

# UM EXPERIMENTO SOBRE A DILATAÇÃO TÉRMICA E A LEI DE RESFRIAMENTO

Carlos Eduardo Aguiar [carlos@if.ufrj.br]  
Luiz Fernando de Souza [lele7@click21.com.br]

Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro

## RESUMO

Descrevemos um método que permite estudar, com um mesmo aparato, dois fenômenos térmicos diferentes: a dilatação térmica e o resfriamento de corpos quentes. O experimento permite visualizar claramente a dilatação térmica, mesmo em casos em que ela é de fração de milímetro, possibilita a obtenção de dados quantitativos sobre o processo de resfriamento, é de montagem simples, não exigindo muitos recursos ou materiais de difícil acesso, e pode ser utilizado em uma sala de aula com muitos alunos, pois é grande o suficiente para ser visto por todos. O sistema foi usado para testar quantitativamente a lei de Newton do resfriamento

## 1. INTRODUÇÃO

Uma das maiores dificuldades do ensino de Física no nível médio é a ausência de laboratórios na maioria dos colégios. Isso torna importante desenvolver experimentos montados com materiais de fácil obtenção, que possam ser utilizados em uma sala de aula típica.

O objetivo deste trabalho é descrever um experimento com o qual podemos estudar dois fenômenos distintos: (1) a dilatação térmica de corpos e (2) o processo de resfriamento de um objeto quente. O experimento é apropriado para alunos do ensino médio e sua montagem é muito simples.

A montagem experimental que apresentamos aqui não é nova: um aparato semelhante para demonstração da dilatação térmica pode ser encontrado, por exemplo, no livro clássico de Sutton [Sutton 1938]. O que propomos neste trabalho é utilizar o mesmo aparato para estudar, também, a lei de resfriamento. Com isso, dois fenômenos diferentes e importantes podem ser abordados em um único experimento. Uma experiência parecida com a nossa, mas empregando aparelhagem bem mais sofisticada e cara (dilatômetro Pasco), está descrita em [Torres 2006].

O artigo está organizado da seguinte maneira. Na seção 2, discorremos um pouco sobre a expansão térmica, discutimos os coeficientes de dilatação e comentamos a dificuldade de se observar a expansão térmica a olho nu. Na seção 3 apresentamos algumas demonstrações sobre dilatação térmica que são frequentemente usadas nos cursos introdutórios de Física. Na seção 4 mostramos como montar e utilizar um equipamento que permite observar a dilatação térmica de uma forma particularmente simples. O processo de resfriamento de um corpo aquecido (ou aquecimento de um corpo frio) é discutido na seção 5, com ênfase na lei de Newton do resfriamento. Na seção 6 mostramos que o equipamento montado para observar a expansão térmica pode ser utilizado para estudar quantitativamente o processo de resfriamento e verificar se este é bem descrito pela lei de Newton. A seção 7 contém comentários e conclusões.

## 2. DILATAÇÃO TÉRMICA

Quando aumentamos a temperatura de um corpo (sólido ou líquido), aumentamos a agitação das moléculas que o formam. Em geral, isso faz crescer não só a amplitude da vibração das moléculas, mas também a distância média entre elas, resultando no aumento nas dimensões do corpo. Esse aumento é chamado dilatação térmica.

Se a temperatura de um corpo aumenta  $\Delta T$ , o seu comprimento aumentará  $\Delta L$ , onde

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T .$$

Nessa expressão,  $L_0$  é o comprimento inicial do corpo e  $\alpha$  é o *coeficiente de dilatação linear*.

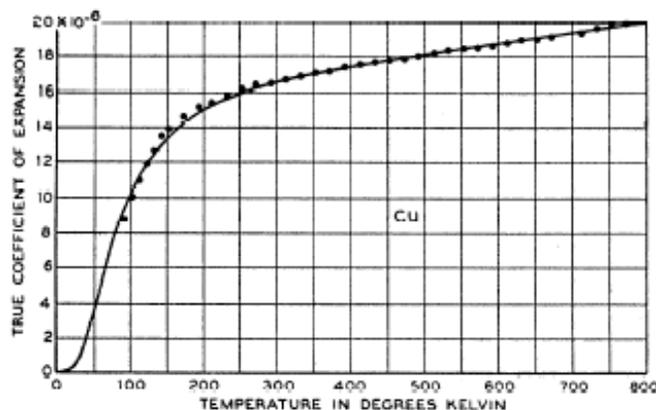
O coeficiente de dilatação depende do material: se aumentarmos igualmente a temperatura de duas barras de mesmo tamanho, mas de materiais diferentes, obteremos dilatações diferentes. Isso ocorre por causa das diferenças nas características microscópicas das substâncias. A tabela 2.1 mostra o coeficiente de dilatação linear de alguns sólidos.

Substância	Coefficiente de dilatação em $^{\circ}\text{C}^{-1}$
aço	$1,1 \times 10^{-5}$
alumínio	$2,4 \times 10^{-5}$
chumbo	$2,9 \times 10^{-5}$
cobre	$1,7 \times 10^{-5}$
ferro	$1,2 \times 10^{-5}$
latão	$2,0 \times 10^{-5}$
ouro	$1,4 \times 10^{-5}$
prata	$1,9 \times 10^{-5}$
vidro comum	$0,9 \times 10^{-5}$
vidro pirex	$0,3 \times 10^{-5}$
zinco	$6,4 \times 10^{-5}$

**Tabela 2.1. Coeficientes de dilatação linear de sólidos.**

Um aspecto importante a ser observado na tabela 2.1 é que os coeficientes de dilatação são muito pequenos, tipicamente da ordem de  $10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ . Isso significa que, para um aumento de temperatura de  $1 \text{ }^{\circ}\text{C}$ , uma barra de 1 metro terá um aumento de comprimento da ordem de 0,01 milímetros. Esses valores tão pequenos tornam difícil acompanhar visualmente uma expansão térmica, o que complica a realização de demonstrações sobre o fenômeno em uma sala de aula. Um dos objetivos do presente trabalho é, como já mencionamos, apresentar um sistema simples que facilita a observação da dilatação térmica.

O coeficiente de dilatação de um corpo pode depender da temperatura; os valores apresentados na tabela 2.1 são os encontrados a temperaturas próximas da ambiente. A figura 2.3 mostra como o coeficiente de dilatação do cobre varia com a temperatura [Nix 1941].



**Figura 2.3. Coeficiente de dilatação térmica do cobre como função da temperatura.**

Embora os coeficientes de dilatação sejam geralmente positivos, algumas substâncias apresentam coeficientes negativos. O exemplo mais famoso é o da água, que, entre 0 °C e 4°C, se contrai ao ser aquecida.

### 3. DILATAÇÃO TÉRMICA NA SALA DE AULA

Como já mencionamos, é muito difícil observar a olho nu a expansão térmica de um sólido. Ainda assim, existem demonstrações desse fenômeno que podem ser realizadas em ambientes escolares, mesmo sem laboratórios didáticos bem equipados.

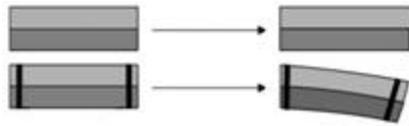
Talvez a demonstração mais antiga seja a da “bola e anel”, proposta no século 18 por Willem ‘s Gravesande, filósofo, físico e matemático holandês. O procedimento está descrito na figura 3.1.



**Figura 3.1. Demonstração do “anel e bola” de Gravesande. Da esquerda para a direita: (1) a bola passa pelo anel; (2) a bola é aquecida; (3) devido à dilatação, a bola não passa mais pelo anel. (Fotos de [http://pzweb.harvard.edu/ucp/curriculum/density/s3\\_lesson12\\_lessonplan.htm](http://pzweb.harvard.edu/ucp/curriculum/density/s3_lesson12_lessonplan.htm) )**

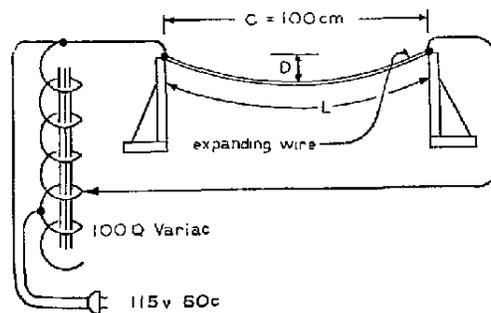
Na demonstração de Gravesande, a bola metálica passa pelo anel com facilidade, embora com pouca folga. A bola é aquecida, e em seguida mostra-se que ela não consegue mais passar por dentro do anel. É difícil observar diretamente a dilatação da bola: uma esfera de latão com 10 cm de diâmetro, aquecida até 400 °C, aumenta seu diâmetro em menos de 1 mm. Não se consegue ver esse aumento a olho nu, mas ele se torna evidente quando tentamos fazer a bola atravessar o anel.

Outra demonstração comum sobre dilatação térmica utiliza uma barra bimetálica. Nesta, dois metais de coeficientes de dilatação distintos (geralmente aço e latão) são presos um ao outro; quando eles são aquecidos, a expansão desigual verga a barra, como mostrado na figura 3.2. Novamente, é difícil observar a expansão da barra, mas é um pouco mais fácil notar a sua curvatura, que só pode ser explicada pela expansão diferenciada. Um substituto simples para a barra bimetálica é uma tira de papel “dupla face”, com alumínio de um lado e papel do outro.



**Figura 3.2. Princípio de funcionamento da barra bimetálica.**

Uma terceira demonstração, que permite observar diretamente a expansão térmica, está esquematizada na figura 3.3. Um fio metálico é esticado entre dois suportes e aquecido pela passagem de uma corrente elétrica. A dilatação resultante do aquecimento deixa o fio “bambo” entre os suportes. Um fio de cobre de 1 metro, aquecido até 400 °C, tem seu comprimento aumentado em 7 milímetros. Esse aumento faz com que a parte central do fio fique uns 5 centímetros abaixo de onde estava quando esticada, uma mudança que pode ser observada mesmo a distância. Descrições detalhadas dessa experiência estão em [Sutton 1938], [Hitchcock 1945] e [Trumper 1997].

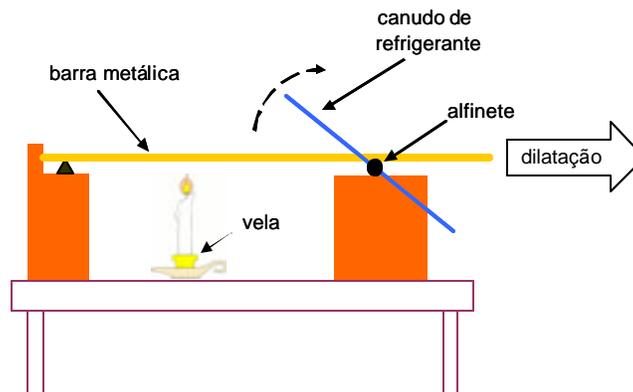


**Figura 3.3. Aparato para demonstração da dilatação de um fio condutor [Hitchcock 1945].**

#### 4. MAIS UMA DEMONSTRAÇÃO DA DILATAÇÃO TÉRMICA

Vamos apresentar nesta seção mais uma demonstração sobre dilatação térmica. Sua montagem é muito simples, mais até que aquelas mostradas na seção anterior.

O experimento está esquematizado na figura 4.1. Uma barra metálica, cuja expansão térmica desejamos estudar, é apoiada sobre dois suportes. Uma das extremidades da barra está fixa, enquanto a outra pode rolar livremente sobre um alfinete. Nesse alfinete está preso um canudinho de refrigerante, que atua como um ponteiro. A barra é aquecida por uma vela, e a expansão resultante faz com que o alfinete e o ponteiro girem. Essa rotação pode ser facilmente observada, como veremos a seguir.



**Figura 4.1. Demonstração da dilatação térmica de uma barra metálica.**

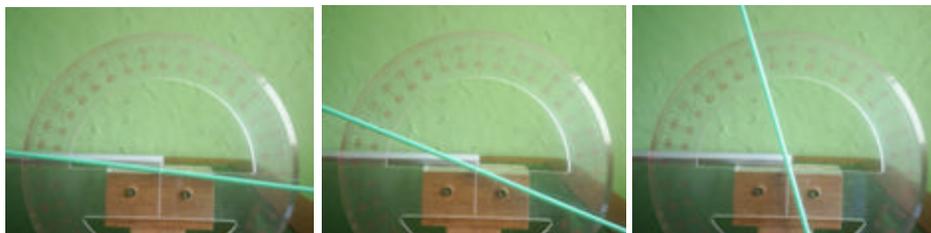
No suporte onde fica o alfinete é colado um transferidor que servirá para medir a rotação do canudinho. A parte superior desse suporte deve ser bem plana, para que o alfinete role sobre ela sem encontrar obstáculos. Na montagem do ponteiro, o alfinete deve ser fixado bem no meio do canudinho, para evitar desequilíbrios que causem um deslizamento entre a barra e o alfinete. Também é necessário colocar cola plástica entre o canudinho e o alfinete para impedir o deslizamento entre eles.

A montagem completa da demonstração está mostrada na figura 4.2. A barra utilizada tem cerca de 1 m e é feita de alumínio. Três velas foram usadas para aquecer a barra. Um suporte intermediário foi colocado sob a barra para evitar que ela vergue.



**Figura 4.2. Montagem do experimento.**

As fotos na figura 4.3 mostram posições sucessivas do ponteiro-canudinho durante o aquecimento da barra de alumínio pelas velas. Pode-se notar claramente a rotação gerada pela dilatação da barra.

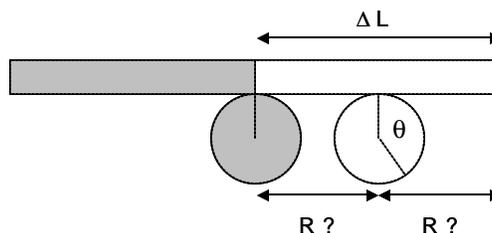


**Figura 4.3. Expansão térmica da barra de alumínio, tornada visível pela rotação do canudinho fixado ao alfinete.**

A relação entre o ângulo  $\theta$  de rotação do ponteiro e a dilatação  $\Delta L$  da barra é dada por

$$\Delta L = 2R\theta$$

onde  $R$  é o raio do alfinete. A demonstração desse resultado pode ser vista na figura 4.4. Com a expansão, o alfinete desloca-se  $R\theta$  e a extremidade da barra fica a  $R\theta$  à sua frente; a soma dessas distâncias é igual à dilatação  $\Delta L$ .



**Figura 4.4. Deslocamento da barra e do alfinete durante a dilatação térmica.**

O diâmetro de um alfinete utilizado na demonstração é 0,6 mm. Como o ponteiro girou cerca 114 graus (ver a última foto da figura 4.6), a expansão da barra foi de aproximadamente 1,19 mm. Usando o coeficiente de expansão linear do alumínio dado na tabela 2.1,  $\alpha = 2,4 \times 10^{-5}$ , isso correspondente a um aumento de cerca de 50 °C na temperatura média da barra.

Dentre todas as demonstrações de dilatação térmica que já discutimos, a descrita nesta seção é, provavelmente, a mais indicada para uma sala de aula com muitos alunos, já que o movimento do ponteiro pode ser facilmente observado a distância. Como já mencionamos a demonstração com barra e alfinete não é nova, podendo ser encontrada, por exemplo, no livro de R. Sutton, *Demonstration Experiments in Physics*, editado pela primeira vez há quase 70 anos [Sutton 1938]. Um aspecto interessante dessa demonstração é que, como veremos nas próximas seções, ela também pode ser usada para estudar o processo de resfriamento da barra. Isso permite estudar, em um único experimento, dois fenômenos diferentes e importantes: a dilatação térmica e a transmissão de calor.

## 5. A LEI DE NEWTON DO RESFRIAMENTO

Em 1701, quando tinha quase 60 anos, Newton publicou anonimamente um artigo intitulado “Scala Graduum Caloris” [Newton 1701], em que descreve um método para medir temperaturas de até 1000 °C, algo impossível aos termômetros da época. O método estava baseado no que hoje é conhecido como a lei do resfriamento de Newton: a taxa de diminuição da temperatura de um corpo é proporcional à diferença de temperaturas entre o corpo e o ambiente. Uma ótima descrição desse trabalho foi feita por A. French em [French 1993a].

Em termos matemáticos, a lei de Newton do resfriamento pode ser escrita como

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a)$$

onde  $T$  é a temperatura do corpo,  $t$  é o tempo,  $k$  é uma constante e  $T_a$  é a temperatura ambiente. Resolvendo a equação acima, encontramos como a temperatura depende do tempo:

$$T = T_a + (T_0 - T_a) \exp(-kt),$$

sendo  $T_0$  é a temperatura inicial do corpo.

A lei do resfriamento de Newton é válida apenas aproximadamente. Ela pode ser aplicada com razoável sucesso em situações onde a temperatura do corpo não é muito diferente da temperatura ambiente e quando correntes de ar auxiliam o resfriamento (convexão forçada) [Sullivan 1990]. Quando a diferença de temperaturas é muito alta, a radiação térmica passa a ser importante. Nesse caso a lei de resfriamento pode ser generalizada, tornando-se [Sullivan 1990, Bohren 1991, French 1993b, Silverman 2000]

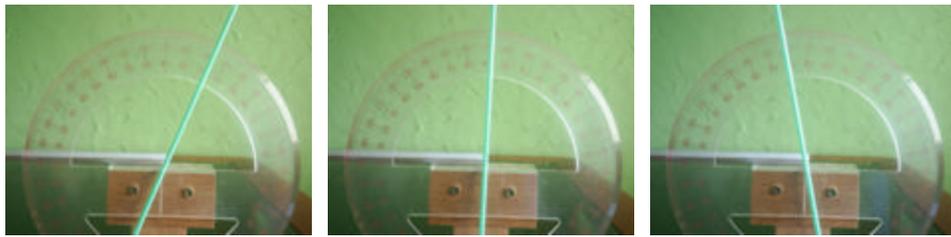
$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a) - k'(T^4 - T_a^4)$$

onde  $k'$  é uma constante. A equação acima é um pouco mais complicada que a de Newton, mas não é difícil resolvê-la numericamente com programas como o *Modellus*, por exemplo.

Na próxima seção, vamos estudar o resfriamento da barra de alumínio que foi objeto da seção 4. Veremos que o mesmo aparato permite acompanhar quantitativamente o processo de resfriamento da barra, tornando possível verificar se a lei de Newton é válida nesse caso.

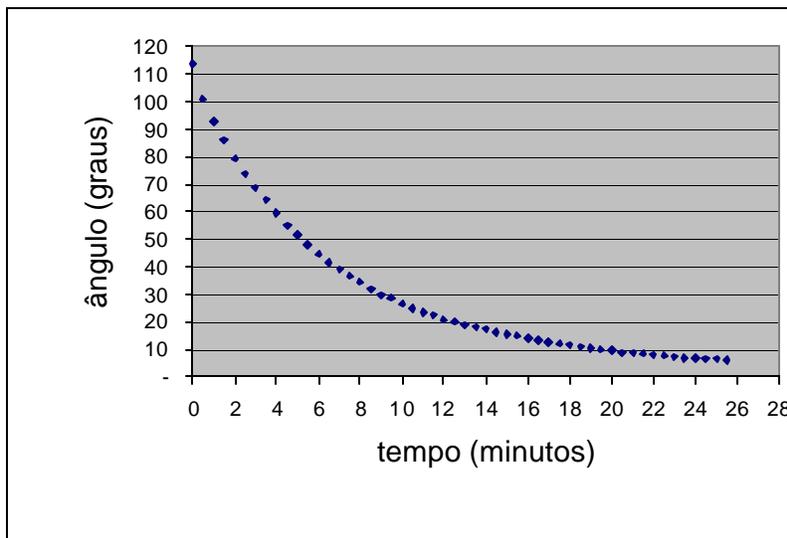
### 6. RES FRIAMENTO DE UMA BARRA DE ALUMÍNIO

Quando cortamos a fonte de calor, retirando as velas que aquecem a barra metálica, esta começa a esfriar. Nós acompanhamos esse esfriamento registrando a deflexão do ponteiro em intervalos de 30 segundos. O registro foi feito através de fotografias, mas isso não é necessário, principalmente em uma sala de aula. Foram tiradas 52 (cinquenta e duas) fotos em um período de 26 (vinte e seis) minutos. A figura 6.1 mostra algumas dessas fotos.



**Figura 6.1. Resfriamento da barra de alumínio.**

Examinando as fotos, os ângulos são obtidos como função do tempo. Os resultados estão mostrados na Figura 6.2



**Figura 6.2. O ângulo do ponteiro como função do tempo, durante o resfriamento da barra de alumínio.**

A deflexão do ponteiro é proporcional à dilatação da barra, que por sua vez é proporcional à diferença de temperatura entre a barra e o ambiente. Mais explicitamente, se  $\theta_a$  é o ângulo à temperatura ambiente, o ângulo  $\theta$  à temperatura  $T$  é dado por

$$\theta - \theta_a = \frac{\Delta L}{2R} = \frac{\alpha L_a}{2R} (T - T_a)$$

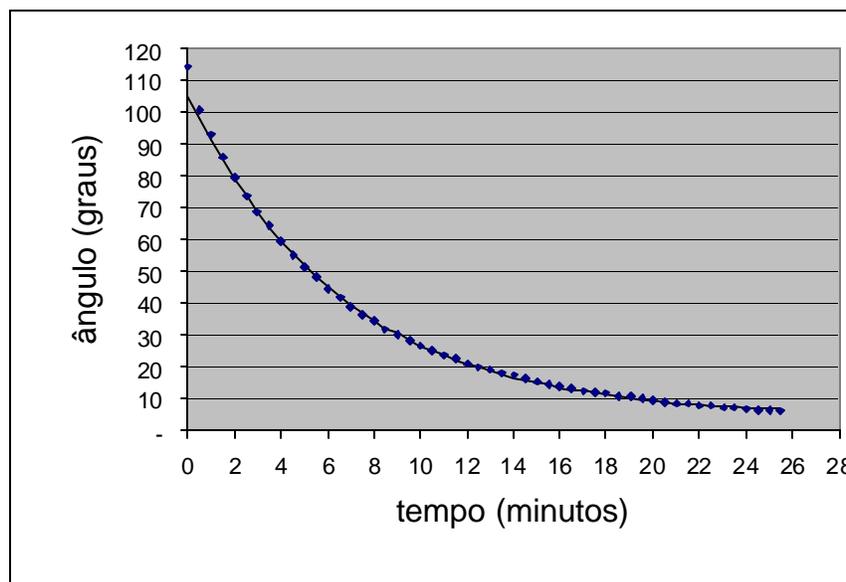
onde  $L_a$  é o comprimento da barra à temperatura ambiente. Como a lei do resfriamento prevê que  $T - T_a$  diminui exponencialmente com o tempo, o mesmo vale para a diferença de ângulos. Portanto

$$\theta = \theta_a + (\theta_0 - \theta_a) \exp(-kt)$$

onde  $\theta_0$  é o ângulo inicial ( $t=0$ ).

Para verificar se o resfriamento da barra obedece à lei de Newton, temos que determinar se os dados da figura 6.2 têm o comportamento de uma função exponencial. Para fazer isso nós ajustamos a função  $\theta = \theta_a + (\theta_0 - \theta_a) \exp(-kt)$  aos dados, utilizando a “ferramenta” SOLVER do Excel. Os ângulos  $\theta_0$ ,  $\theta_a$  e a constante  $k$  foram os parâmetros ajustados. O melhor ajuste foi obtido com  $\theta_0 = 105,3^\circ$ ,  $\theta_a = 4,6^\circ$  e  $k = 0,152 \text{ min}^{-1}$ . Esse valor de  $k$  corresponde a um “tempo característico de resfriamento”  $\tau = 1/k = 6,60 \text{ min}$ . O resultado do ajuste está mostrado pela curva na figura 6.3.

Nós não usamos os quatro primeiros pontos do gráfico no ajuste. O motivo é que as velas não esquentam a barra de forma homogênea. Alguns pontos ficam mais quentes que outros e, portanto, não se pode falar de uma temperatura única da barra. Por isso consideramos no nosso ajuste apenas os pontos medidos após dois minutos de resfriamento, quando a condução térmica ao longo da barra já teve tempo de homogeneizar a temperatura.



**Figura 6.3. Ajuste da curva de resfriamento prevista pela lei de Newton aos dados obtidos no experimento.**

Podemos observar que o ajuste é muito bom, e que a lei de Newton descreve adequadamente o resfriamento da barra. Também vemos que os primeiros pontos do gráfico estão claramente acima da linha ajustada, o que provavelmente se deve à não-homogeneidade da temperatura que já mencionamos.

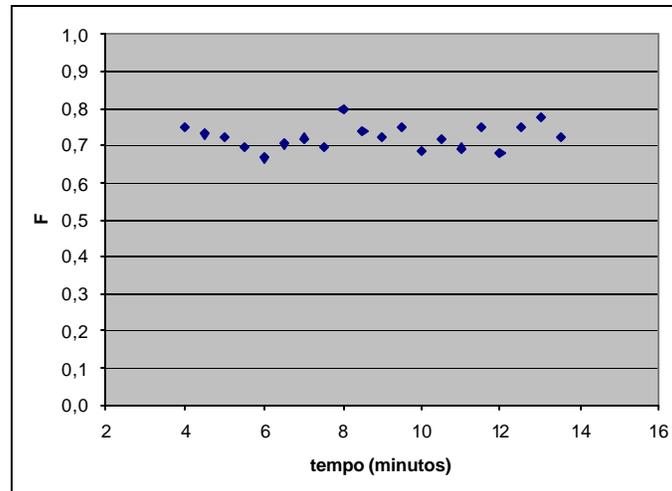
Há uma maneira mais simples que o ajuste de verificar se a lei de Newton descreve os dados. Podemos definir a razão entre dois decréscimos sucessivos da temperatura,

$$F = \frac{T(t - \Delta t) - T(t)}{T(t) - T(t + \Delta t)},$$

e mostrar, usando a lei de Newton, que

$$F = \exp(-k \Delta t),$$

ou seja, as variações da temperatura diminuem por um fator  $F$  que depende apenas do intervalo de tempo  $\Delta t$  entre as medidas. A figura 6.4 mostra um gráfico deste fator, obtido com os dados da tabela 6.1, usando  $\Delta t = 2$  minutos.



**Figura 6.4. Fator de redução dos decréscimos de temperatura em intervalos sucessivos de 2 minutos. Um fator constante é equivalente à lei de Newton do resfriamento.**

Vemos que o fator de redução  $F$  é praticamente constante, o que é equivalente a ter o decréscimo exponencial previsto pela lei de Newton. Não incluímos na figura os últimos pontos porque a diferença entre eles é muito pequena, menor que o erro das medidas, o que faz com que o valor de  $F$  flutue muito. Pelo mesmo motivo, tomamos um intervalo de 2 minutos para calcular o fator – isso aumenta a diferença de temperaturas e diminui o efeito dos erros.

## 7. COMENTÁRIOS FINAIS

O experimento apresentado neste trabalho é interessante por vários motivos:

- Estuda dois fenômenos diferentes, a dilatação térmica e o resfriamento dos corpos;
- Permite visualizar claramente a dilatação térmica, mesmo quando essa é de uma fração de milímetro;
- Possibilita a obtenção de dados quantitativos sobre o resfriamento, que podem ser usados para testar a lei de Newton ou suas generalizações;
- É de montagem simples, não exigindo muitos recursos ou materiais de difícil acesso;
- Pode ser utilizado em uma sala de aula com muitos alunos, pois é grande o suficiente para ser visto por todos.

Este experimento é um exemplo de como é possível ensinar Física de uma forma em que teoria e prática estão diretamente relacionadas, mesmo em escolas que não dispõem de laboratórios.

## REFERÊNCIAS

- [Bohren 1991] C.F. Bohren, “Comment on Newton’s Law of Cooling – A Critical Assessment”, *American Journal of Physics* 59, 1044 (1991).
- [French 1993a] A.P. French, “Isaac Newton’s Thermometry”, *The Physics Teacher* 31, 208 (1993).
- [French 1993b] A.P. French, “Newton’s Thermometry: The Role of Radiation”, *The Physics Teacher* 31, 301 (1993).
- [Torres 2006] J.N. Torres, “Two Physical Phenomena in One Experiment”, *The Physics Teacher* 44, 438 (2006).
- [Nix 1941] F.C. Nix and D. MacNair, “The Thermal Expansion of Pure Metals: Copper, Gold, Aluminum, Nickel, and Iron”, *Physical Review* 60, 597 (1941).
- [Newton 1701] Anônimo (atribuído a I. Newton), “Scala Graduum Caloris”, *Philosophical Transactions of the Royal Society* 22, 824-829 (1701).
- [Silverman 2000] M.P. Silverman and C.R. Silverman, “Cool in the Kitchen: Radiation, Conduction, and the Newton ‘Hot Block’ Experiment”, *The Physics Teacher* 38, 82 (2000).
- [Sullivan 1990] C.T. O’Sullivan, “Newton’s Law of Cooling – A Critical Assessment”, *American Journal of Physics* 58, 1958 (1990).
- [Sutton 1938] R. M. Sutton, “Demonstration Experiments in Physics”, McGraw-Hill (1938), AAPT (2003).
- [Trumper 1997] R. Trumper and M. Gelbman, “Measurement of a Thermal Expansion Coefficient”, *The Physics Teacher* 35, 437 (1997).
- [Hitchcock 1945] R.C. Hitchcock and M.W. Zemanski, “Demonstrating Linear Expansion by Using the Catenary”, *American Journal of Physics* 13, 329 (1945)