no sistema pois ela é muito menor em comparação às massas dos outros objetos.

Antes do professor realizar o experimento com seus estudantes aconselhamos a fazer o cálculo da aceleração teórica para o centro de massa do sistema para que no futuro possa comparar com o valor experimental medido pelo Tracker (programa que analisa as grandezas físicas do experimento). Dessa maneira o professor poderá avaliar se o experimento não possui erros. Para exemplificar, durante a elaboração e desenvolvimento do experimento, usamos respectivamente para os objetos 1, 2 e 3 as massas de 188 g, 187 g e 110 g. Sabendo a massa dos três corpos e substituindo g na equação anterior por $9,81 \text{ m/s}^2$, calculamos a aceleração teórica e encontramos o valor aproximado de $2,22 \text{ m/s}^2$. Ao realizar o experimento e o analisarmos com o Tracker encontramos o valor de aceleração de $2,26 \text{ m/s}^2$, o que significa que o experimento está dentro do esperado.

Retomando a análise do sistema ilustrado em C.4., observe que para aplicar os teoremas da energia cinética e do pseudotrabalho é necessário conhecer o deslocamento dos três corpos que compõe o sistema. Na próxima seção veremos que esses deslocamentos não serão medidos de forma manual, mas ao invés disso, iremos usar o recurso do Tracker para nos informar sobre esses deslocamentos.

Embora o Tracker nos informe a respeito dos deslocamentos de cada objeto, note podemos diminuir o nosso trabalho uma vez que sabemos que os objetos 1 e 3 possuíram os mesmos deslocamentos por estarem ligados por um fio inextensível. Sendo assim para facilitar a nossa investigação a respeito do sistema, ao usarmos o Tracker iremos informa-lo que os objetos 1 e 3 são o corpo único pois sabemos que possuirão deslocamentos iguais e facilitará a análise do centro de massa do sistema. A figura a seguir ilustra como seria a nova interpretação do sistema:

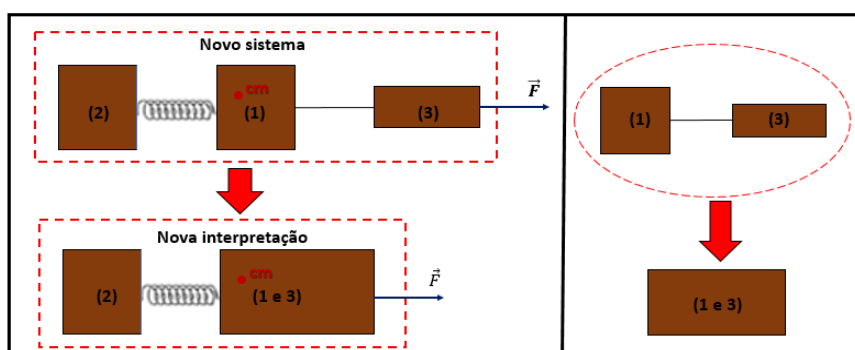


Figura C.5: Ilustração do sistema onde transformamos os blocos 1 e 3 em um bloco único.

Por fim, é importante destacar que mesmo adotando a interpretação dos corpos 1 e 3 como um corpo único, essa nova interpretação não mudará o valor da aceleração teórica do sistema ($2,22 \text{ m/s}^2$), porém ao interpretarmos desse modo teremos facilidade ao trabalharmos com o Tracker e facilitará a interpretação da aplicação dos teoremas.

C.2 – Material

Para construir o experimento que vislumbre a aplicação do Teorema do Pseudotrabalho será preciso o seguinte material:

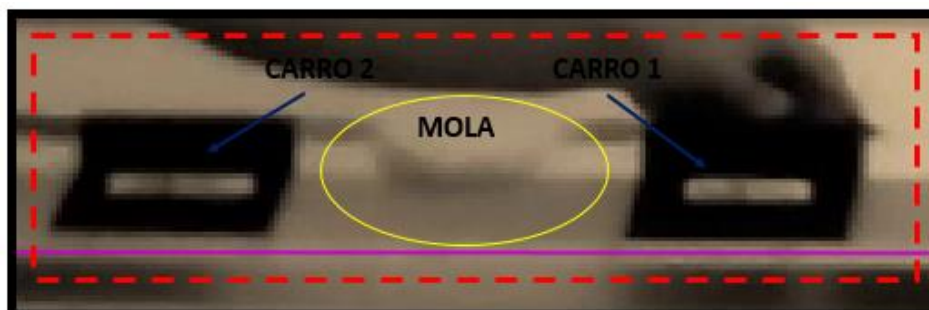
- Um trilho de ar
- Uma balança
- Uma roldana
- Dois carrinhos adequados ao trilho de ar (objetos 1 e 2)
- Linha
- Uma mola
- Um corpo de massa conhecida (objeto 3)
- Um gravador de vídeo (Tablet, computador, celular)
- Um computador com o aplicativo Tracker analisador de vídeo

C.3 – Montagem e coleta de dados

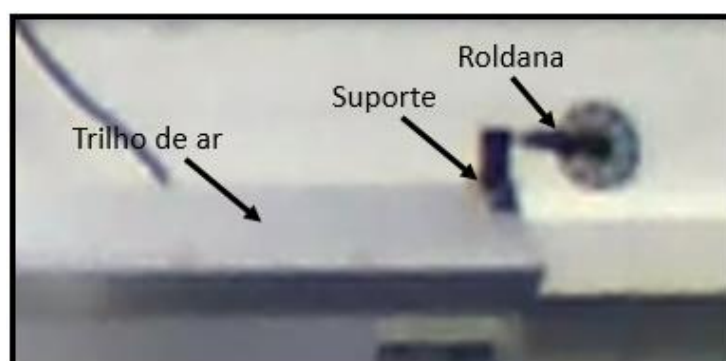
Para montar o experimento devemos seguir os seguintes passos:

- 1^o) Devemos medir e anotar a massa da roldana, dos dois carrinhos adaptados para o trilho de ar e do objeto (3) que cairá. No caso do experimento que usamos nesse guia os carrinhos adaptados para o trilho de ar possuíam 187 g e 188g enquanto que a massa da roldana era de 2,2 g (desprezível) e o do corpo de massa conhecida era de 100 g.

2º) Devemos construir o sistema conforme foi esboçado na seção anterior. Para isso devemos unir os carrinhos 1 (188 g) e 2 (187 g) com a mola.



3º) Como próximo passo, devemos fixar a roldana junto ao trilho de ar conforme a figura a seguir:



4º) Com uma linha, em uma das pontas devemos prender o objeto que cairá (objeto 3) e a outra ponta devemos fixar ao carrinho 1. Ao fazer esses passos o sistema estará montado e será semelhante ao ilustrado na figura a seguir:



5º) Para que as leituras do Tracker sejam mais precisas, aconselhamos que em cada carrinho seja fixada uma faixa branca. Essa faixa será usada como referência de posição ao usarmos o Tracker para analisar o experimento.



Após seguir esses cinco passos o experimento estará pronto para ser realizado e, portanto, será necessário o uso de uma câmera a fim de gravar o experimento para posteriormente o vídeo ser analisado pelo Tracker (programa de analisador de vídeos).

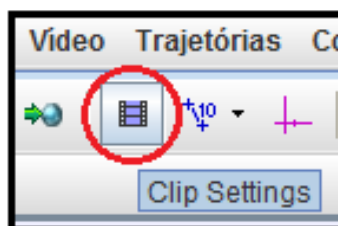
C.3.1 - Usfruindo do Tracker para investigar o experimento

Após ter gravado o experimento é preciso um analisador de vídeos para que possamos ter acesso aos dados referentes aos deslocamentos e velocidades dos carrinhos e do centro de massa. No nosso caso particular estamos usando um analisador de vídeos gratuito (Tracker) e disponível no endereço eletrônico: <http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/webstart/tracker.jnlp>.

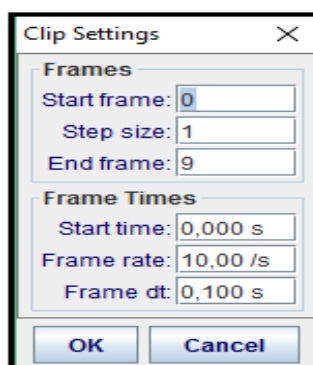
Após instalar o programa podemos usufruir do Tracker para investigar o nosso experimento. O primeiro passo é abrir o vídeo e para isso, clique em "Arquivo" e em "Abrir" (figura abaixo). É importante ressaltar que os vídeos devem estar no formato **.mov** e as imagens nos formatos **.gif**, **.jpg** ou **.png**.



Após realizar o passo acima o vídeo será aberto no seu primeiro frame. Caso não estejamos interessados em todos os *frames* do vídeo podemos editar o vídeo e cortar os frames que não precisamos. Podemos editar o vídeo clicando no botão “clip settings” localizado na barra de ferramentas na parte superior da tela.

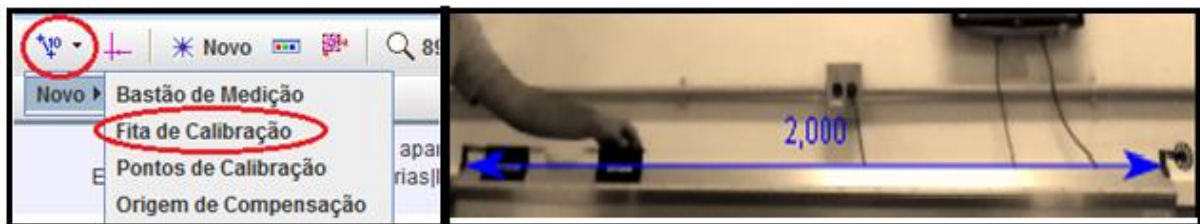


Após clicar em “clip settings” abrirá a janela ilustrada na figura abaixo e assim poderemos alterar a configuração do vídeo.



Realizado o passo anterior, é importante a calibração da medida de distância do software. Para isso, ainda com o Tracker aberto, devemos clicar com o mouse em "Fita métrica com transferidor". Feito isso, aparecerá sobre o vídeo uma seta azul que

permitirá a calibragem. A partir desse ponto é necessário que se saiba as medidas de algum objeto que aparece no vídeo. No caso do experimento usado como guia, a calibração da distância foi feita através do comprimento do trilho de ar, uma vez que sabíamos que o seu comprimento tem 2 metros. Arrastando as pontas da flecha azul e clicando sobre o valor apresentado ao seu lado você pode inserir o valor do comprimento do objeto já conhecido e, assim, as medidas realizadas pelo *software* serão dadas em função da escala proposta na calibragem.



Após calibrar o software podemos analisar o nosso sistema e fazer marcações de pontos no vídeo. Para isso devemos clicar em "Novo" e em "Ponto de Massa".



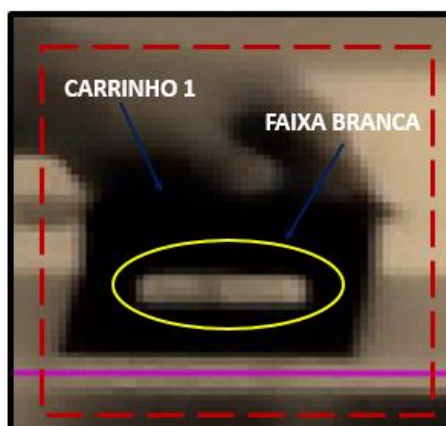
Depois de clicar em ponto de massa uma janela irá se abrir e assim poderemos informar a massa de cada carrinho e marcar a posição de cada um deles no vídeo a cada frame. A figura a seguir ilustra o que ocorrerá após clicarmos em “ponto de massa” e como podemos inserir a massa de cada carrinho.



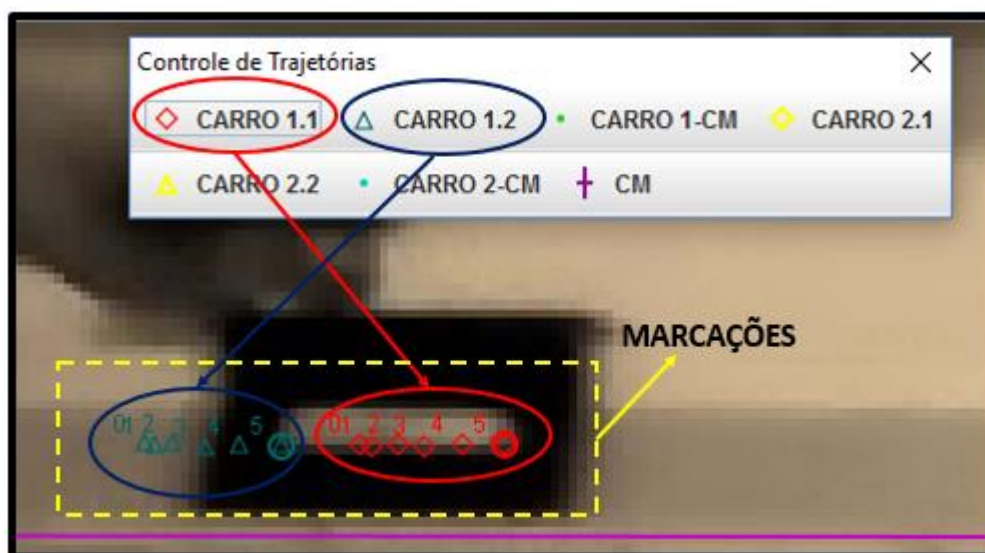
Para realizar a marcação dos pontos de movimento de cada carrinho é necessário manter pressionada a tecla *Shift* e em seguida clicar sobre o objeto que você quer estudar com o botão esquerdo do mouse. Automaticamente o *software* passará para o próximo quadro do vídeo. Repita o processo até o último *frame*.



Para fazer a marcação dos pontos é recomendado que se use a faixa branca que foi colada nos carrinhos.

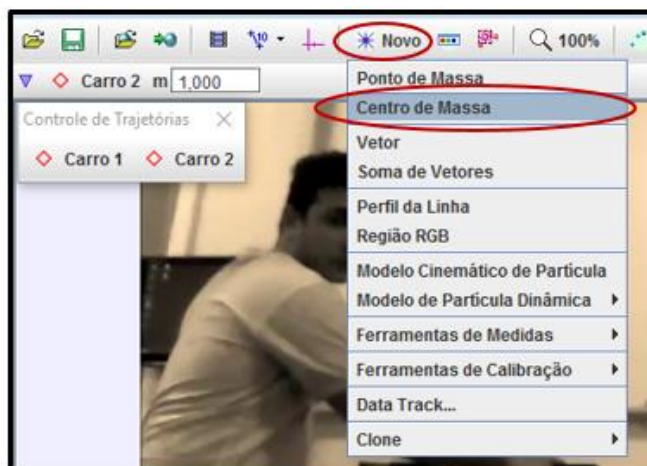


Importante ressaltar que durante a realização do experimento desse guia usamos duas marcações de ponto de posições para cada carrinho e posteriormente fizemos o Tracker calcular o centro dessas duas marcações. Os dados e gráficos que usamos para aplicação do teorema foram aqueles referentes ao centro das duas marcações feitas para cada carrinho. Embora tenhamos conduzido o experimento dessa maneira, salientamos que esse procedimento não é obrigatório e fica a critério de cada professor. Caso o mesmo realize duas marcações para cada carrinho, recomendamos que faça em cada extremo da faixa branca, conforme ilustramos na figura a seguir:

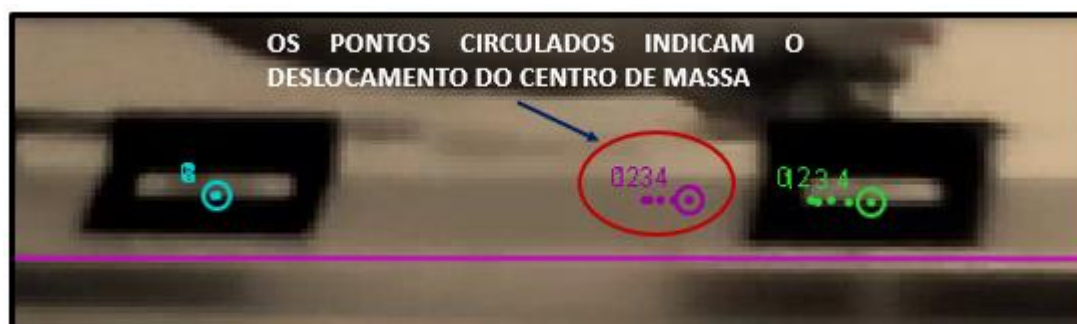
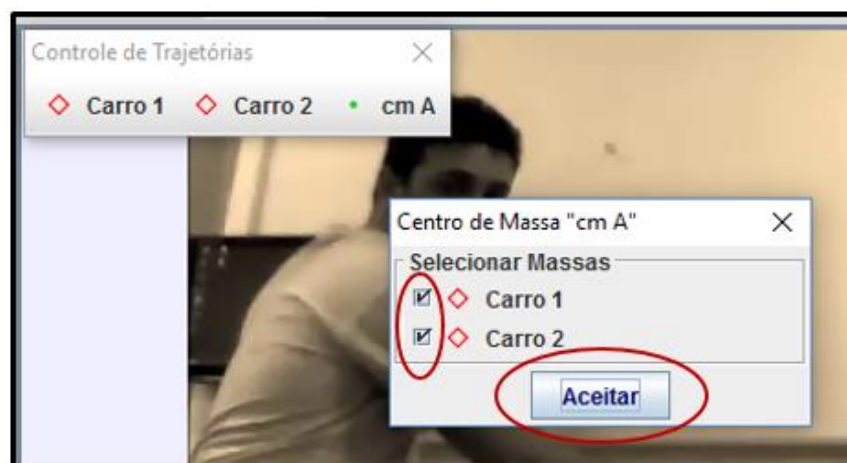


Uma outra importante observação que devemos fazer em relação ao experimento que usamos como guia é que não foram feitas marcações das posições do objeto 3. Conforme abordamos na seção anterior e ilustramos na figura C.5, o carrinho 1 e o objeto 3 estão ligados por um fio inextensível e por isso se deslocaram sempre a mesma proporção. Para facilitar a interpretação do Tracker do centro de massa do sistema, ao fazemos as marcações do carrinho 1 no programa, atribuímos a cada ponto de massa marcado no vídeo a massa do carrinho 1 e do objeto 3.

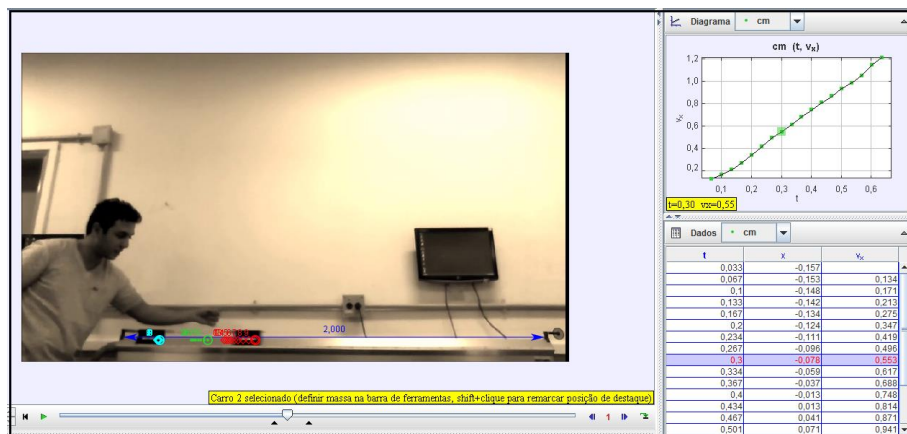
O último passo para que o Tracker nos dê as tabelas com as posições, velocidade e acelerações é usar a ferramenta “centro de massa” para calcular o centro de massa do sistema. Para o Tracker nos informar o deslocamento do centro de massa desse sistema é preciso clicar em “novo” e após em “centro de massa”.



Ao clicar em “centro de massa” o programa irá pedir para que selecione os pontos de massa as quais se desejam calcular a o centro de massa. Nesse momento o professor deve selecionar as marcações feitas para os carrinhos e assim o Tracker esboçará o movimento do centro de massa do sistema e dirá as posições do centro de massa ao longo do movimento.



Após esse passo, o Tracker automaticamente irá fornecer gráficos e dados da posição, velocidade ou aceleração do centro de massa ou de cada carrinho, conforme pode ser visto na figura a seguir:



Após o término desse passo, só nos resta trabalhar com os dados que o Tracker nos informa em relação aos deslocamentos realizados pelo centro de massa e por cada carro. Esses dados podem ser trabalhados em sala e usados para aplicar o Teorema do Pseudotrabalho, uma vez que a força externa que acelera o sistema é conhecida (a força que desloca o sistema é o peso do objeto 3). A partir desse o ponto o professor também estará livre para abordar qualquer outra didática com os seus estudantes. Uma abordagem que sugerimos é usar os dados do Tracker para comparar a aplicação do Teorema da Energia Cinética e do Pseudotrabalho. Caso isso seja feito os estudantes poderão perceber e compreender a limitação do Teorema da Energia Cinética e assim poderão dar mais atenção ao Teorema do Pseudotrabalho.