

A lei de refração de Ptolomeu

Vitorvani Soares



A lei de refração de Ptolomeu

Vitorvani Soares

Colaboradores: Alexandre Carlos Tort
Erich Meyer
Filadelfo Cardoso Santos
Maria Luiza Bedran



A lei de refração de Ptolomeu

Vitorvani Soares

Colaboradores: Alexandre Carlos Tort
Erich Meyer
Filadelfo Cardoso Santos
Maria Luiza Bedran

André Luiz Braga Dias
Bruno Henrique Matos da Costa
Carla de Souza Lucas
Fábio dos Santos Freitas
Fábio Ferreira barroso
Guilherme Gonçalves Sotelo
Daniele Freitas Barbosa
Danielli Meira Ribeiro da Silva
Jorge Romero Monteiro de Souza
Leandro Ribeiro Pinto

Luciana Sa Brito
Magali Fonseca de Castro Lima
Marcelo Rodrigues Fernandes
Marta Máximo Pereira
Rafael Pinheiro dos Santos
Ricardo Radlich
Richard Kohara
Rogério Faulha
Vagner Santos da Cruz
Valdecir Pinho



A lei de refração de Ptolomeu

Vitorvani Soares e Bruno Camerano

Colaboradores: Alexandre Carlos Tort
Erich Meyer
Filadelfo Cardoso Santos
Maria Luiza Bedran

André Luiz Braga Dias
Bruno Henrique Matos da Costa
Carla de Souza Lucas
Fábio dos Santos Freitas
Fábio Ferreira barroso
Guilherme Gonçalves Sotelo
Daniele Freitas Barbosa
Danielli Meira Ribeiro da Silva
Jorge Romero Monteiro de Souza

Leandro Ribeiro Pinto
Luciana Sa Brito
Magali Fonseca de Castro Lima
Marcelo Rodrigues Fernandes
Marta Máximo Pereira
Rafael Pinheiro dos Santos
Ricardo Radlich
Vagner Santos da Cruz
Valdecir Pinho



A lei de refração de Ptolomeu

Vitorvani Soares e Bruno Camerano



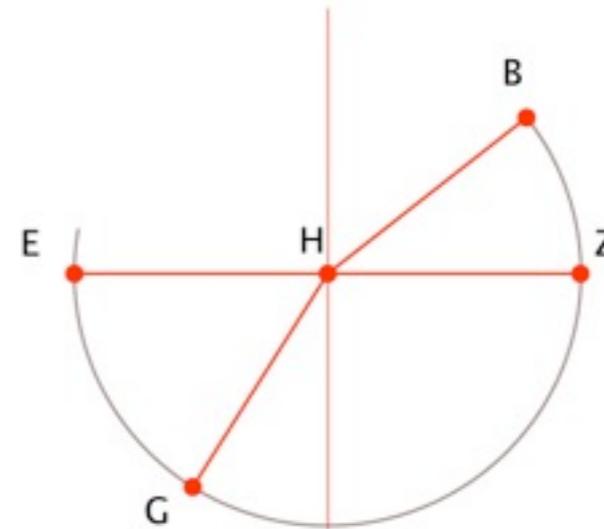
Plano da apresentação

- Snell e a “lei dos senos”
- A lei de refração de Ptolomeu
- A relação entre seno de um ângulo e o seu arco
- Conclusões



Snell e a “lei dos senos”

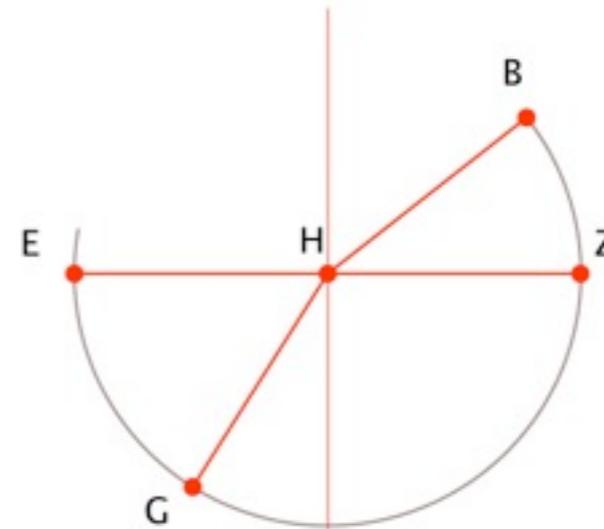
- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell
- A “lei dos senos”



$$\text{sen}(\theta_i) = n_{xy} \text{sen}(\theta_r)$$

Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell
- A “lei dos senos”



1500

1600

1700

1800

1900

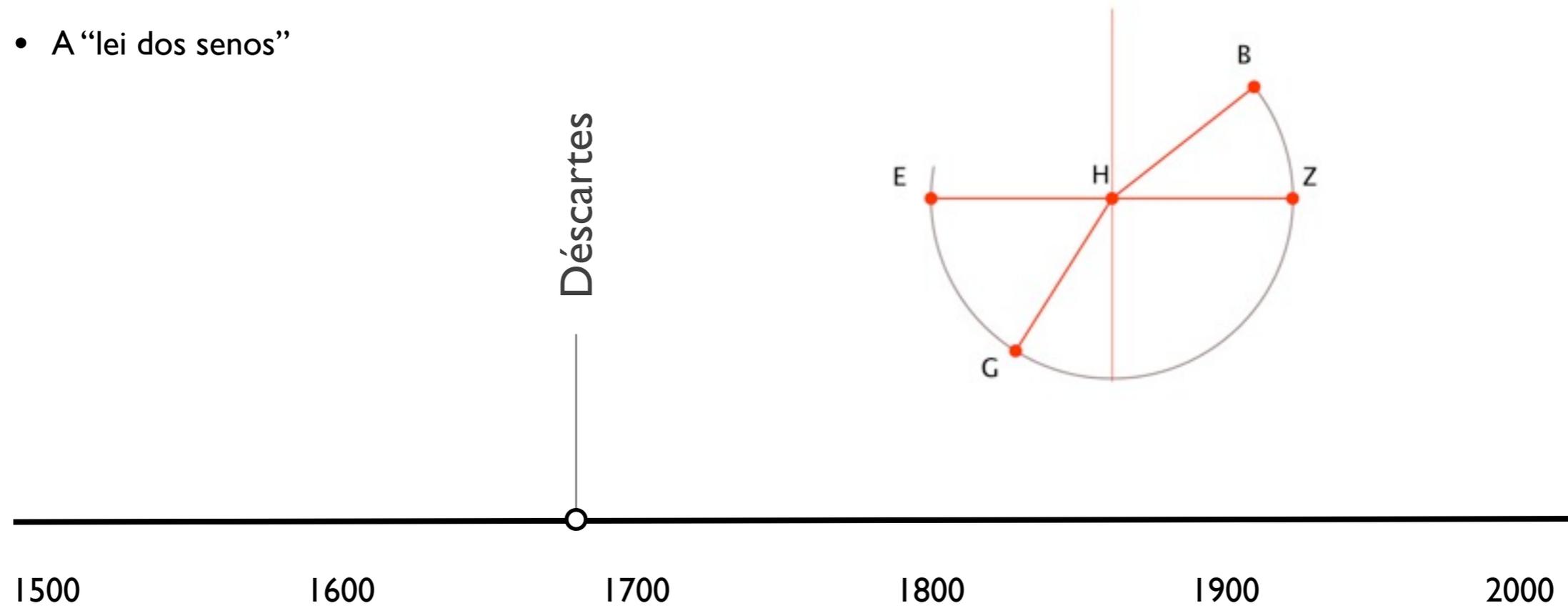
2000

$$\text{sen}(\theta_i) = n_{xy} \text{sen}(\theta_r)$$



Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”

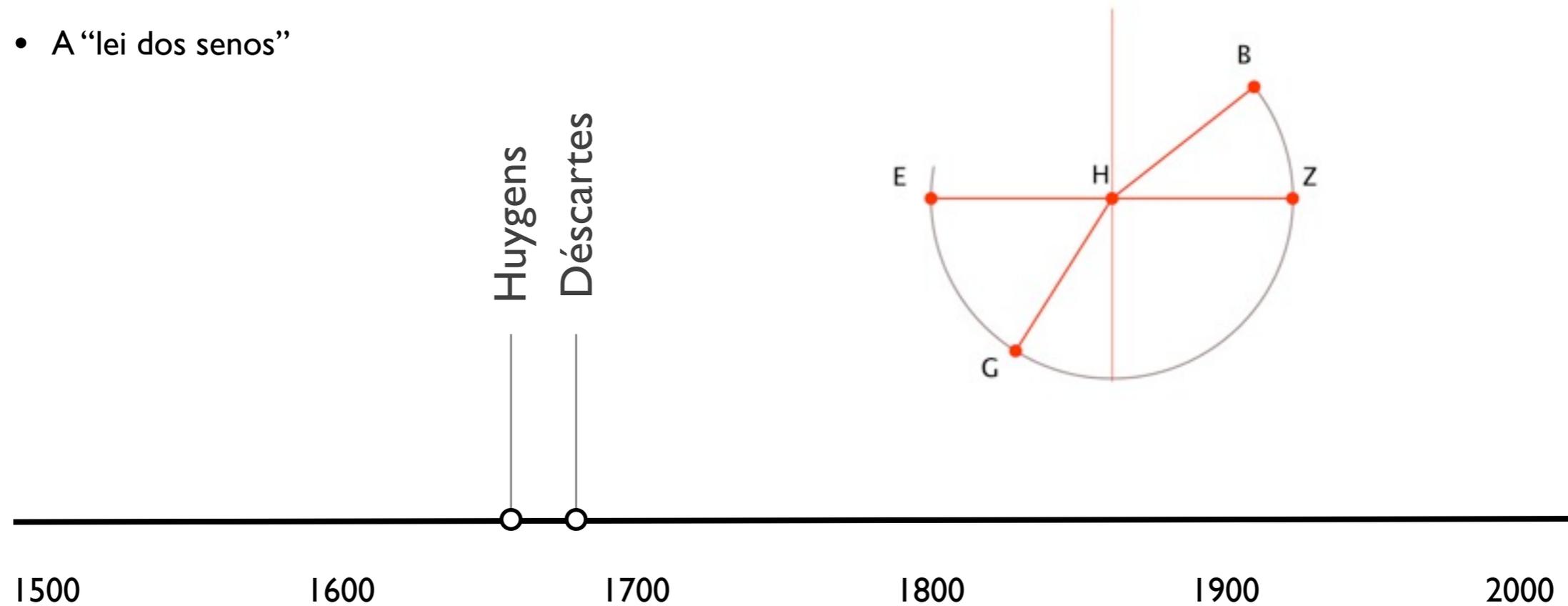


$$\text{sen}(\theta_i) = n_{xy} \text{sen}(\theta_r)$$



Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”

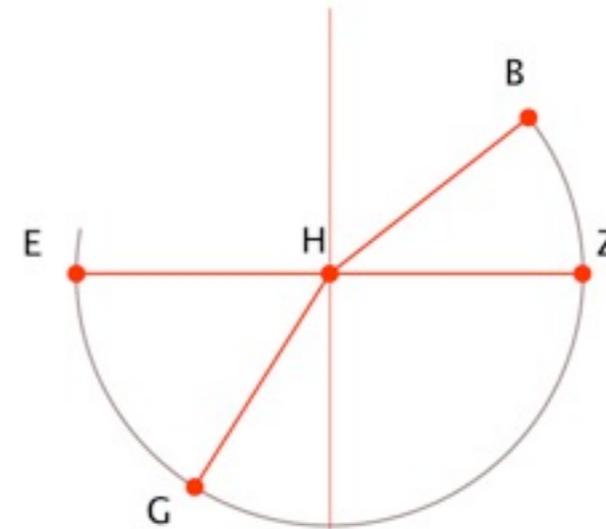
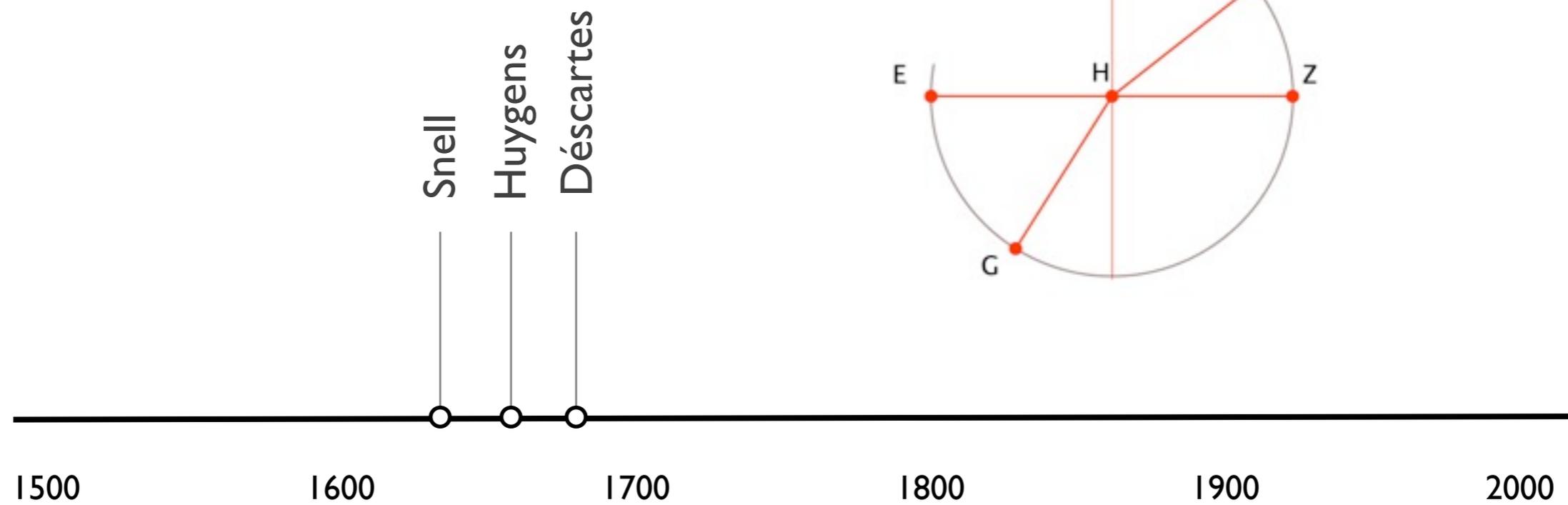


$$\text{sen}(\theta_i) = n_{xy} \text{sen}(\theta_r)$$



Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”

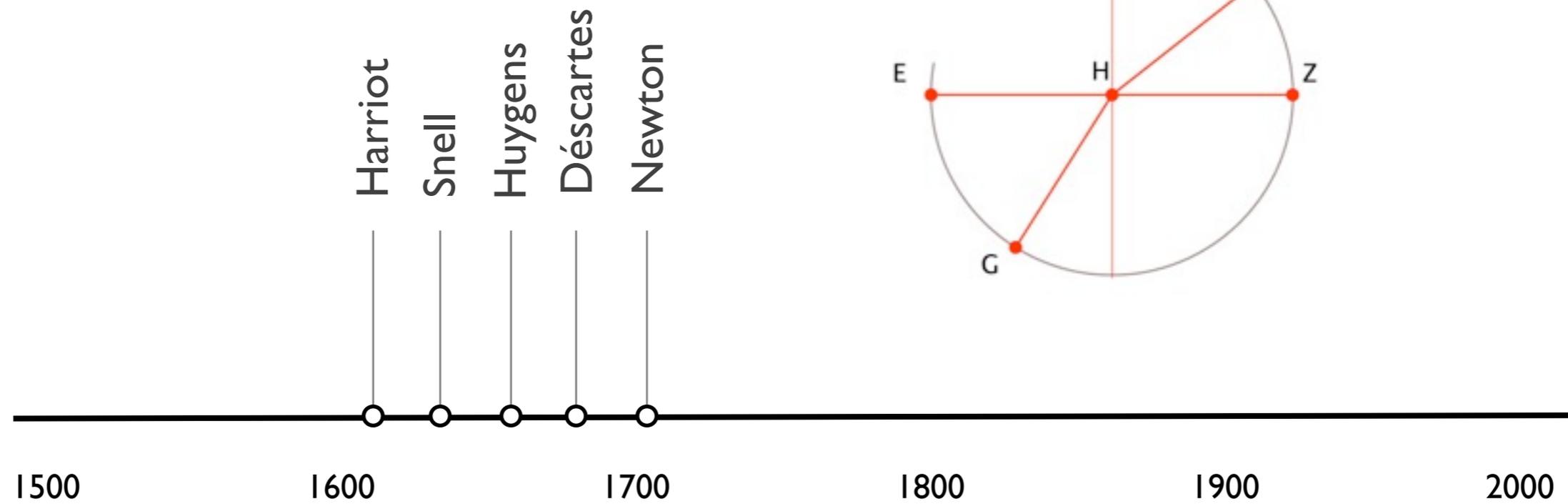


$$\text{sen}(\theta_i) = n_{xy} \text{sen}(\theta_r)$$



Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”

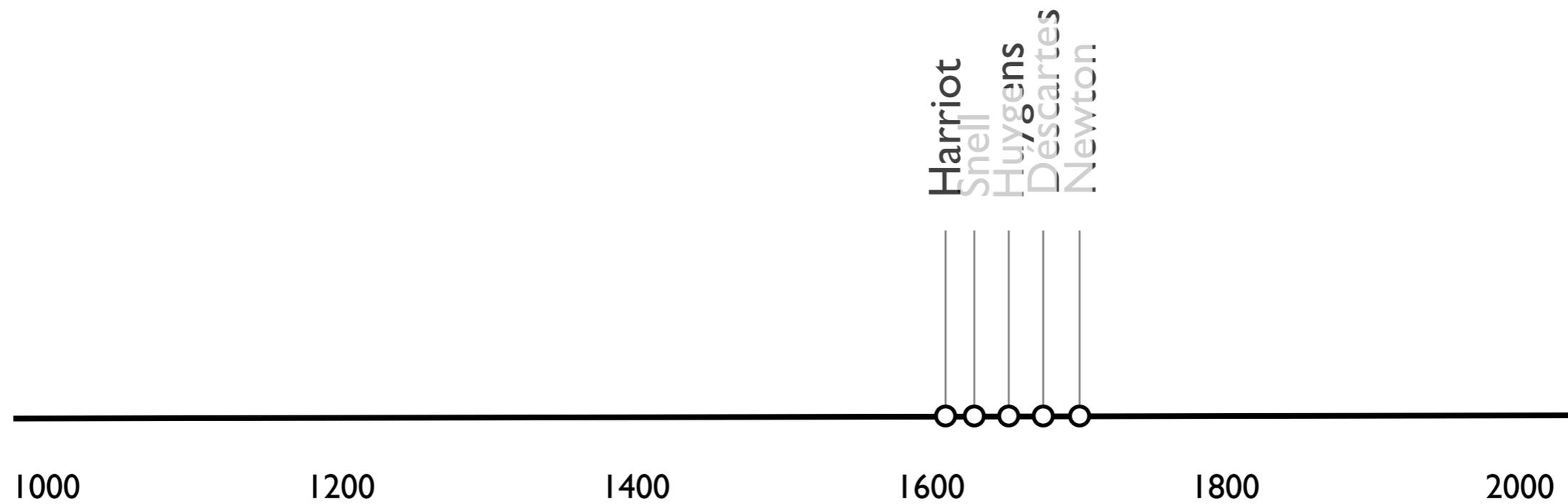


$$\text{sen}(\theta_i) = n_{xy} \text{sen}(\theta_r)$$



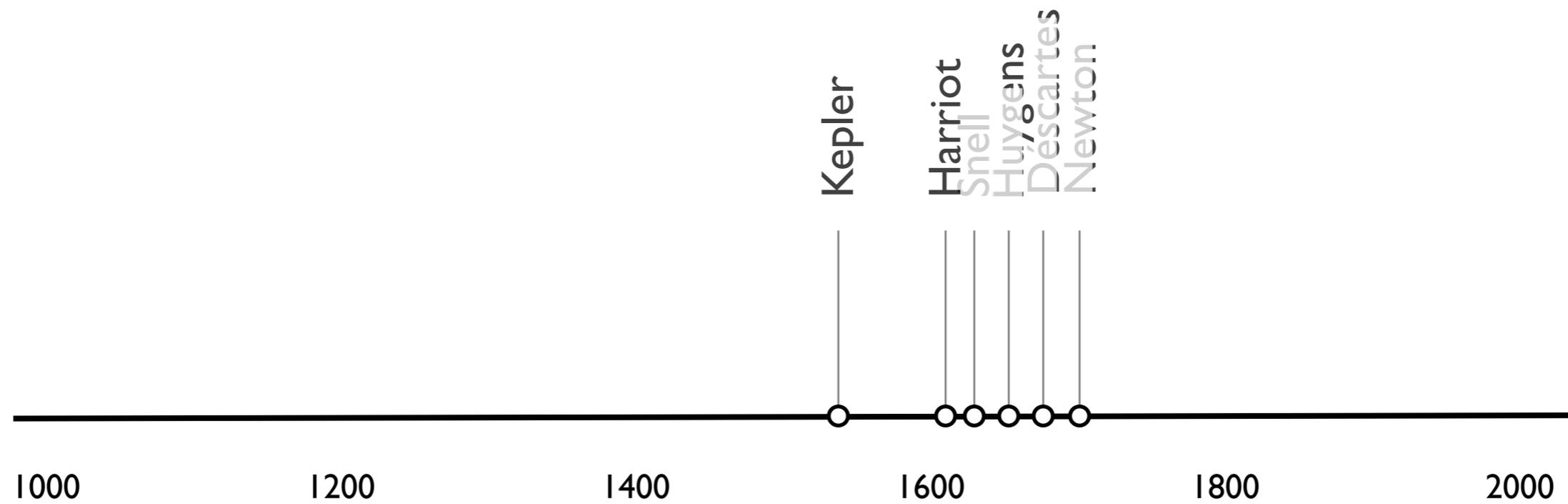
Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”



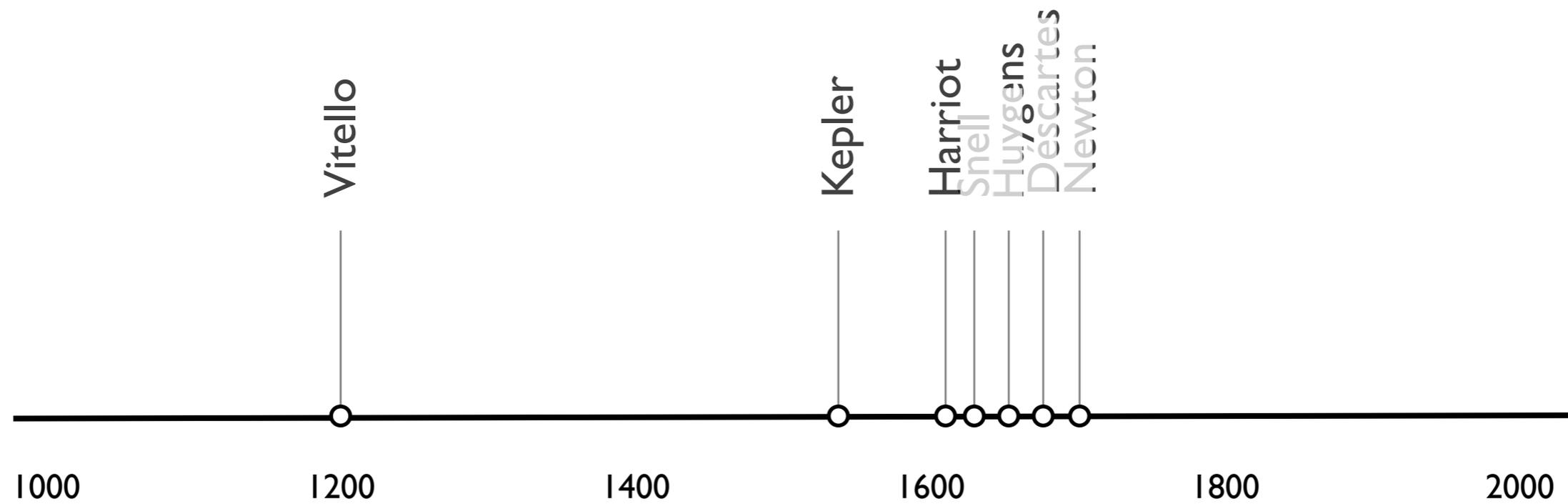
Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”



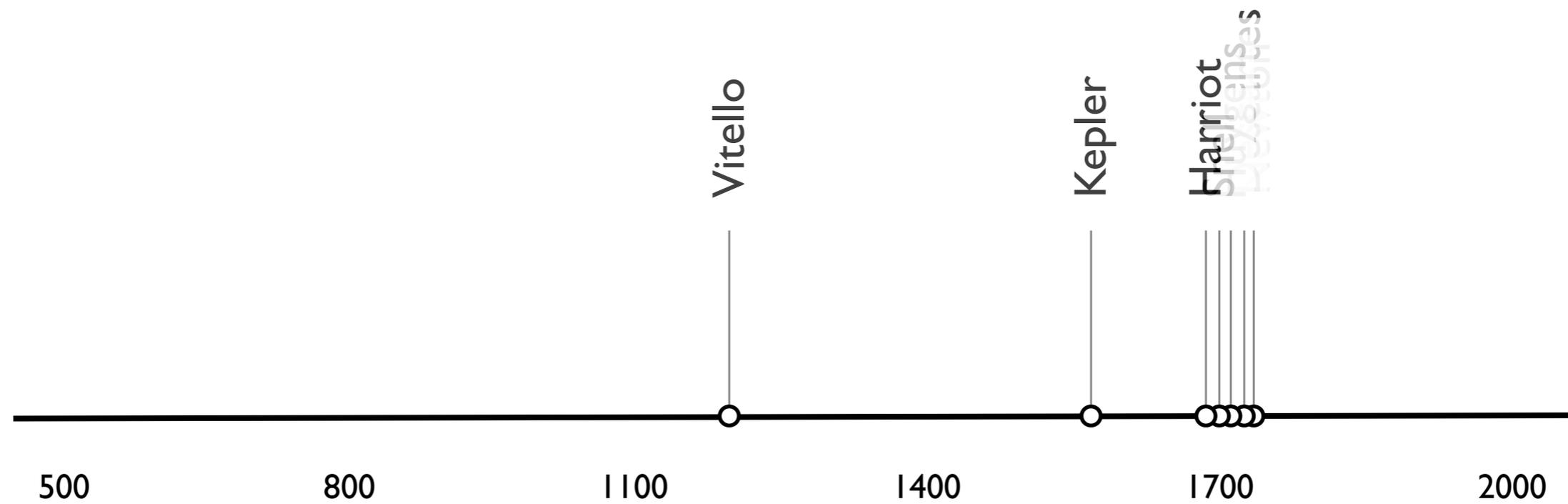
Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”



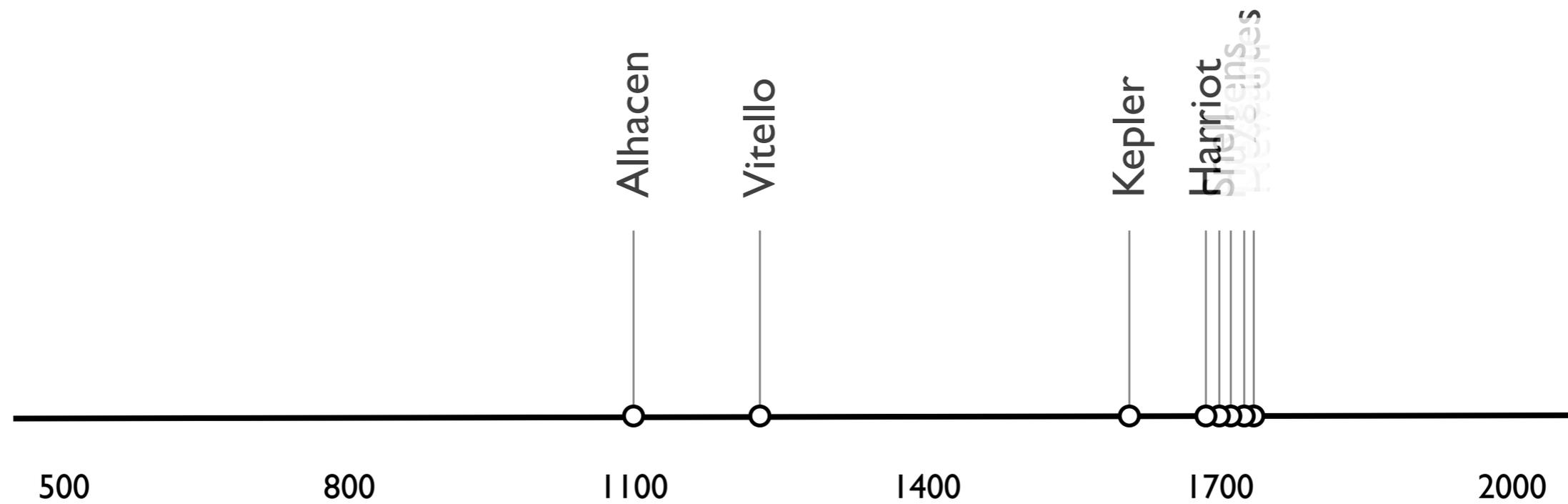
Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”



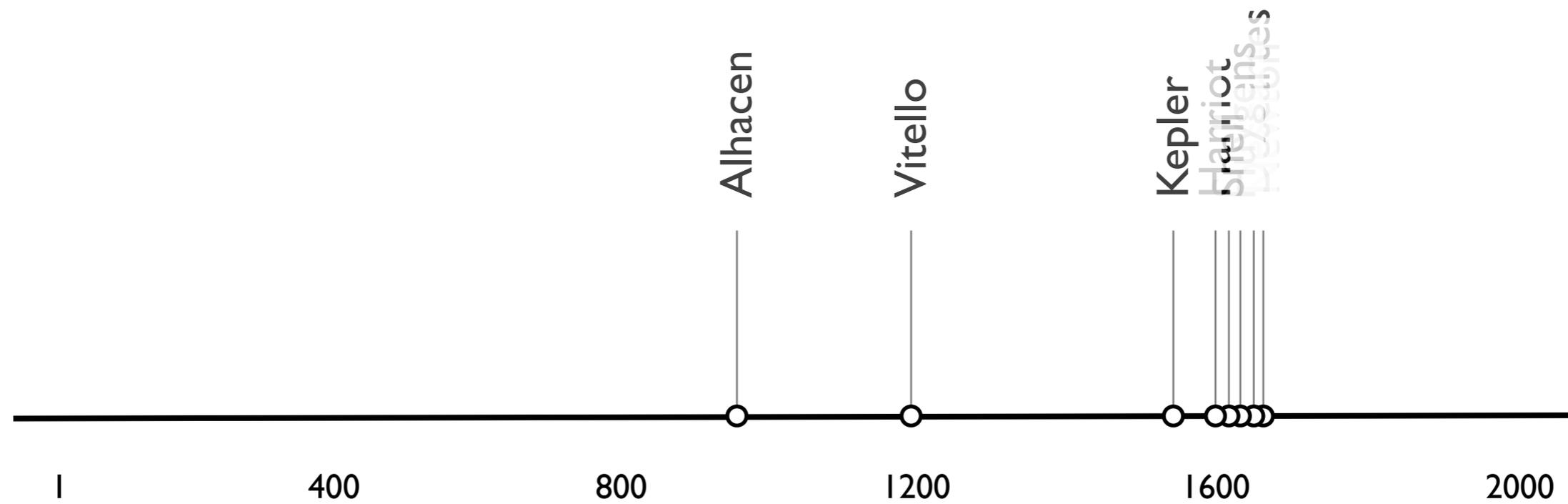
Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”



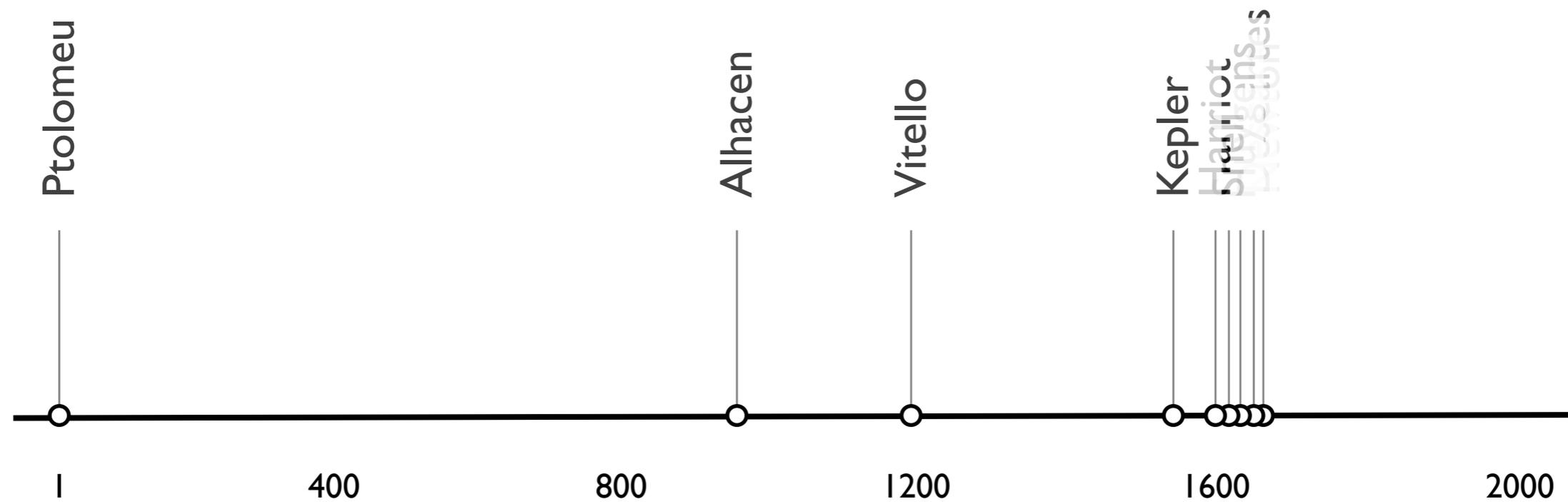
Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”



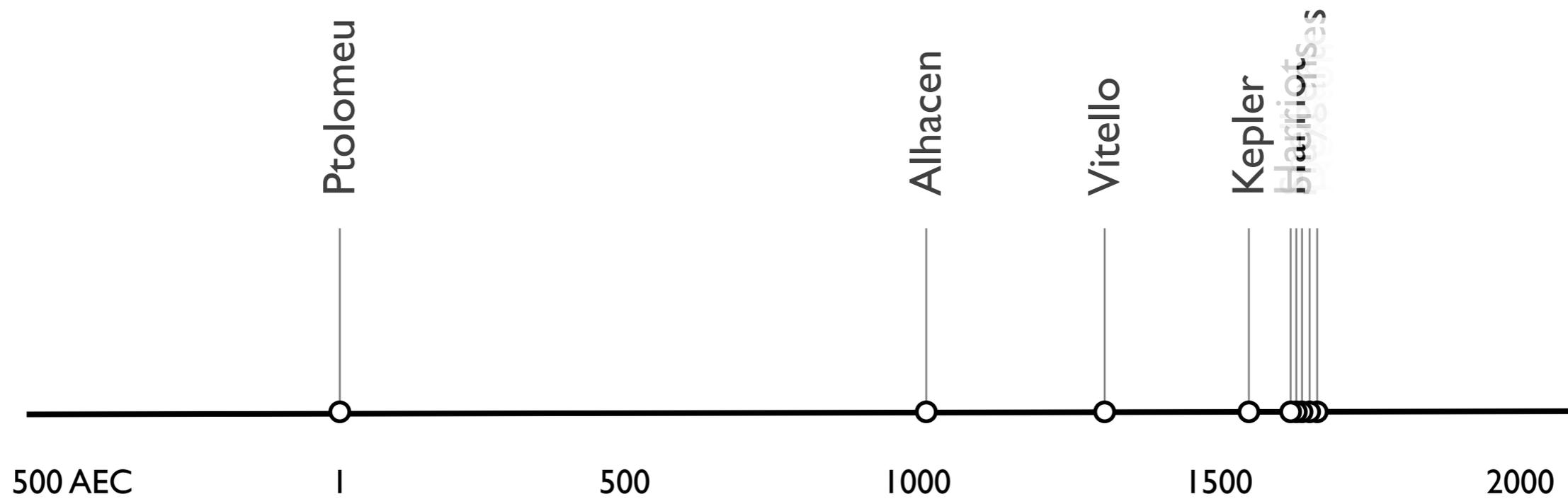
Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”



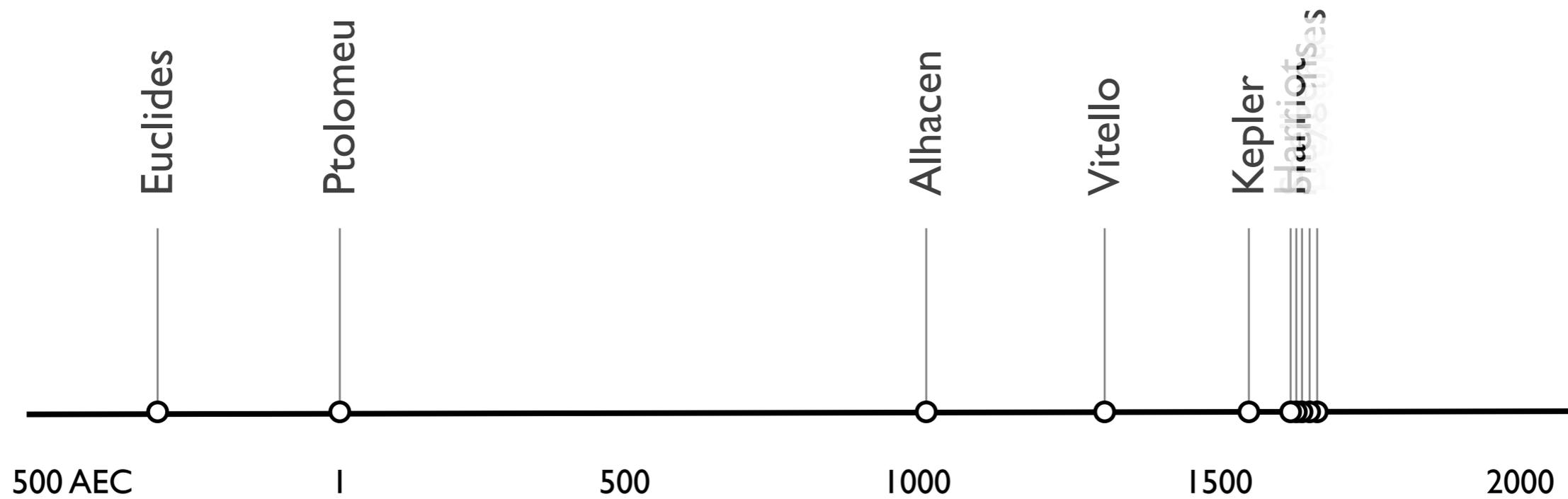
Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”



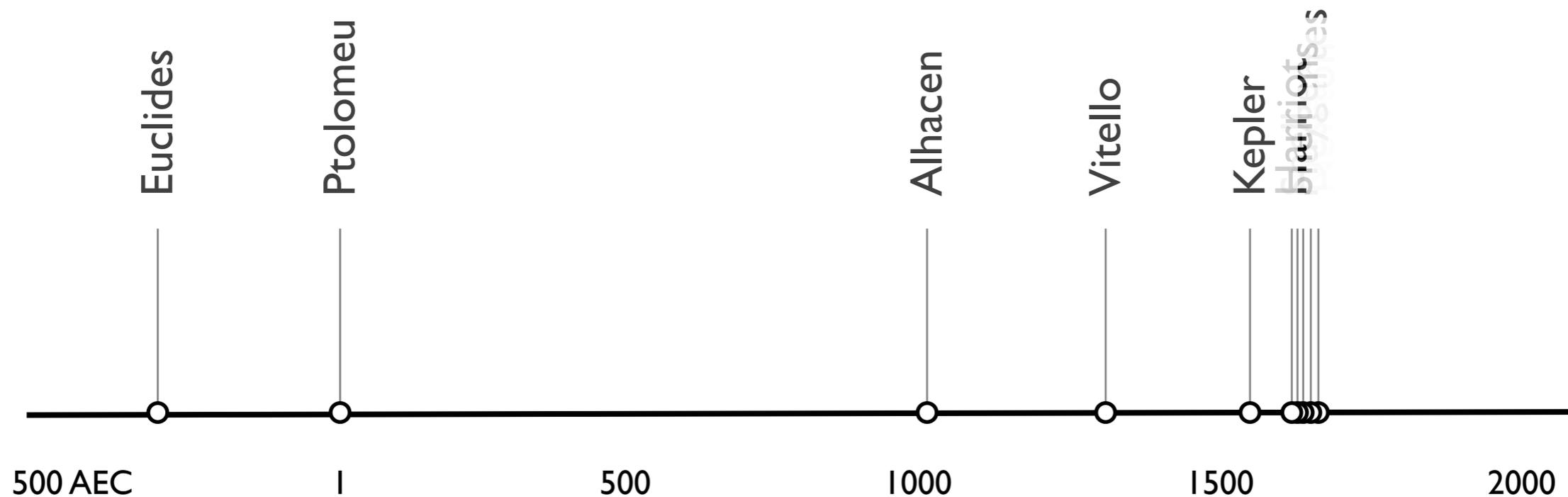
Snell e a “lei dos senos”

- Como o assunto é abordado no ensino médio.
- Descartes, Huygens e Snell.
- A “lei dos senos”



Ptolomeu e a refração

- O quinto livro da Óptica de Ptolomeu: sobre a refração



Em meados do segundo século de nossa era, um egípcio de língua grega vivendo na cidade de Canopus, próxima a Alexandria, desenvolveu um intenso programa de pesquisa que resultou em uma dúzia de livros sobre astronomia, astrologia, óptica, harmonia e cartografia.

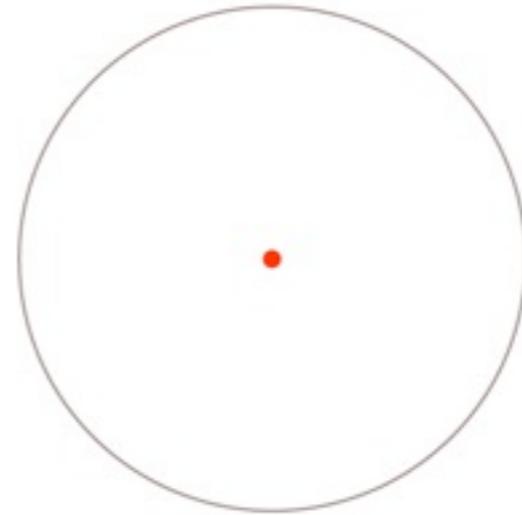
Sobre o número de Arquimedes e o grau ($^\circ$)



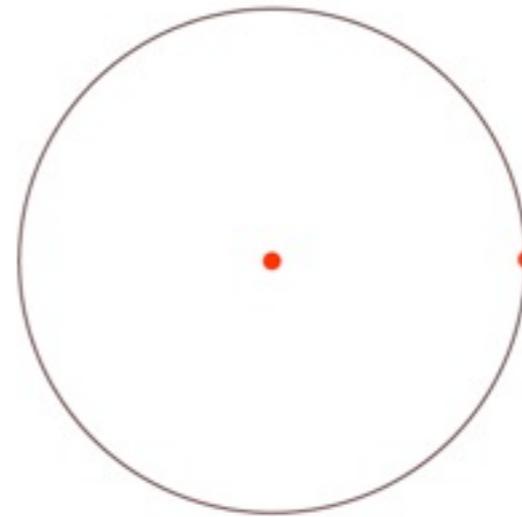
Sobre o número de Arquimedes e o grau ($^\circ$)



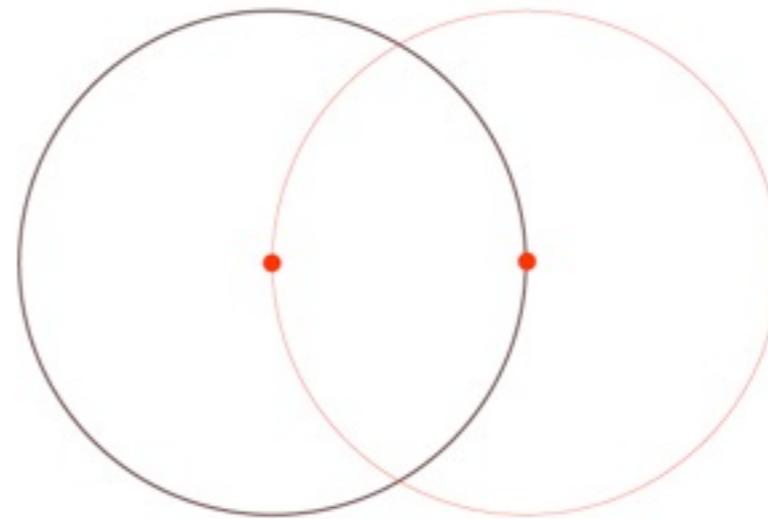
Sobre o número de Arquimedes e o grau (°)



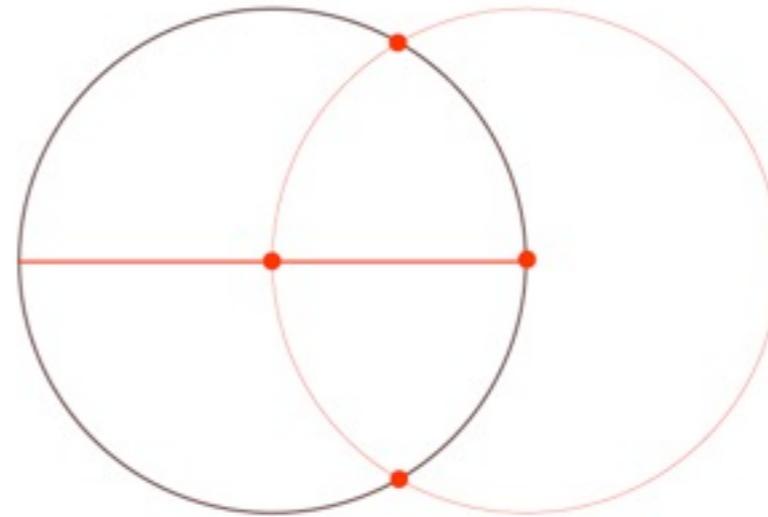
Sobre o número de Arquimedes e o grau (°)



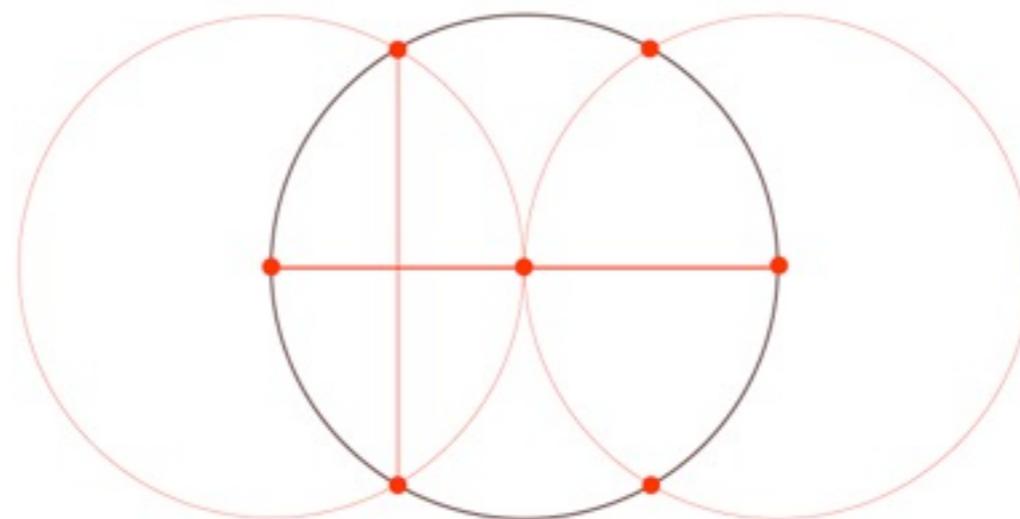
Sobre o número de Arquimedes e o grau ($^\circ$)



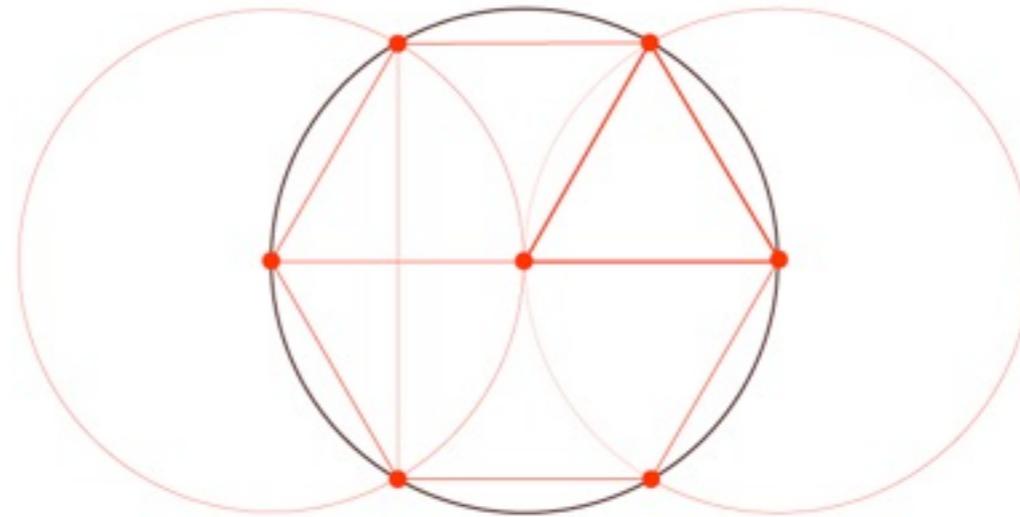
Sobre o número de Arquimedes e o grau ($^\circ$)



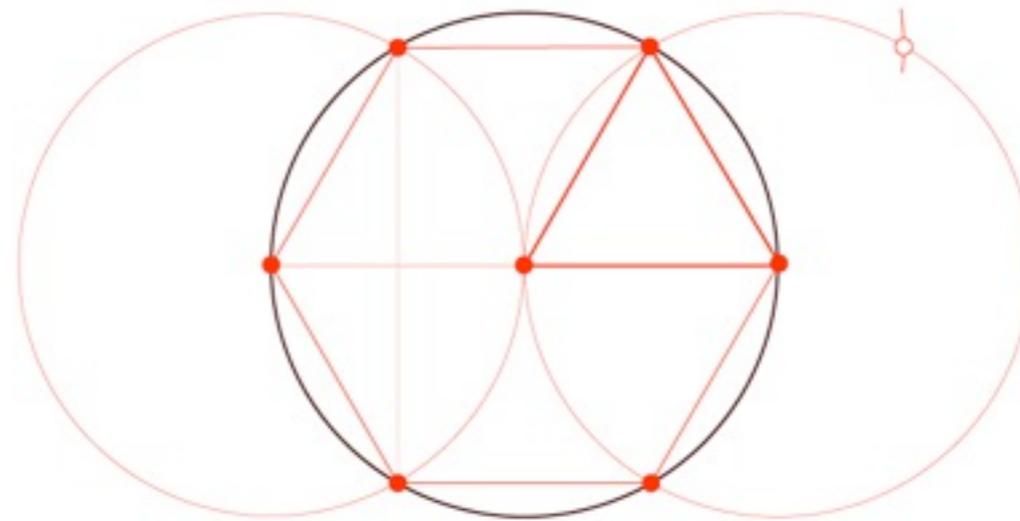
Sobre o número de Arquimedes e o grau ($^\circ$)



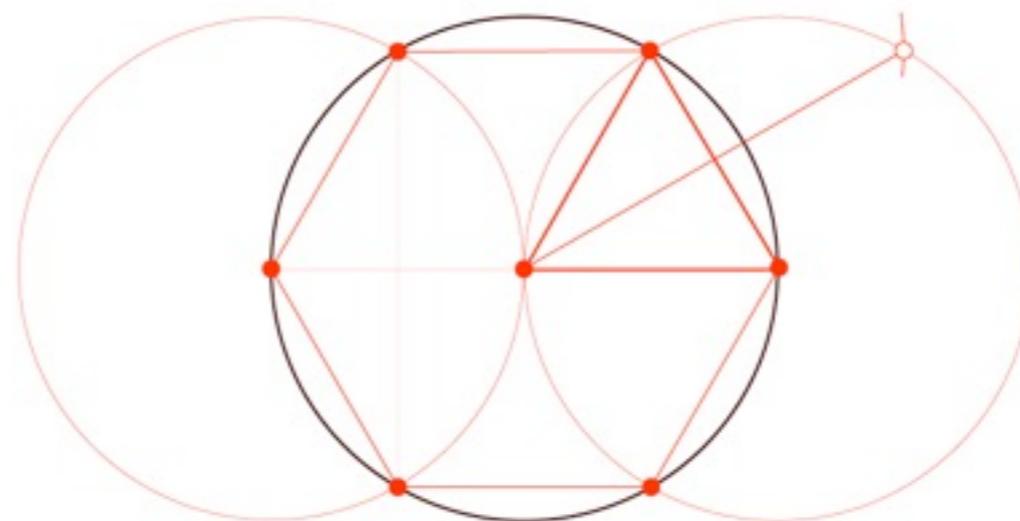
Sobre o número de Arquimedes e o grau ($^{\circ}$)



Sobre o número de Arquimedes e o grau ($^\circ$)



Sobre o número de Arquimedes e o grau ($^\circ$)



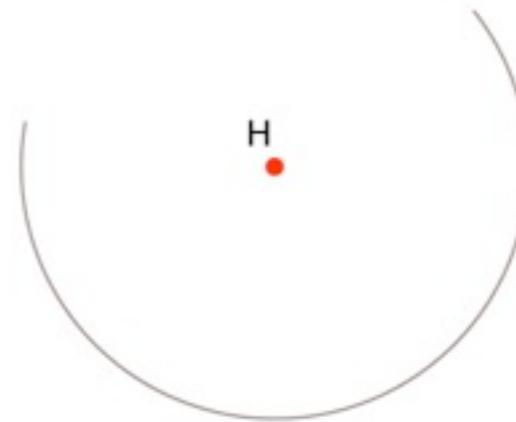
O Baptistir



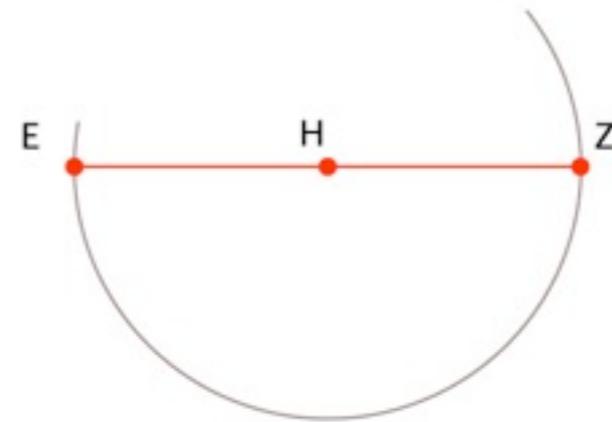
O Baptistir



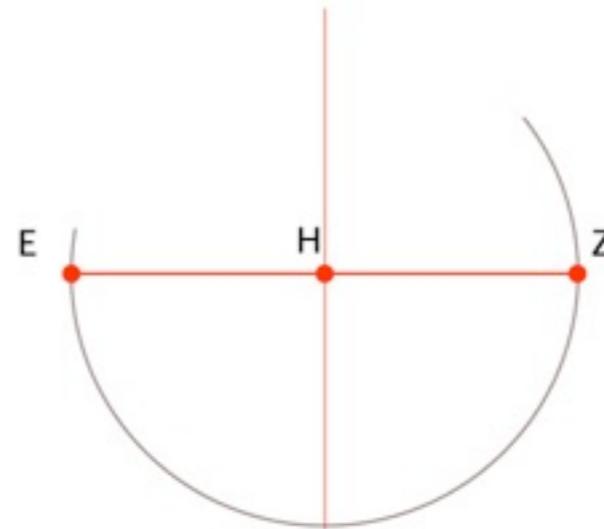
O Baptistir



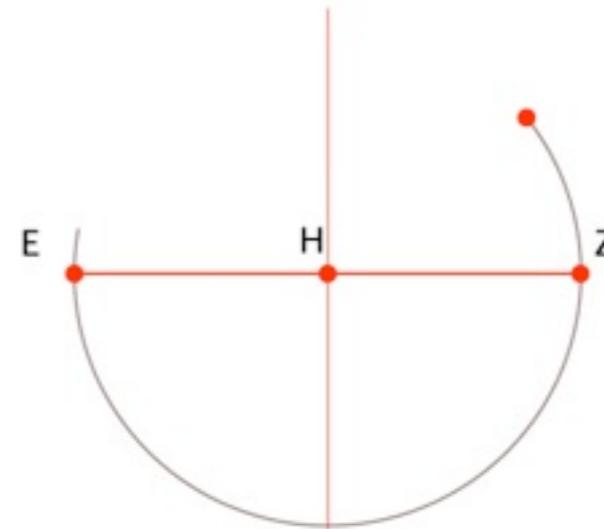
O Baptistir



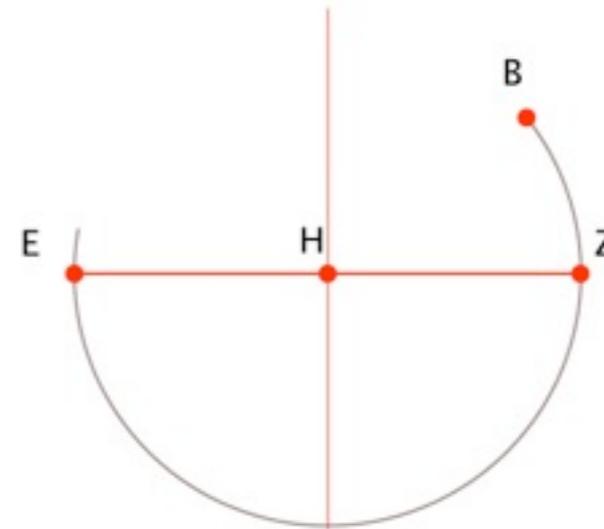
O Baptistir



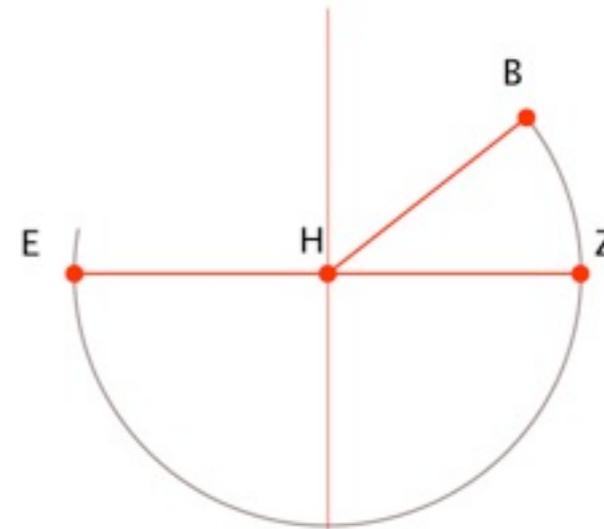
O Baptistir



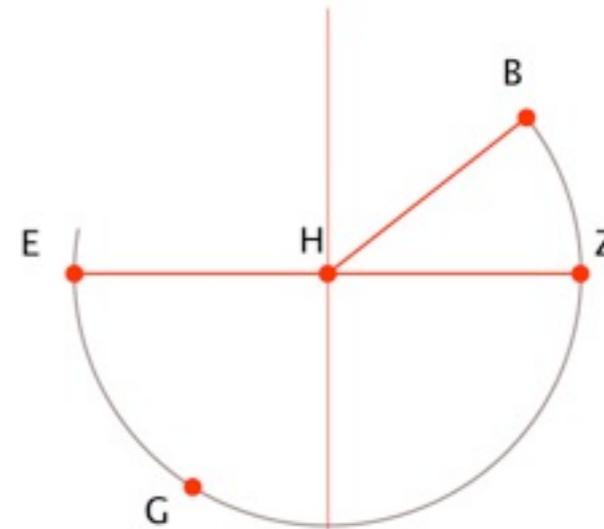
O Baptistir



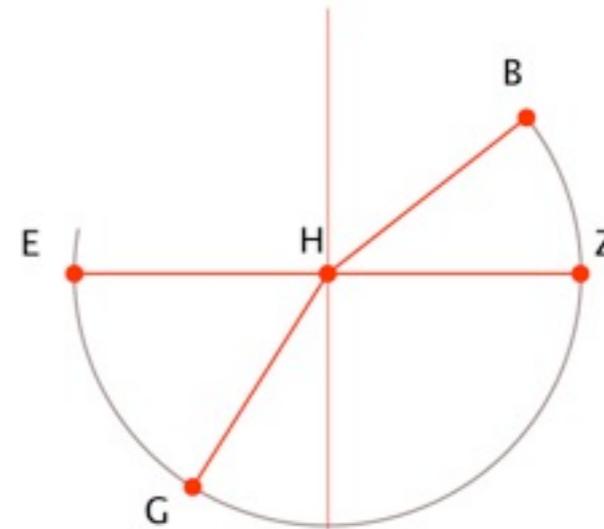
O Baptistir



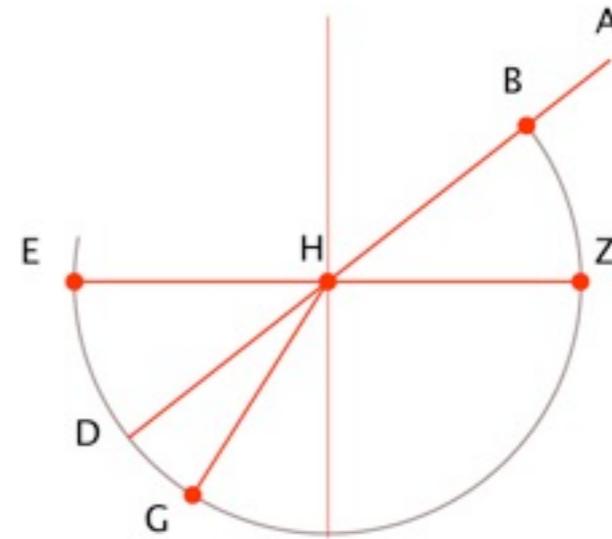
O Baptistir



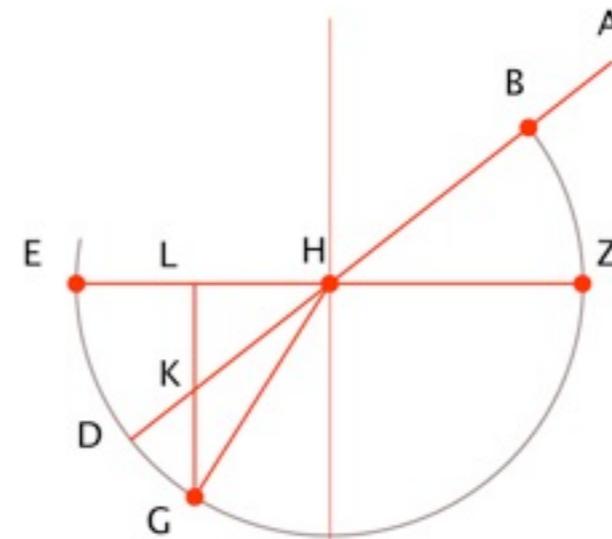
O Baptistir



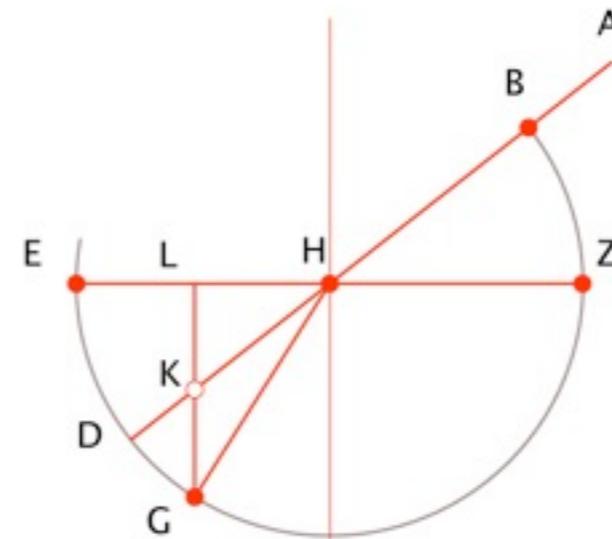
O Baptistir



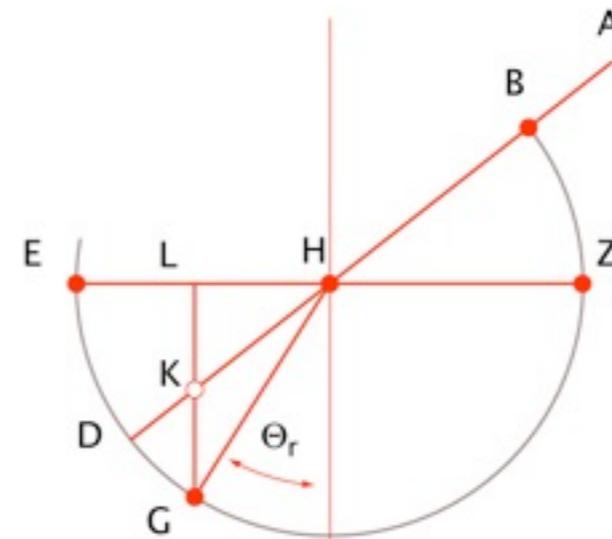
O Baptistir



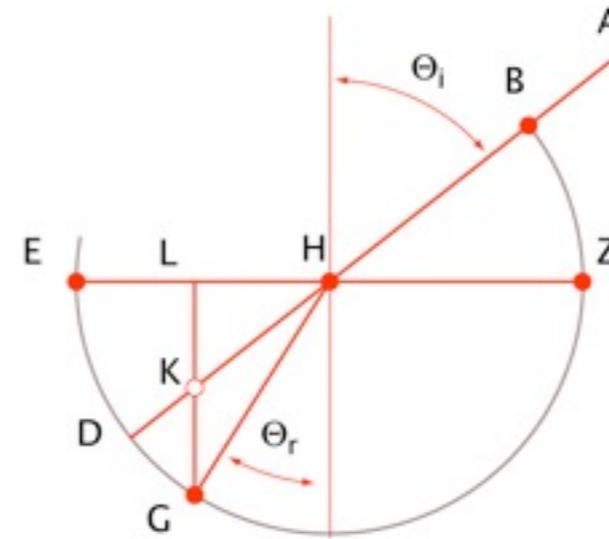
O Baptistir



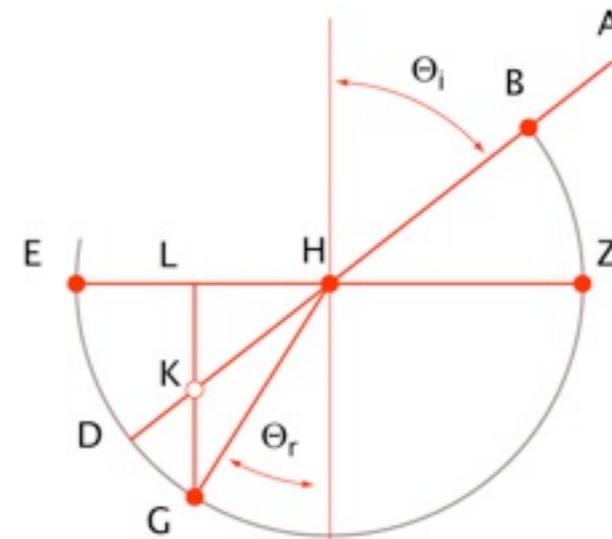
O Baptistir



O Baptistir



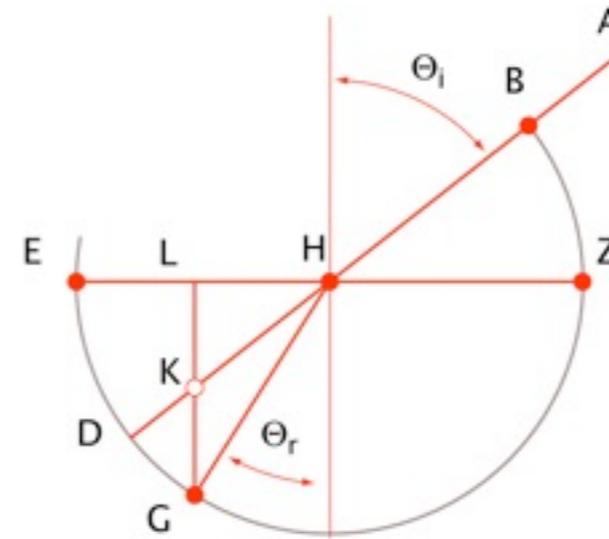
O Baptistir



ar-água



O Baptistir



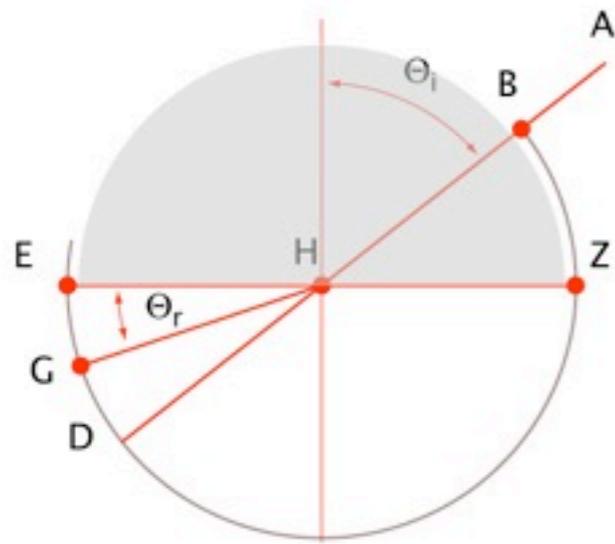
vidro-água

ar-vidro

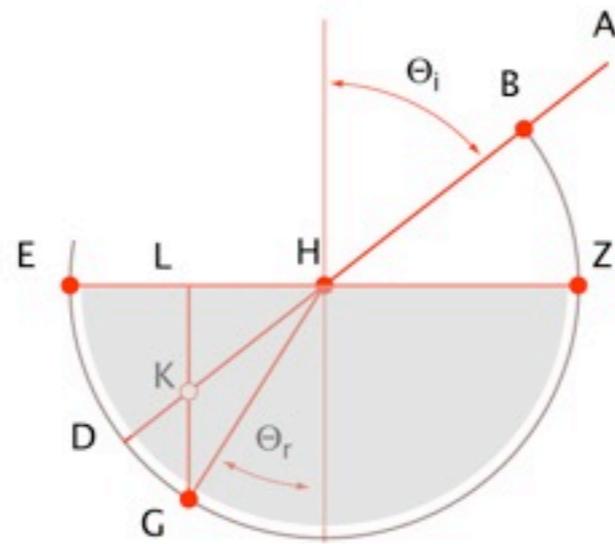
ar-água



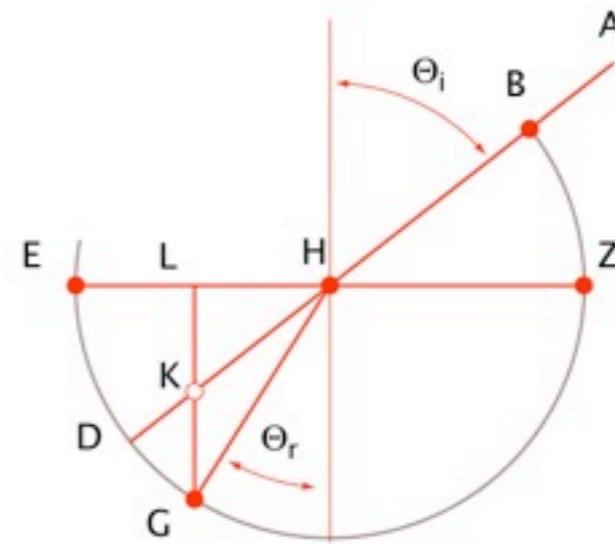
O Baptistir



vidro-água



ar-vidro



ar-água



Refração ar-água, ar-vidro, vidro-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0

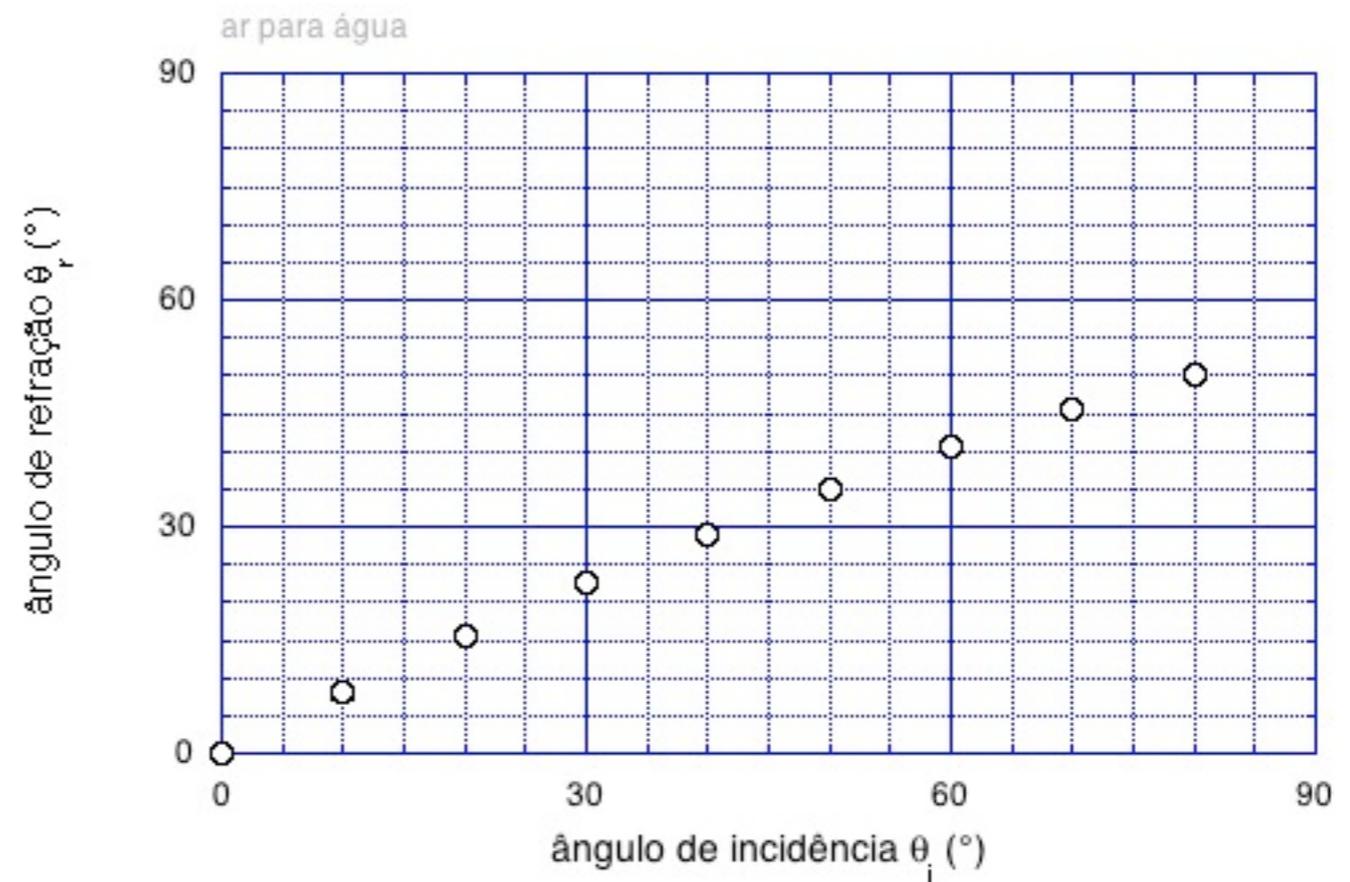
incidência	refração
10	7.0
20	13.5
30	19.5
40	25.0
50	30.0
60	34.5
70	38.5
80	42.0

incidência	refração
10	9.5
20	18.5
30	27.0
40	35.0
50	42.5
60	49.5
70	56.0
80	62.0



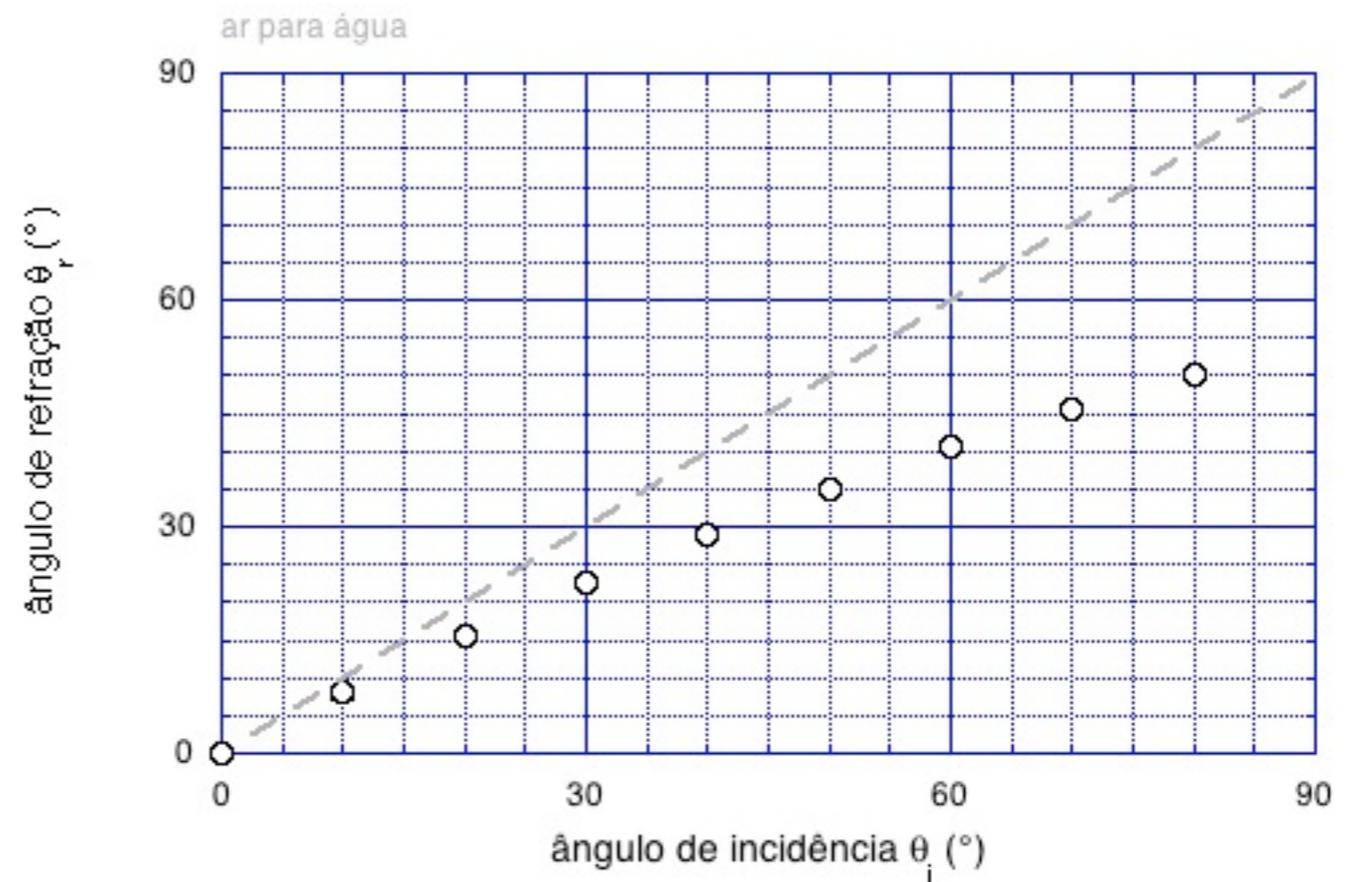
Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



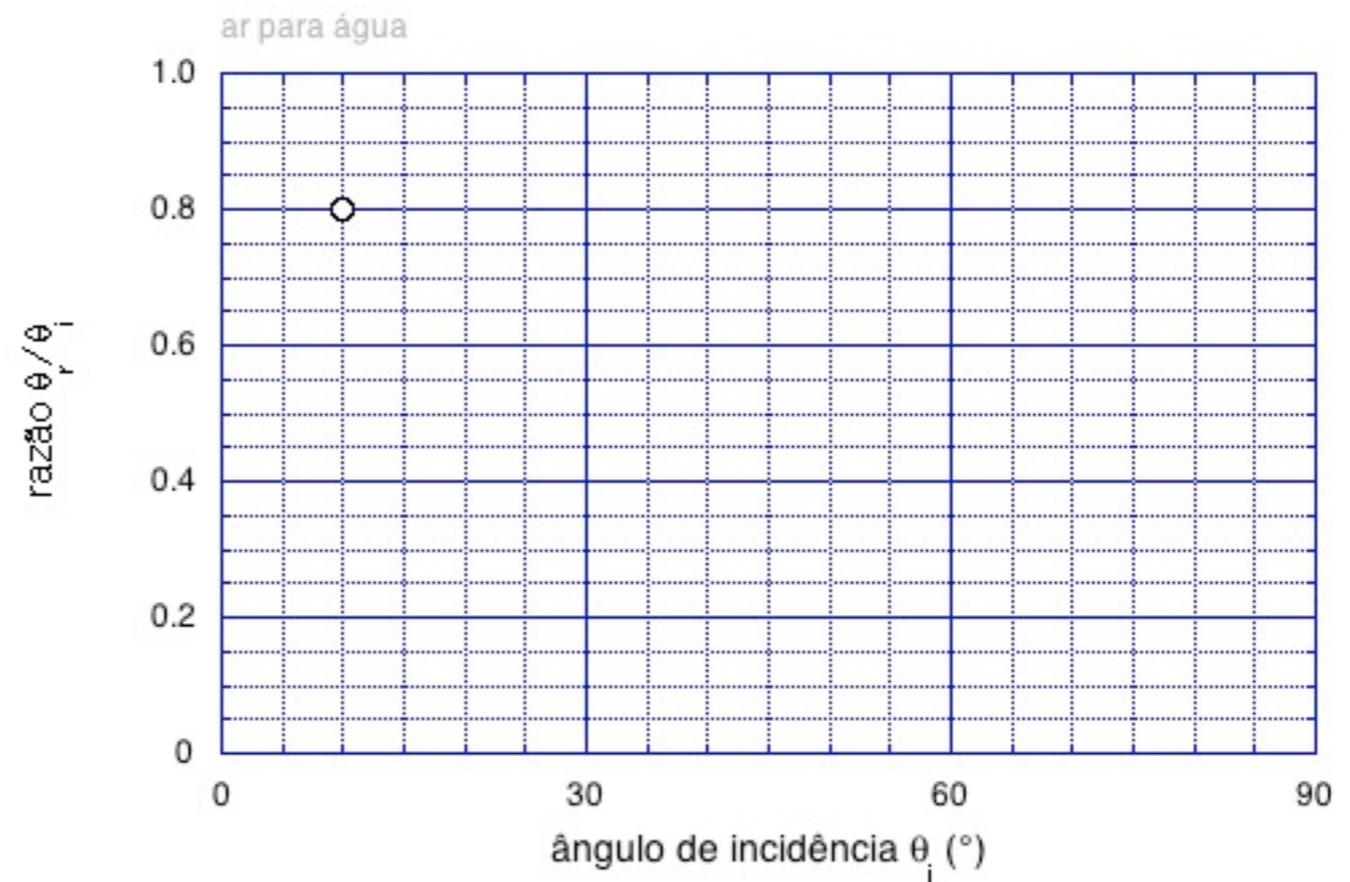
Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



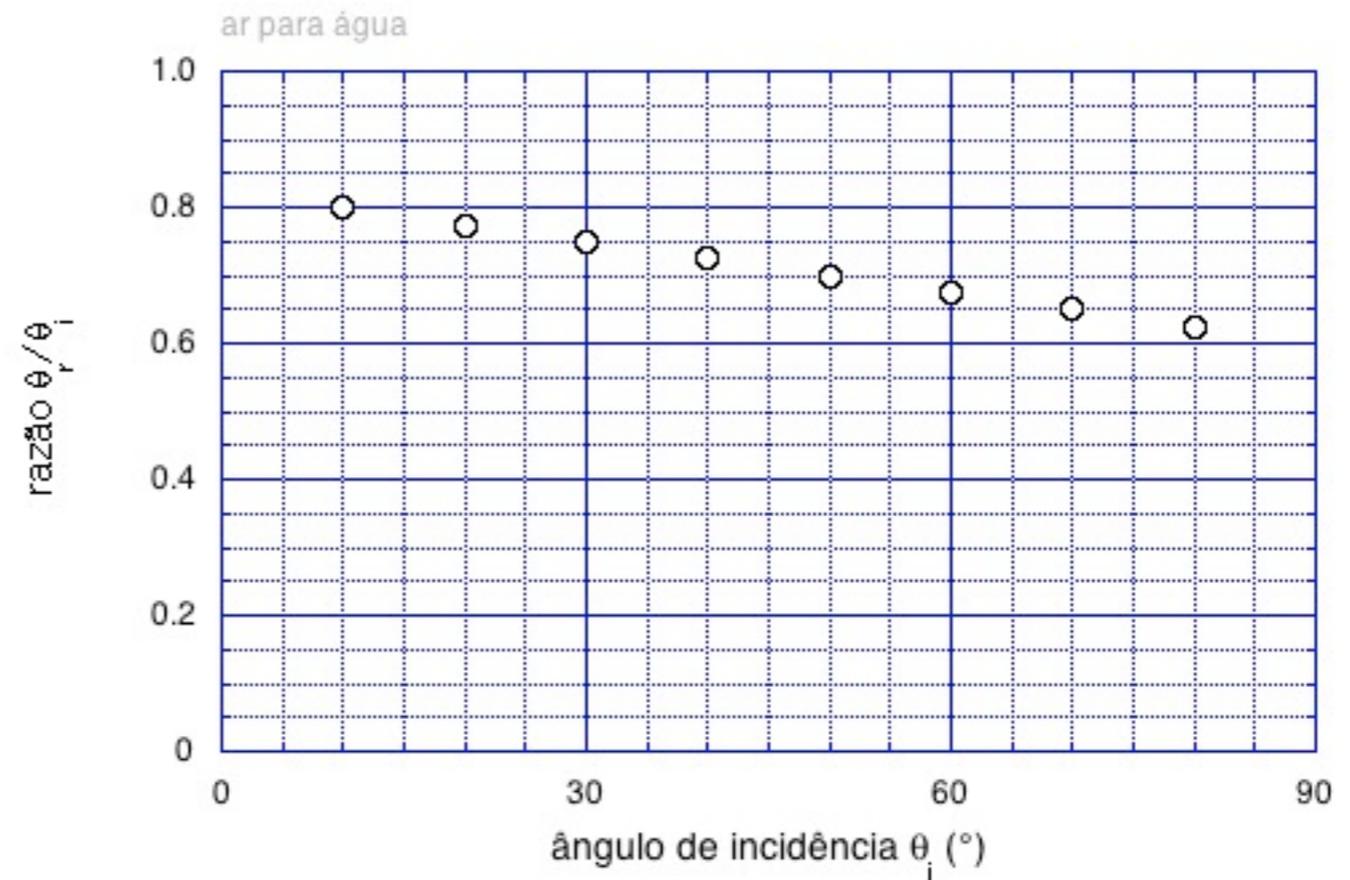
Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



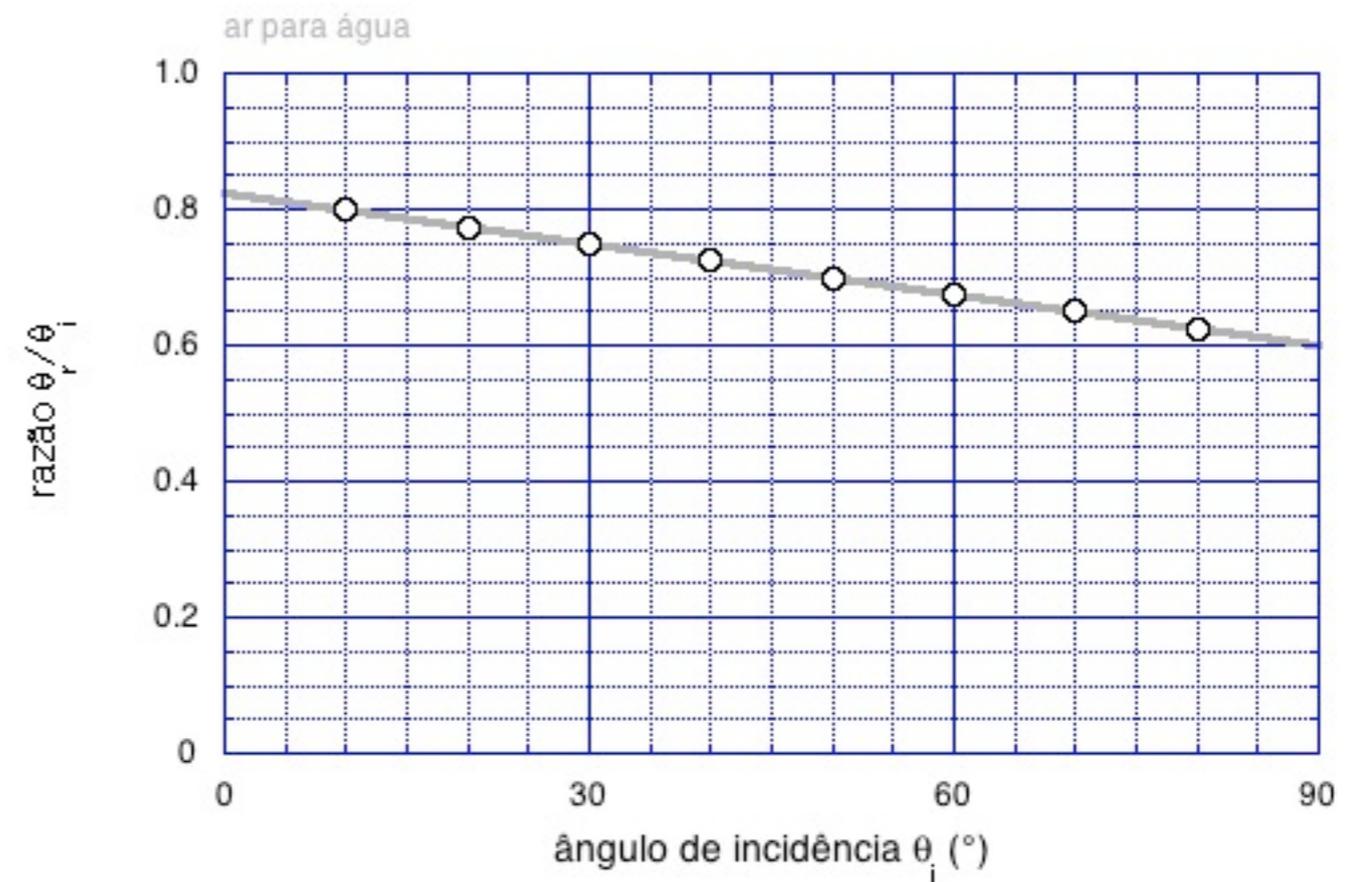
Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



Refração ar-água

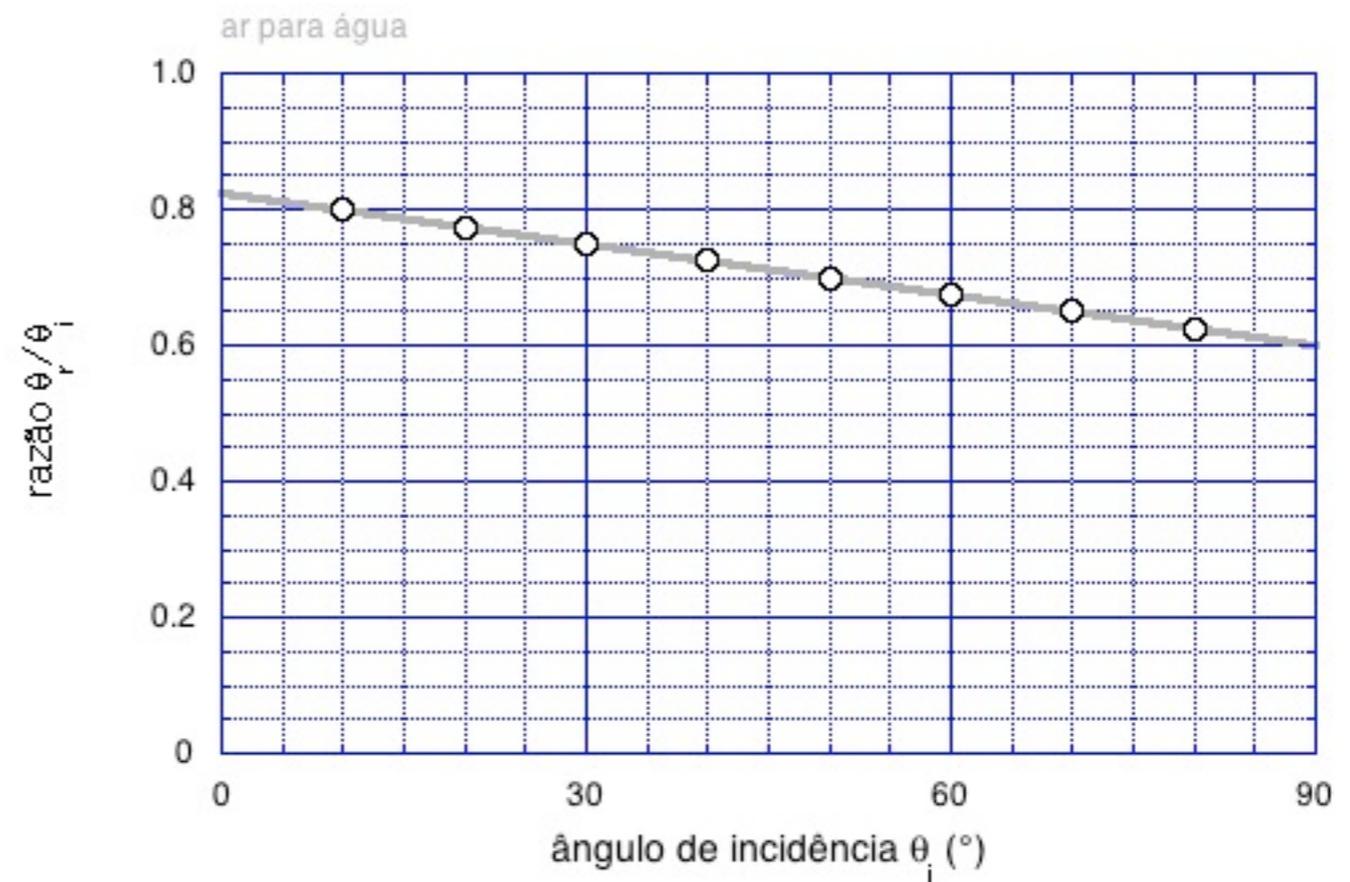
incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



Refração ar-água

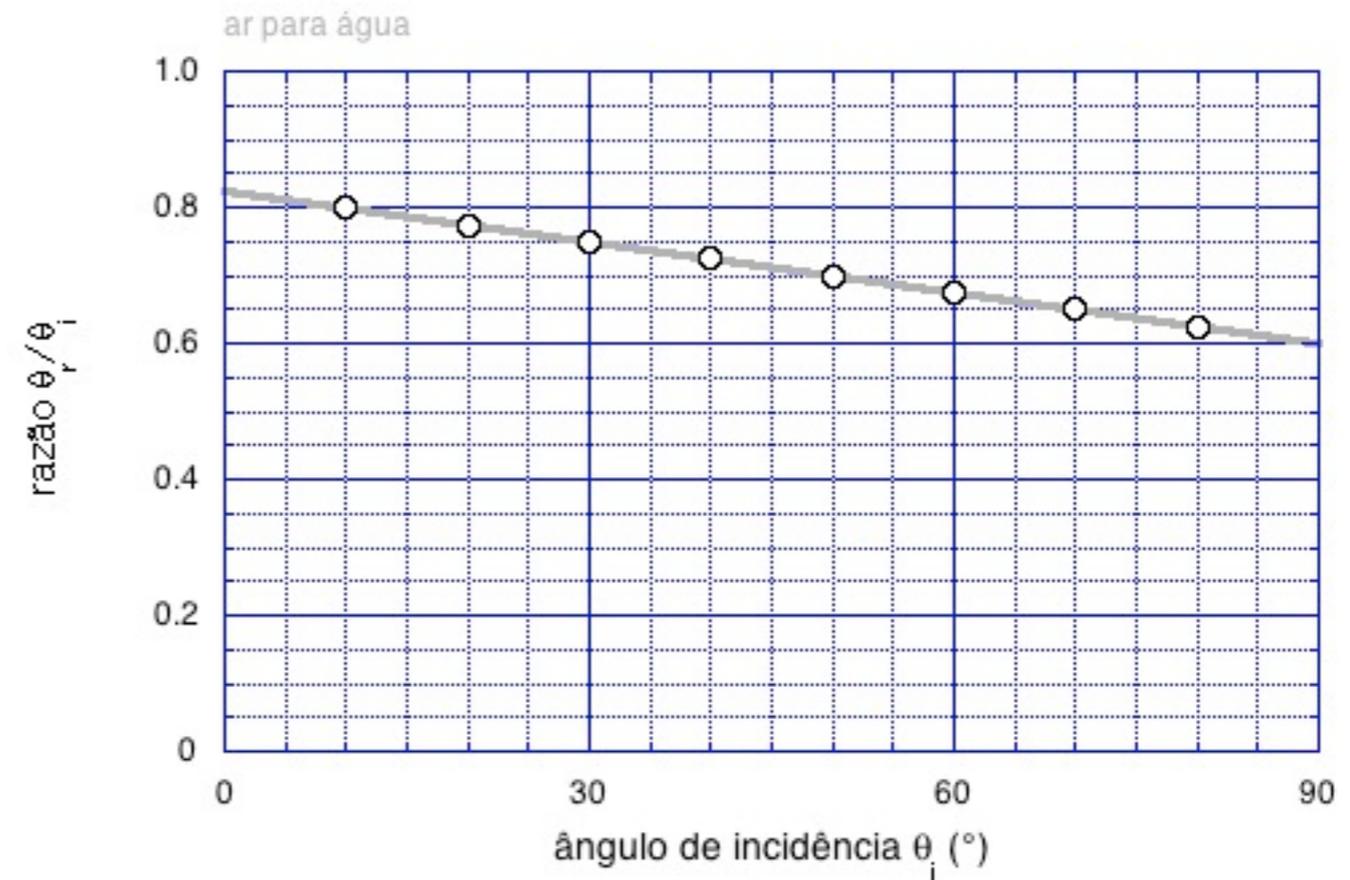
incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0

$$\frac{\theta_r}{\theta_i} = a - b \theta_i$$



Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



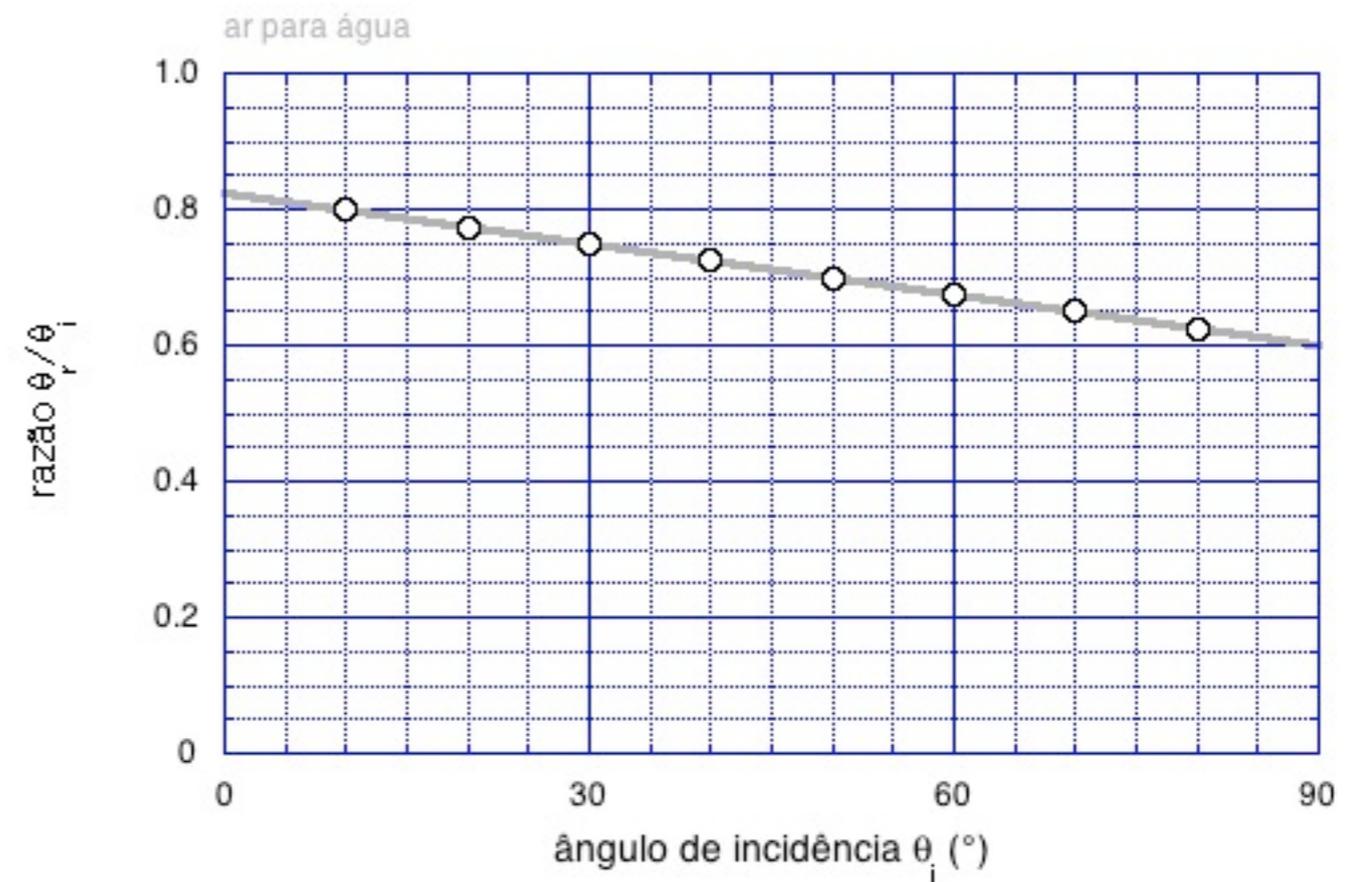
$$\frac{\theta_r}{\theta_i} = a - b \theta_i$$

$$a \approx 0,82 = \frac{33}{40}$$



Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



$$\frac{\theta_r}{\theta_i} = a - b \theta_i$$

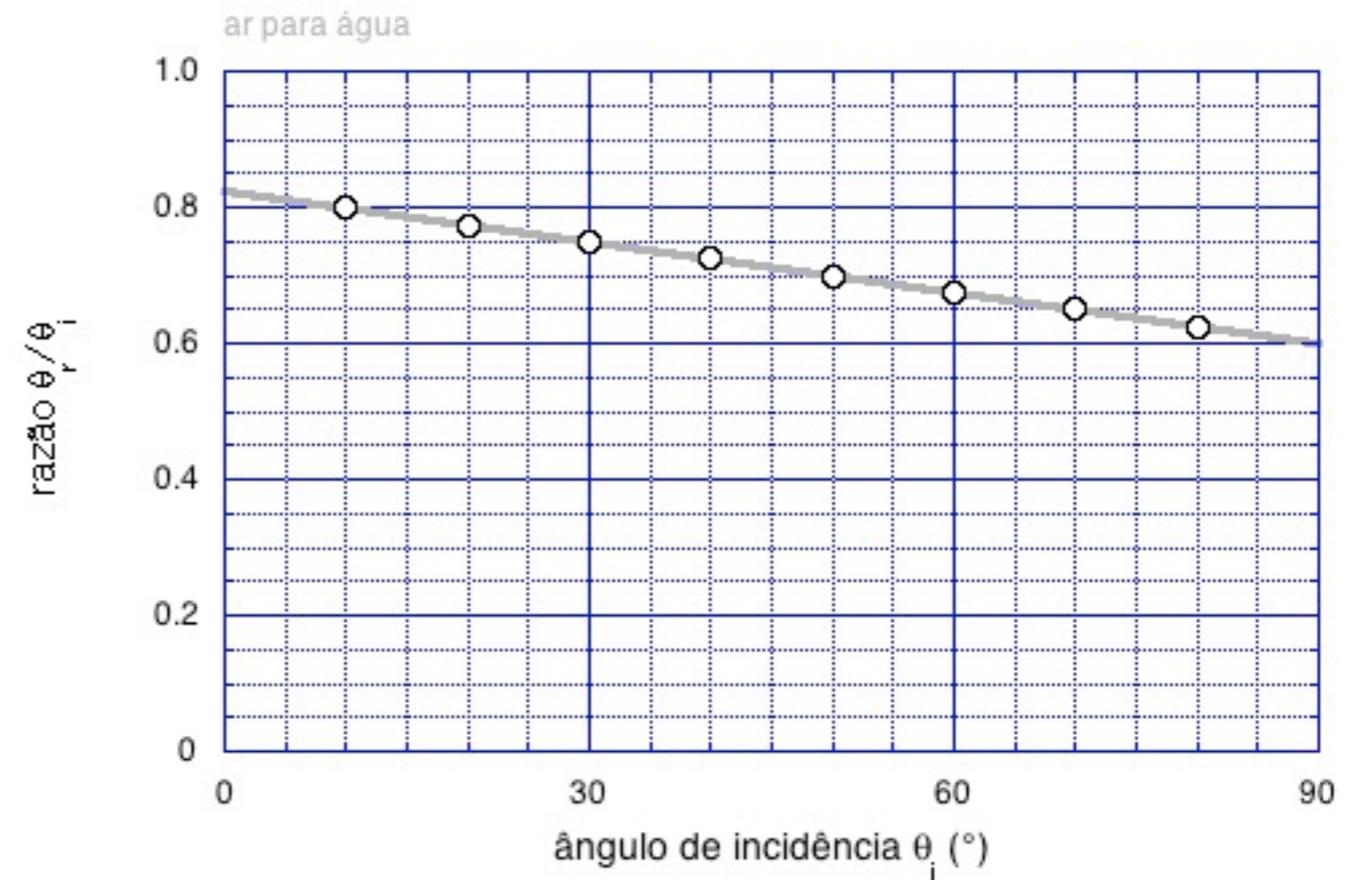
$$a \approx 0,82 = \frac{33}{40}$$

$$b = \frac{0,82 - 0,60}{90 - 0} = \frac{22}{900} \approx \frac{1}{400}$$



Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



$$\frac{\theta_r}{\theta_i} = a - b \theta_i$$

$$a \approx 0,82 = \frac{33}{40}$$

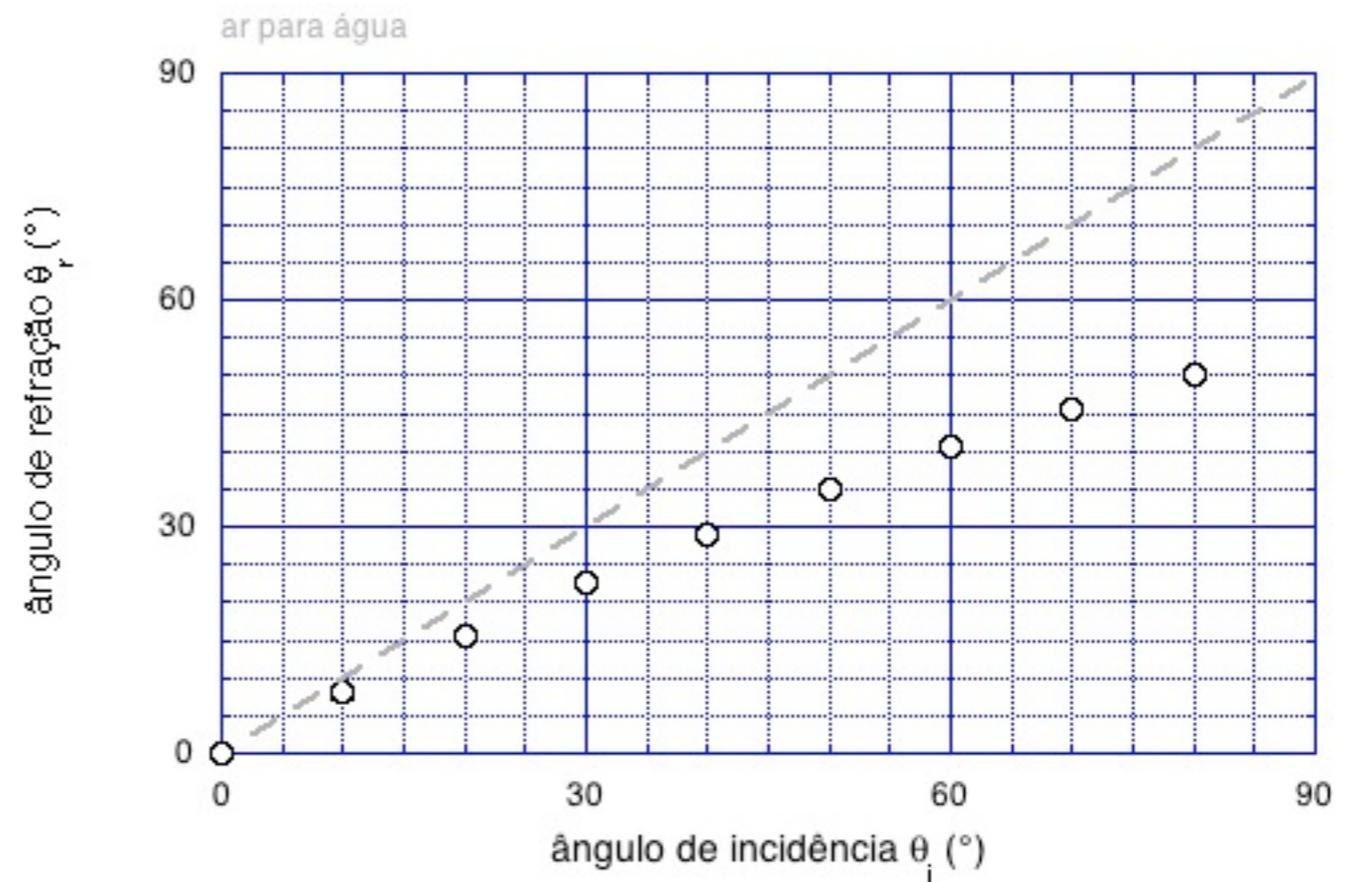
$$b = \frac{0,82 - 0,60}{90 - 0} = \frac{22}{900} \approx \frac{1}{400}$$

$$\theta_r = a \theta_i - b \theta_i^2$$



Refração ar-água

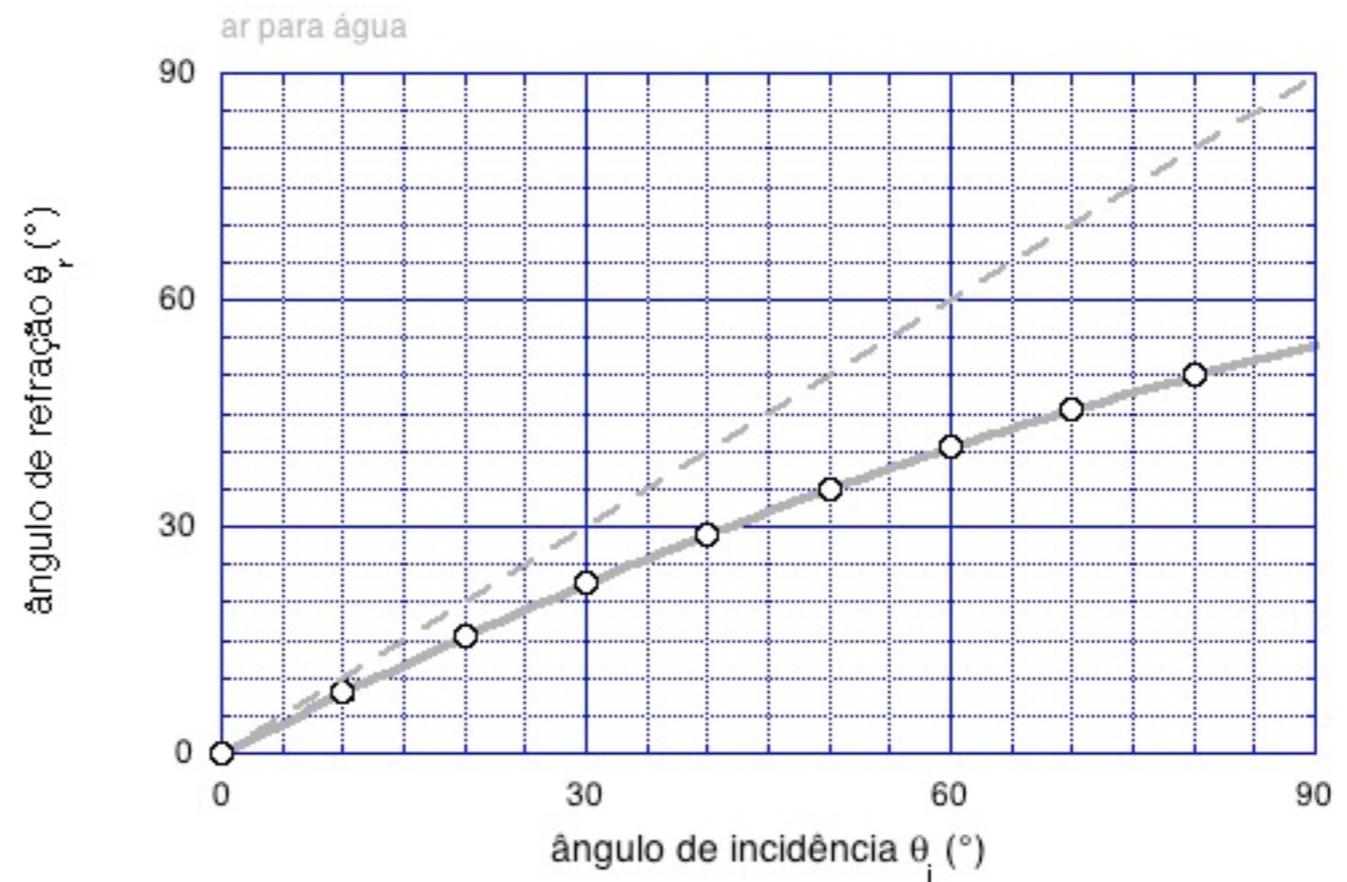
incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



$$\theta_r = a \theta_i - b \theta_i^2$$

Refração ar-água

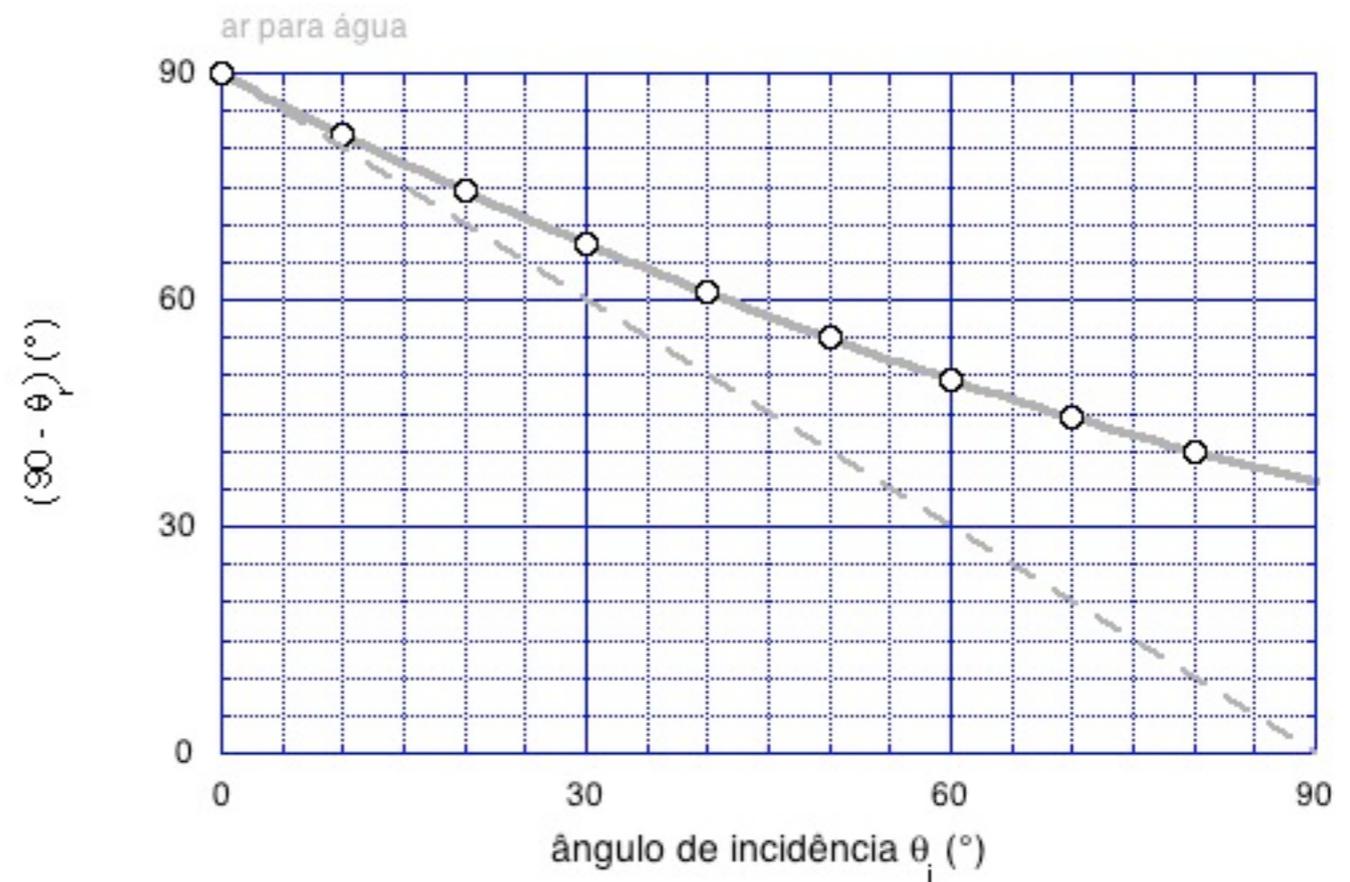
incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



$$\theta_r = a \theta_i - b \theta_i^2$$

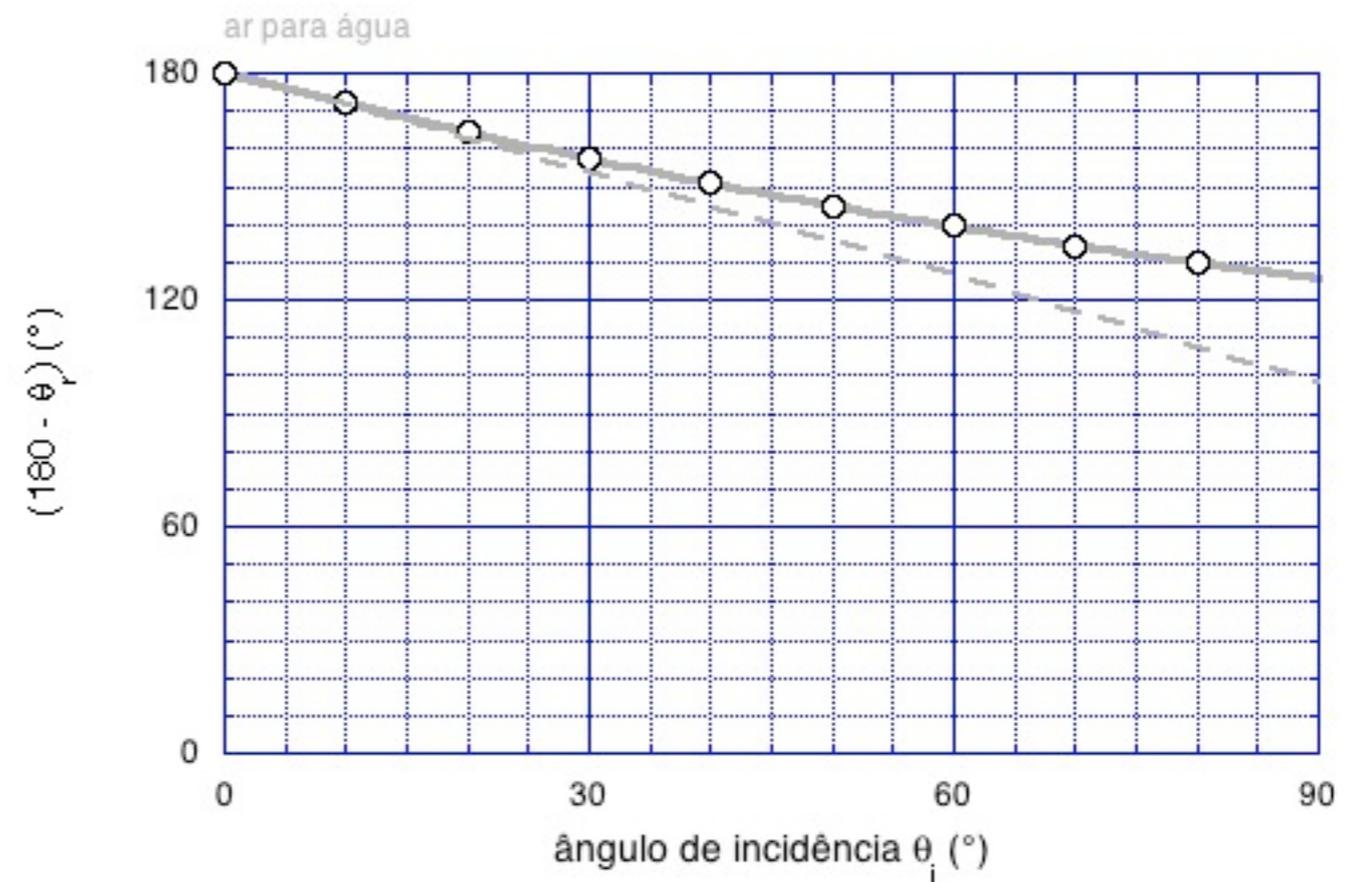
Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



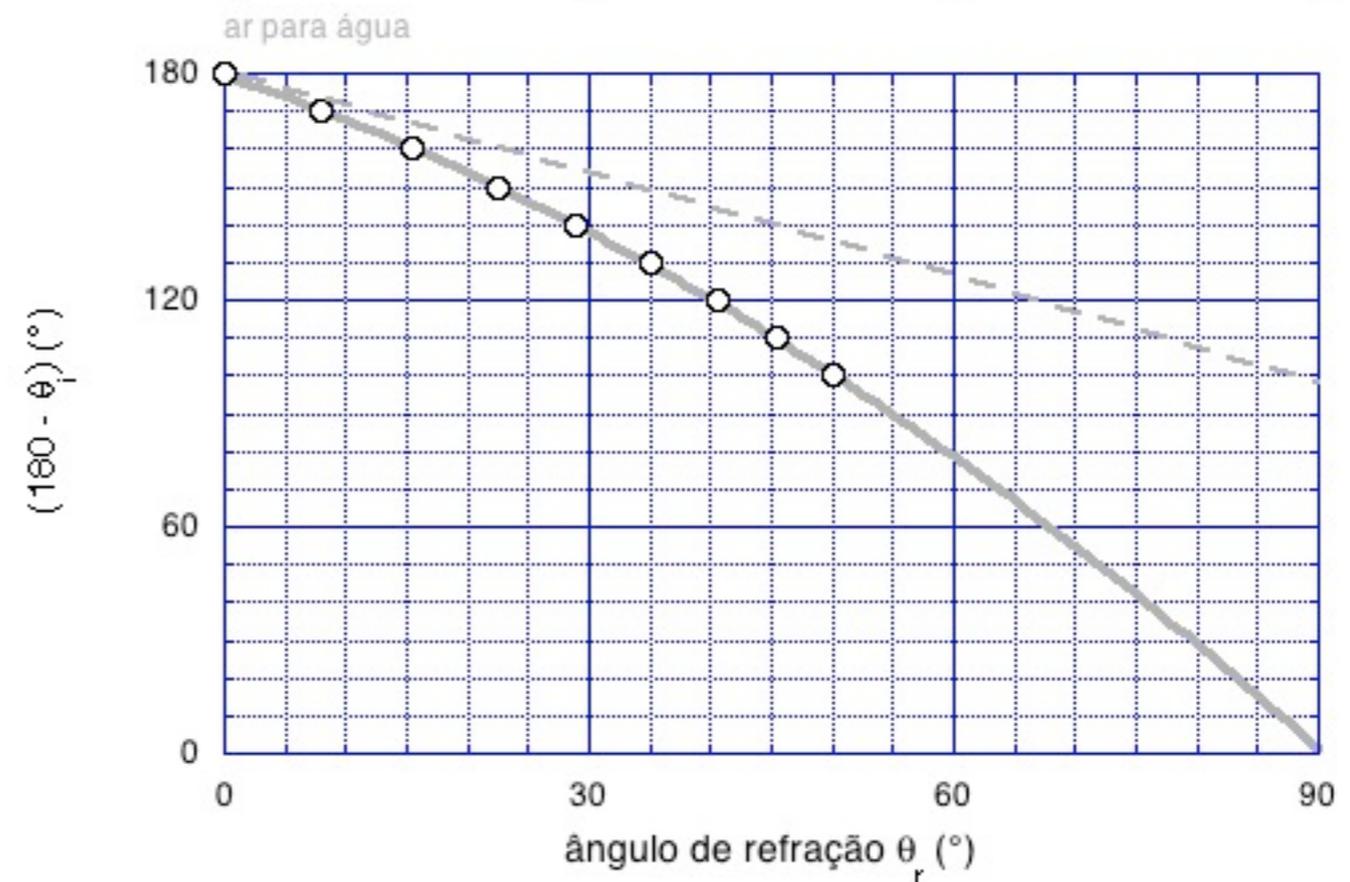
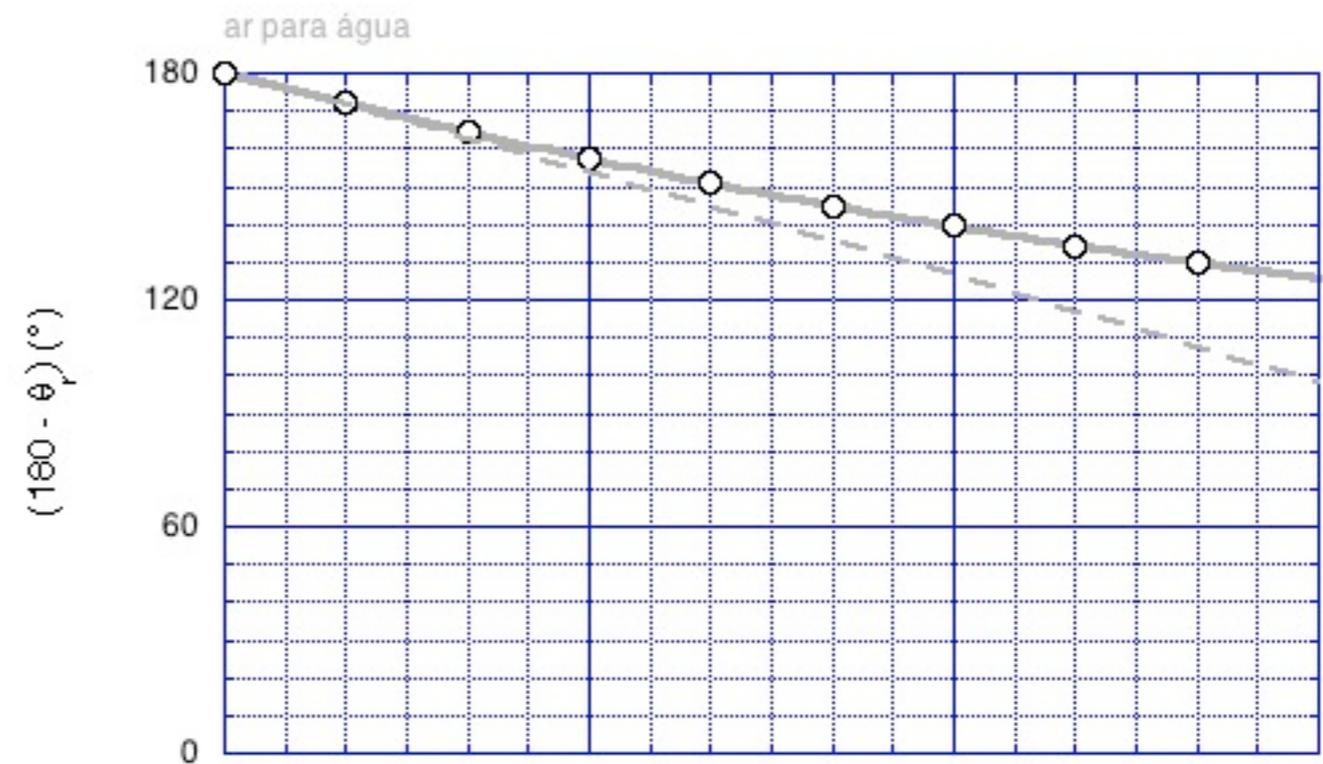
Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



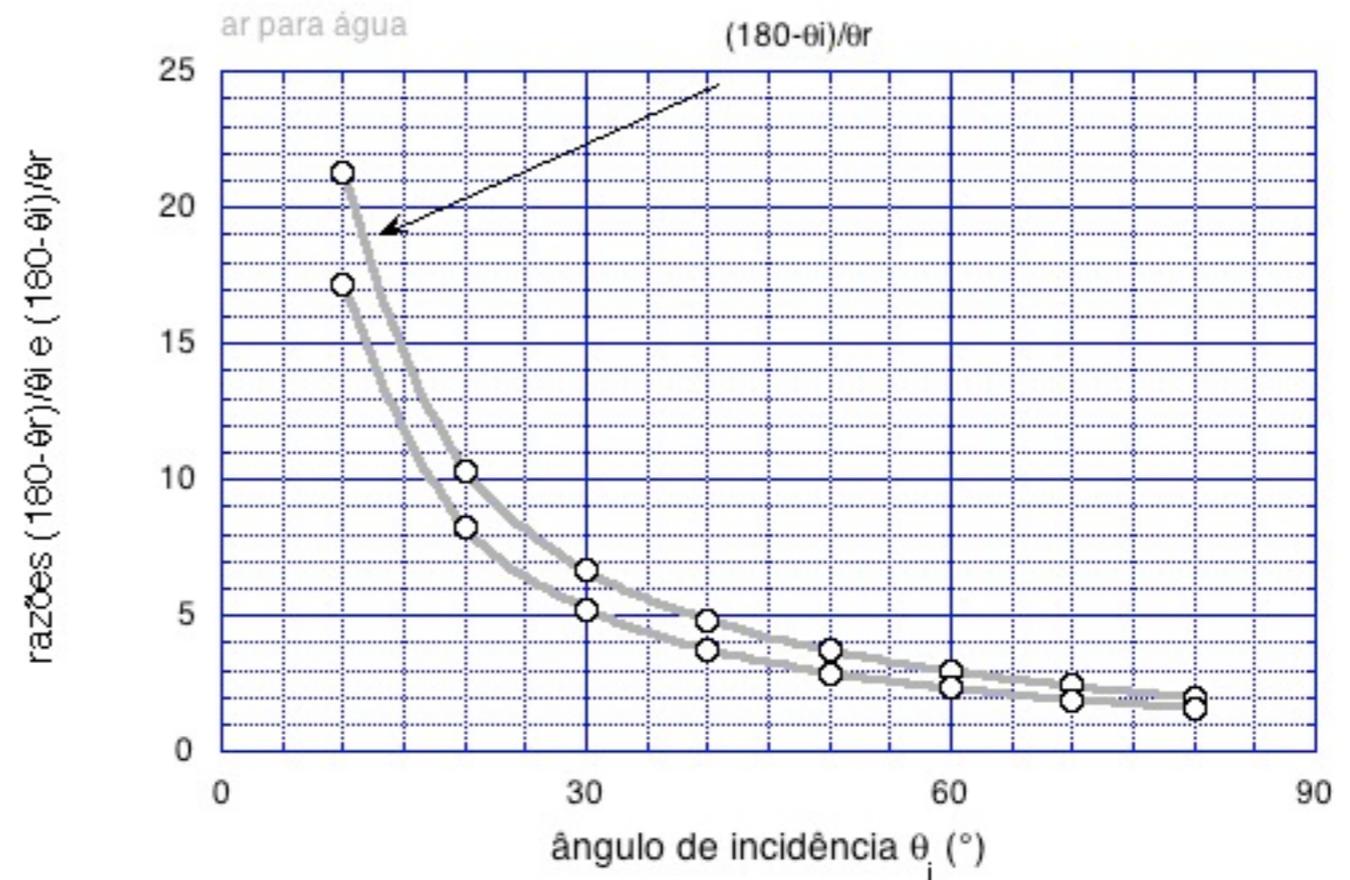
Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



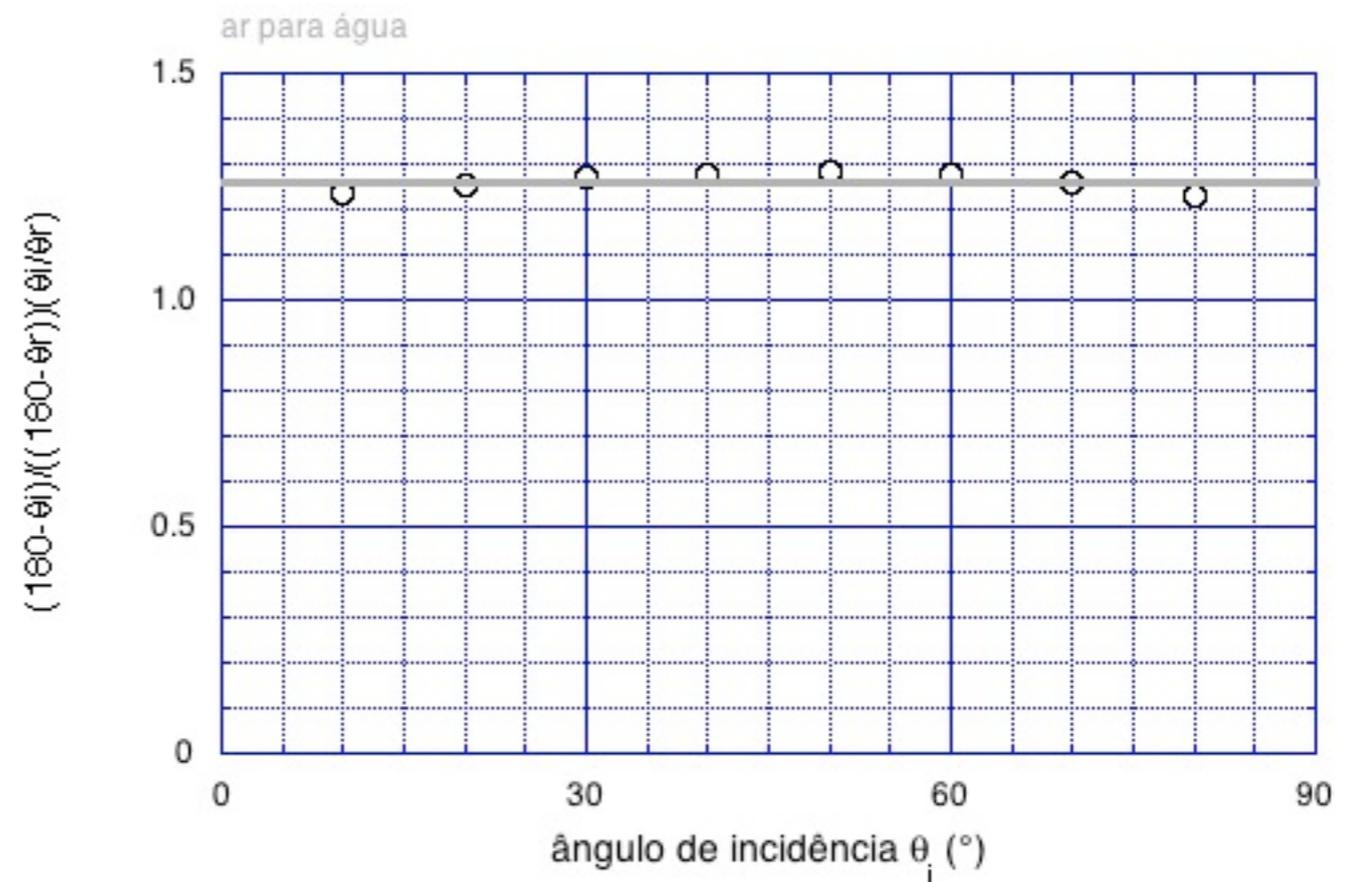
Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



Refração ar-água

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0



$$\frac{\theta_i (180 - \theta_i)}{\theta_r (180 - \theta_r)} \approx n$$

$$\theta_i (180 - \theta_i) \approx n \theta_r (180 - \theta_r)$$



Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro

incidência	refração
10	8.0
20	15.5
30	22.5
40	28.0
50	35.0
60	40.5
70	45.5
80	50.0

incidência	refração
10	7.0
20	13.5
30	19.5
40	25.0
50	30.0
60	34.5
70	38.5
80	42.0

incidência	refração
10	9.5
20	18.5
30	27.0
40	35.0
50	42.5
60	49.5
70	56.0
80	62.0



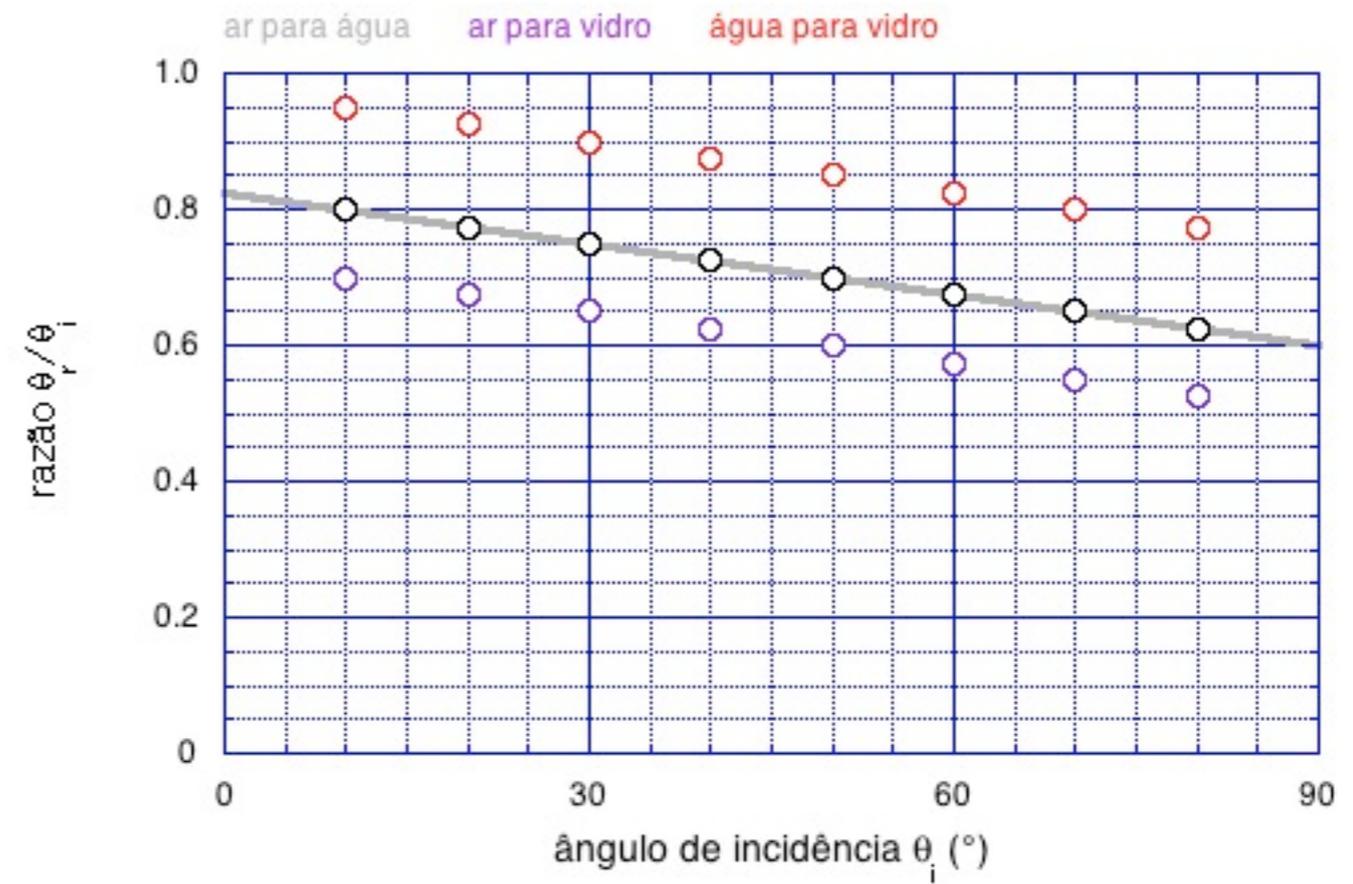
Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro



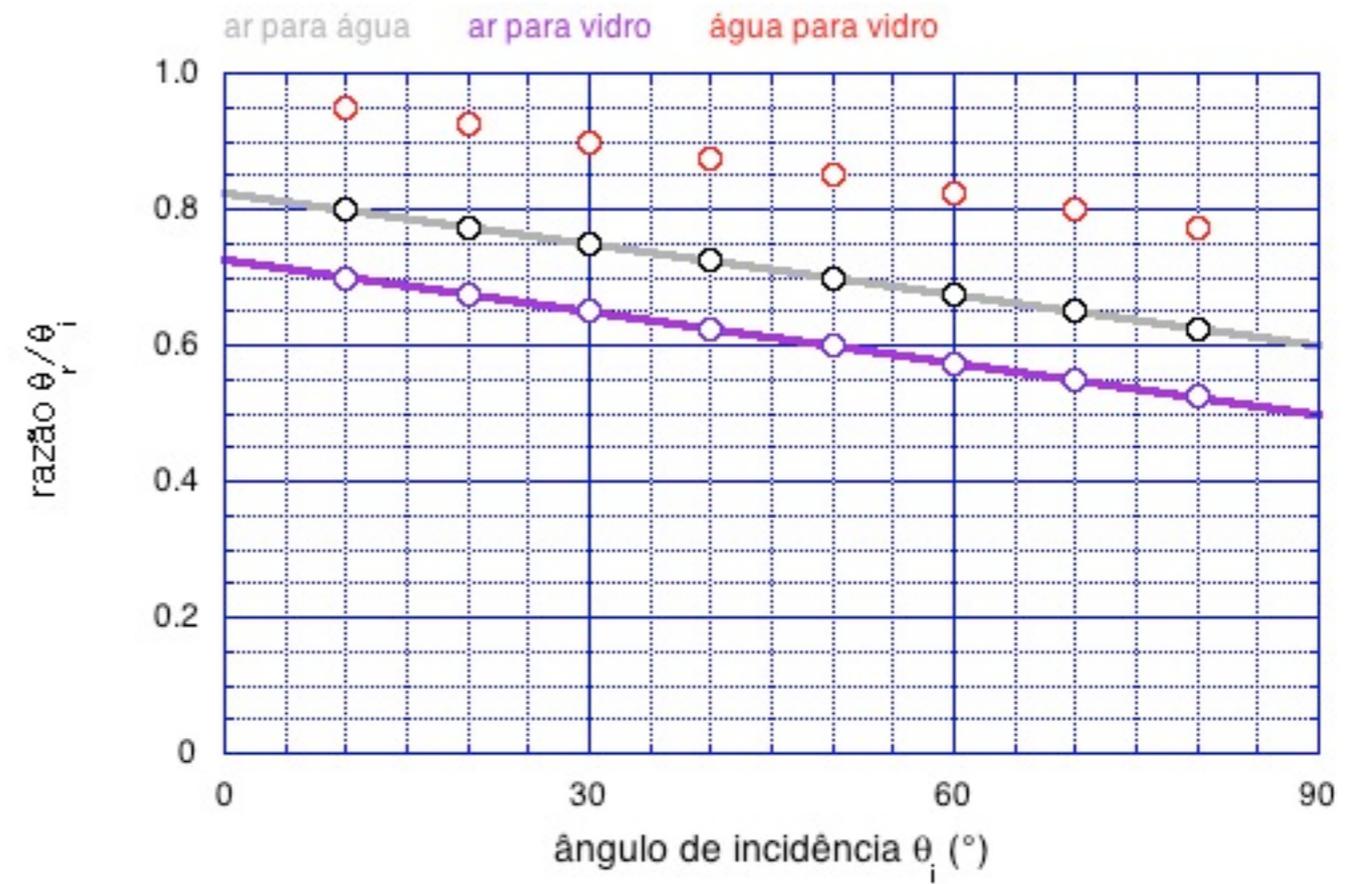
Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro



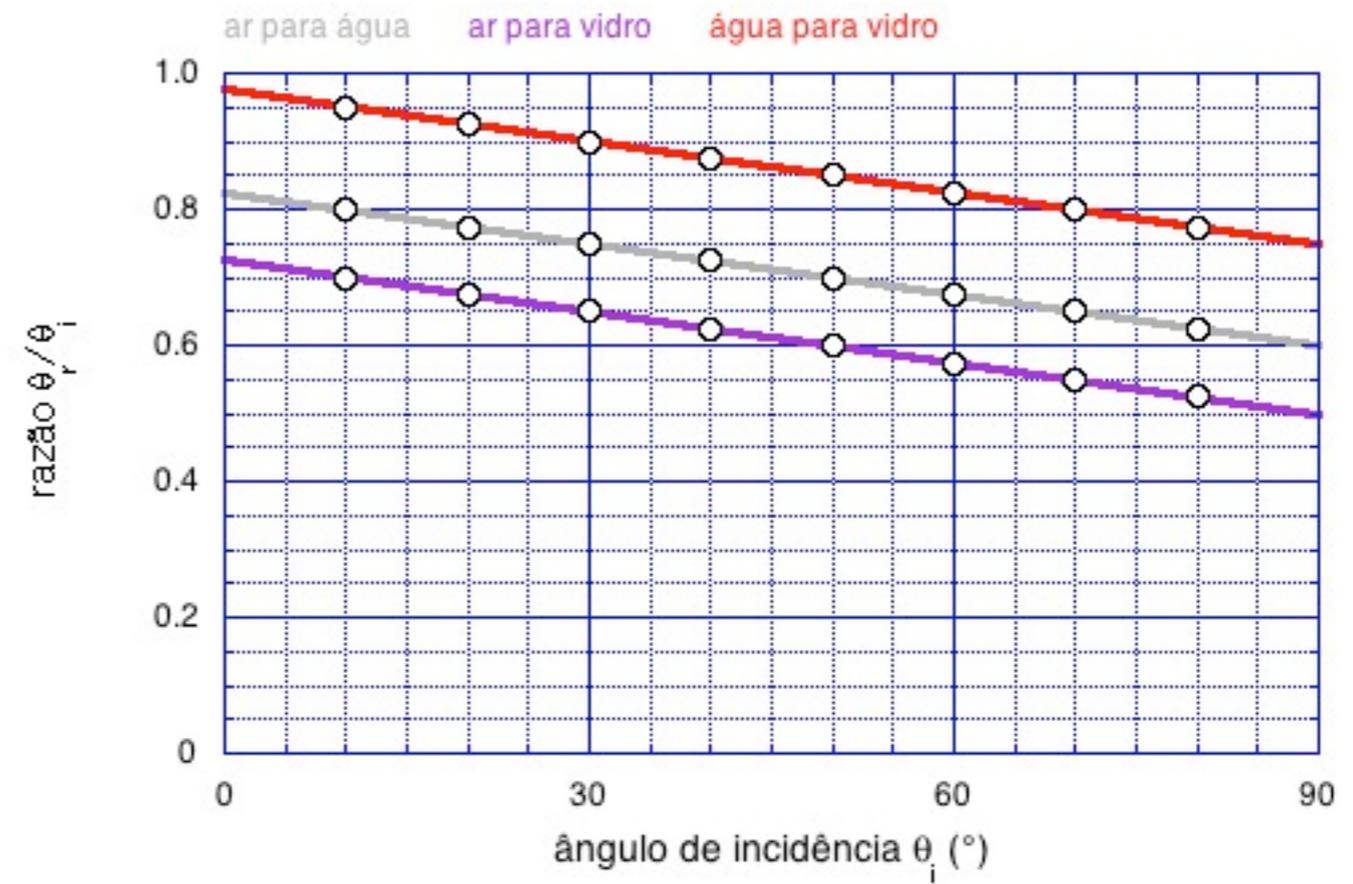
Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro



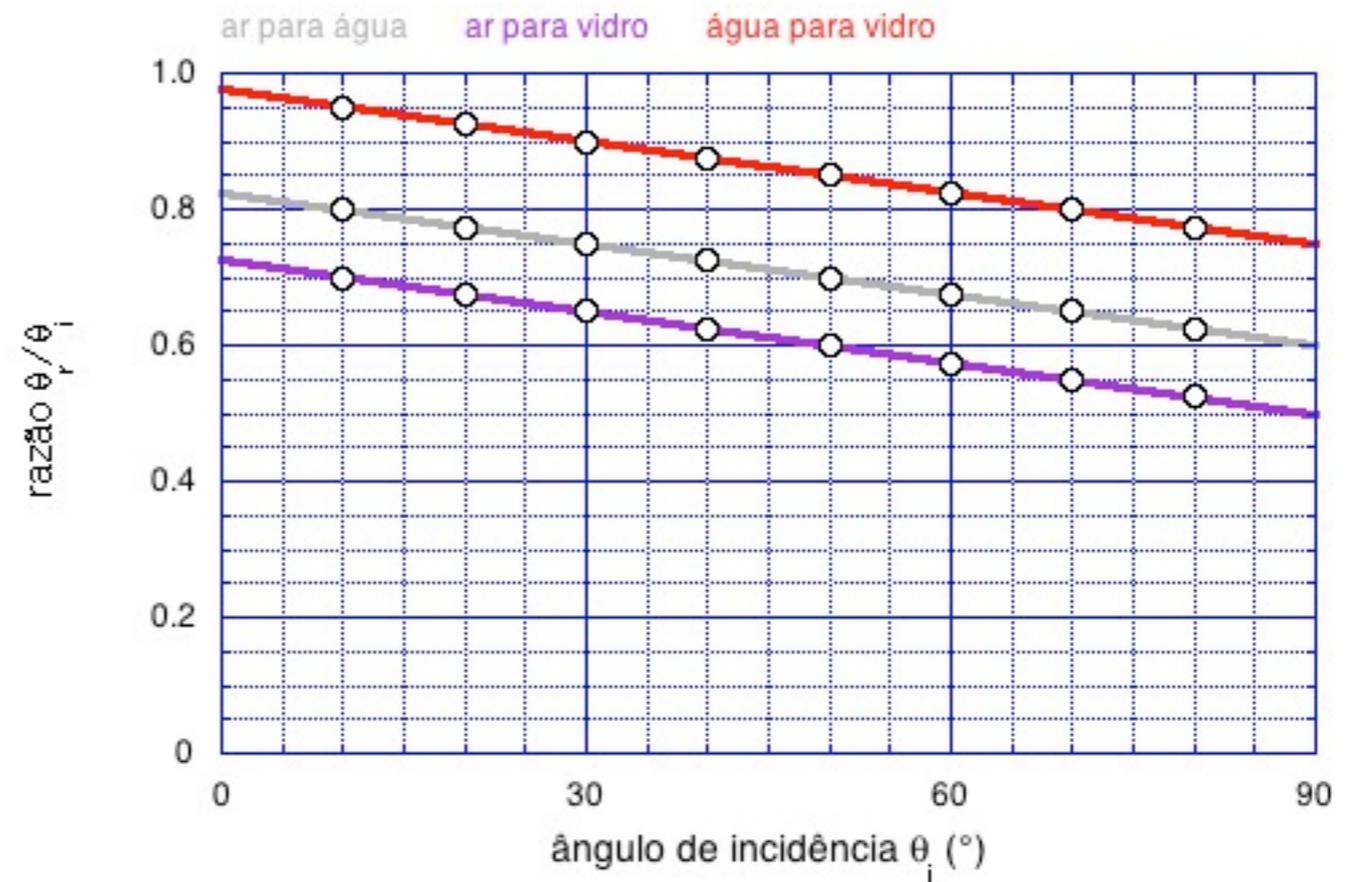
Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro



Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro



Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro



$$\frac{\theta_r}{\theta_i} = a_{xy} - b \theta_i$$

$$\theta_r = a_{xy} \theta_i - b \theta_i^2$$

$$a_{\text{água-vidro}} \approx 0,98 = \frac{39}{40}$$

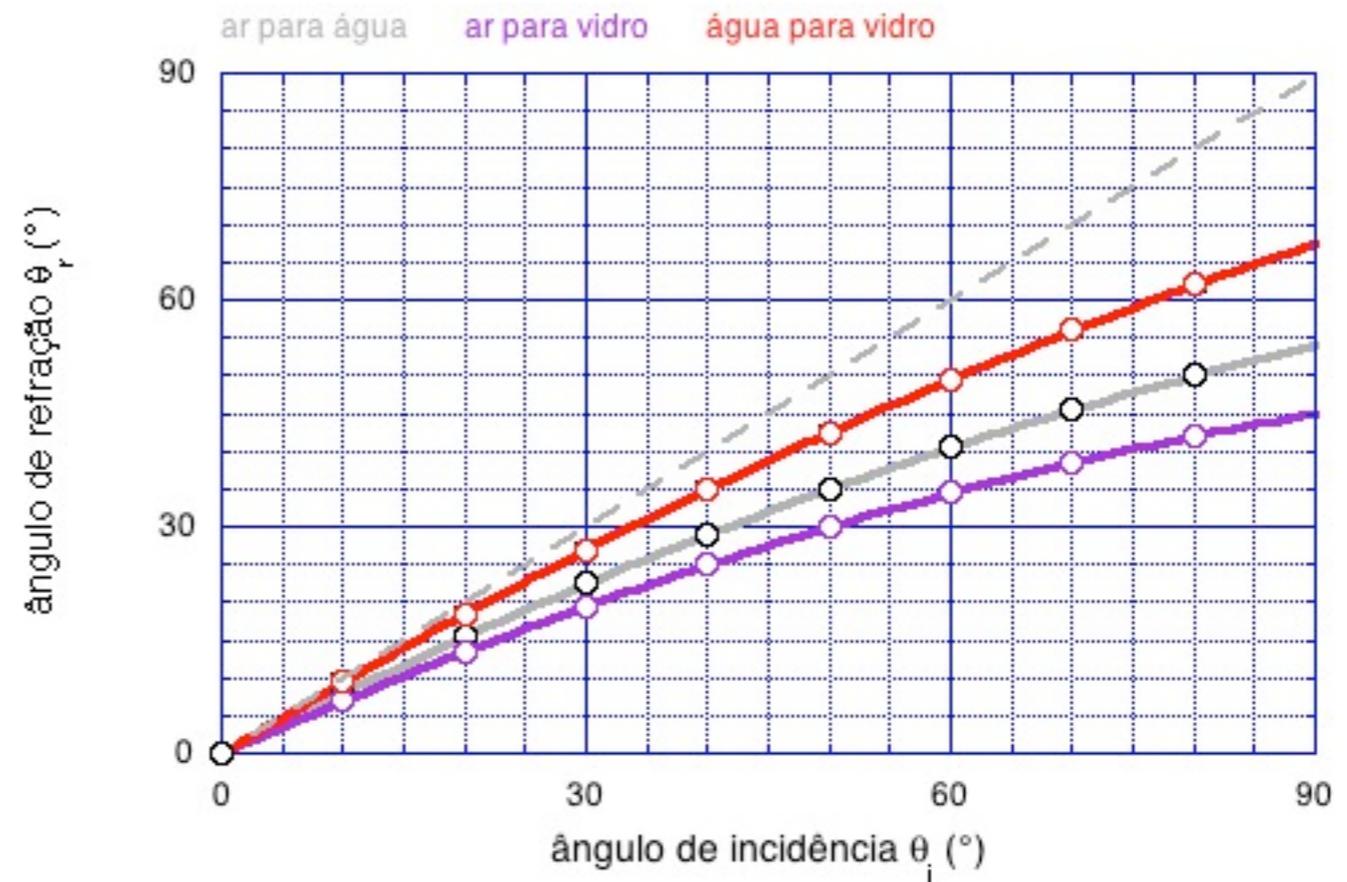
$$a_{\text{ar-água}} \approx 0,82 = \frac{33}{40}$$

$$a_{\text{ar-vidro}} \approx 0,72 = \frac{29}{40}$$

$$b = \frac{0,82 - 0,60}{90 - 0} = \frac{22}{9000}$$



Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro



$$\theta_r = a_{xy} \theta_i - b \theta_i^2$$

$$a_{\text{água-vidro}} \approx 0,98 = \frac{39}{40}$$

$$a_{\text{ar-água}} \approx 0,82 = \frac{33}{40}$$

$$a_{\text{ar-vidro}} \approx 0,72 = \frac{29}{40}$$

$$b = \frac{0,82 - 0,60}{90 - 0} = \frac{22}{9000}$$



Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro



$$\frac{\theta_i (180 - \theta_i)}{\theta_r (180 - \theta_r)} \approx n_{xy} \quad \theta_i (180 - \theta_i) \approx n_{xy} \theta_r (180 - \theta_r)$$

$$n_{\text{água-vidro}} \approx 1,10$$

$$n_{\text{ar-água}} \approx 1,25$$

$$n_{\text{ar-vidro}} \approx 1,40$$



Refração ar-água, ar-vidro, água-vidro



$$\frac{\theta_i (180 - \theta_i)}{\theta_r (180 - \theta_r)} \approx n_{xy} \qquad \theta_i (180 - \theta_i) \approx n_{xy} \theta_r (180 - \theta_r)$$

$$n_{\text{água-vidro}} \approx 1,10$$

$$n_{\text{água-vidro}} = 1,10$$

$$n_{\text{ar-água}} \approx 1,25$$

$$n_{\text{ar-água}} = 1,33$$

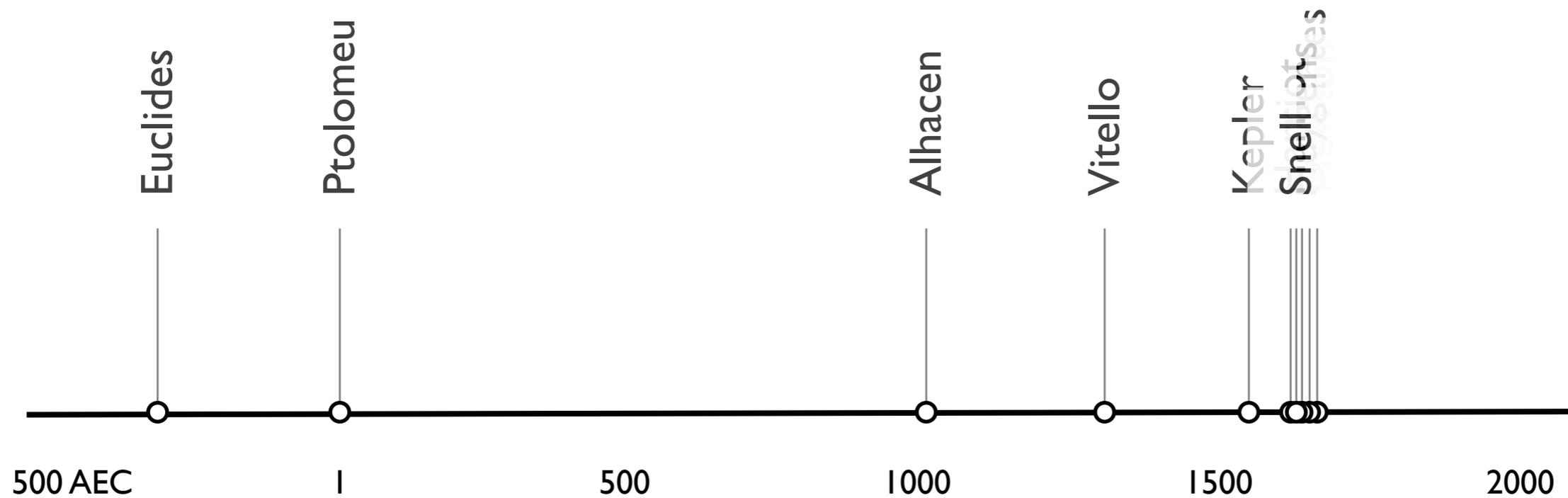
$$n_{\text{ar-vidro}} \approx 1,40$$

$$n_{\text{ar-vidro}} = 1,50$$



Ptolomeu e Snell

- A lei dos ângulos
- A “lei dos senos”



$$\theta_r = a_{xy} \theta_i - b \theta_i^2$$

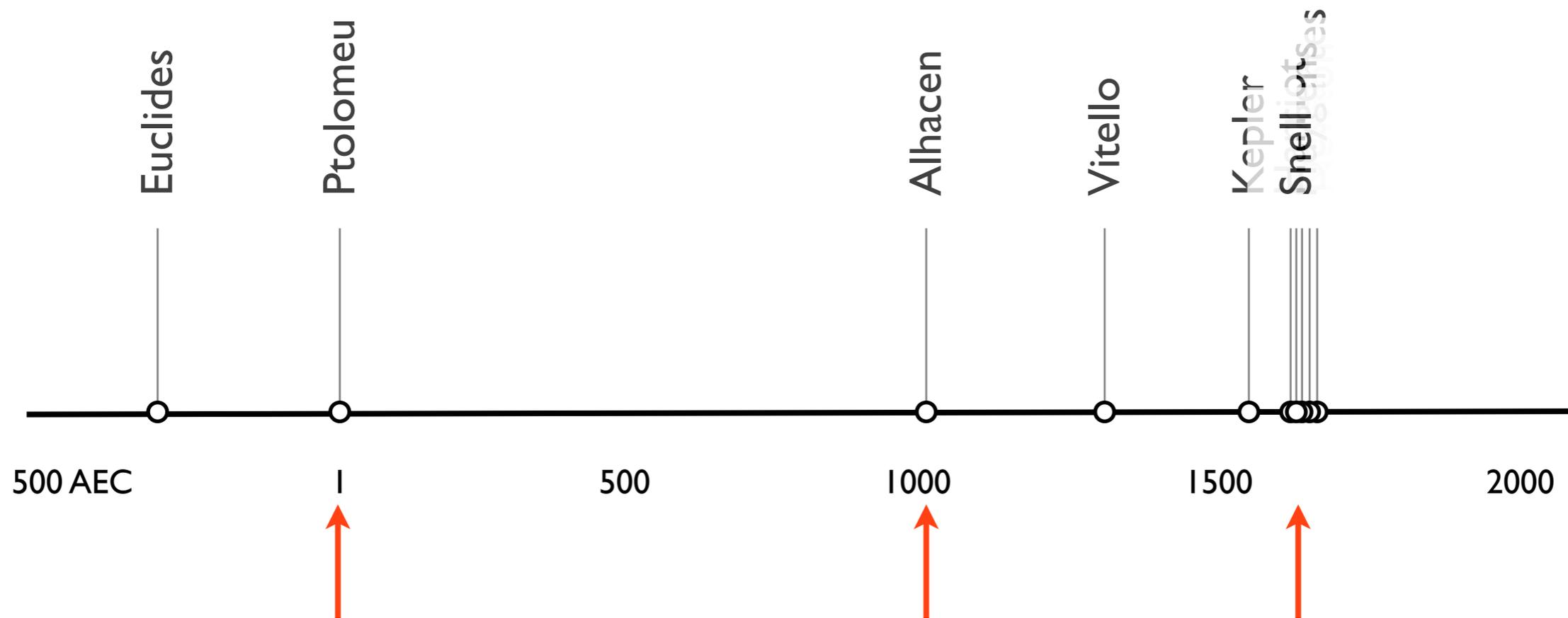
$$\text{sen}(\theta_i) = n_{xy} \text{sen}(\theta_r)$$

$$\theta_i (180 - \theta_i) \approx n_{xy} \theta_r (180 - \theta_r)$$



Alhacen

- A decomposição do raio luminoso
- A velocidade finita da luz



$$\theta_r = a_{xy} \theta_i - b \theta_i^2$$

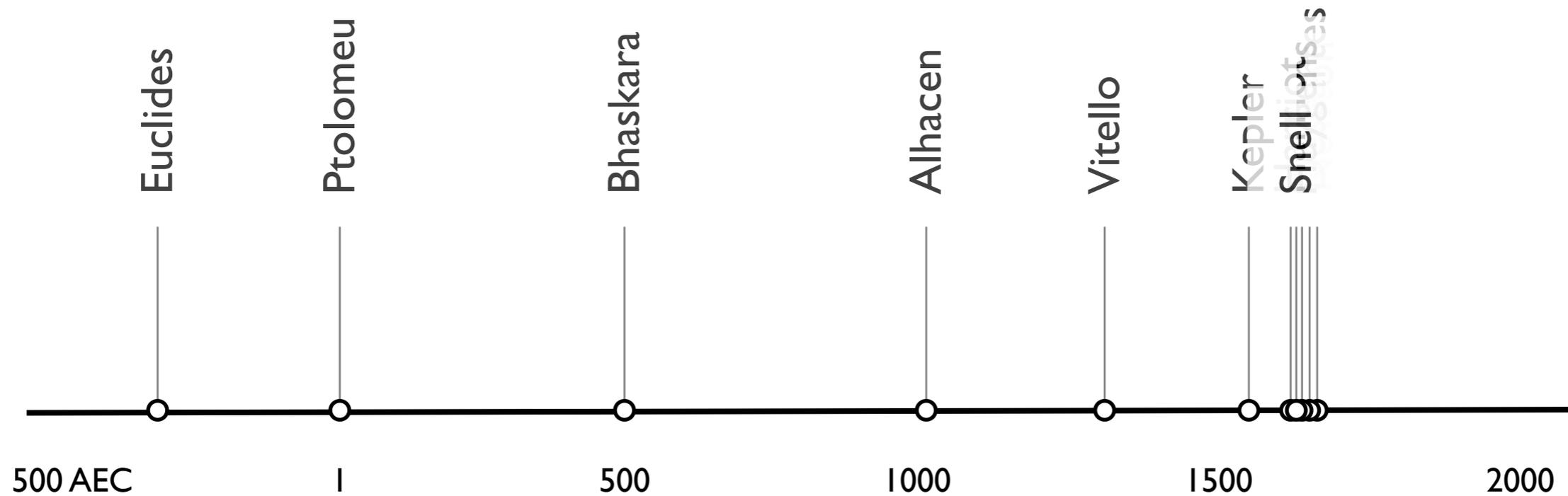
$$\text{sen}(\theta_i) = n_{xy} \text{sen}(\theta_r)$$

$$\theta_i (180 - \theta_i) \approx n_{xy} \theta_r (180 - \theta_r)$$



Bhaskara

- A relação entre o seno do angulo e o seu arco



$$\theta_r = a_{xy} \theta_i - b \theta_i^2$$

$$\text{sen}(\theta_i) = n_{xy} \text{sen}(\theta_r)$$

$$\theta_i (180 - \theta_i) \approx n_{xy} \theta_r (180 - \theta_r)$$



Bhaskara

- A relação entre o seno do angulo e o seu arco

— $f(\theta) = \frac{4}{32400} \theta(180 - \theta)$

— $g(\theta) = \text{sen}(\theta)$



Bhaskara

- A relação entre o seno do angulo e o seu arco

— $f(\theta) = \frac{4}{32400} \theta(180 - \theta)$

— $g(\theta) = \text{sen}(\theta)$

मह्यादि रहितं कर्म वक्ष्यते तत्समासतः ।

चक्रार्धाशक समूहाद्विशोष्या ये भुजांशका ॥ १७ ॥

तत्क्षेप गुणिता द्विष्टाः शोष्याः खाभ्रेषुखाब्धितः ।

चतुर्थांशेन शेषस्य द्विष्टमन्त्य फलं हतम् ॥ १८ ॥

बाहु कोट्योः फलं कृत्सनं क्रमोत्क्रम गुणस्य वा ।

लभ्यते चन्द्रतीक्ष्णांश्वोस्ताराणां वापि तत्त्वतः ॥ १९ ॥



Bhaskara

- A relação entre o seno do angulo e o seu arco

— $f(\theta) = \frac{4}{32400} \theta(180 - \theta)$

— $g(\theta) = \text{sen}(\theta)$

— $\text{sen}(\theta) \approx \frac{4\theta(180 - \theta)}{40500 - \theta(180 - \theta)}$



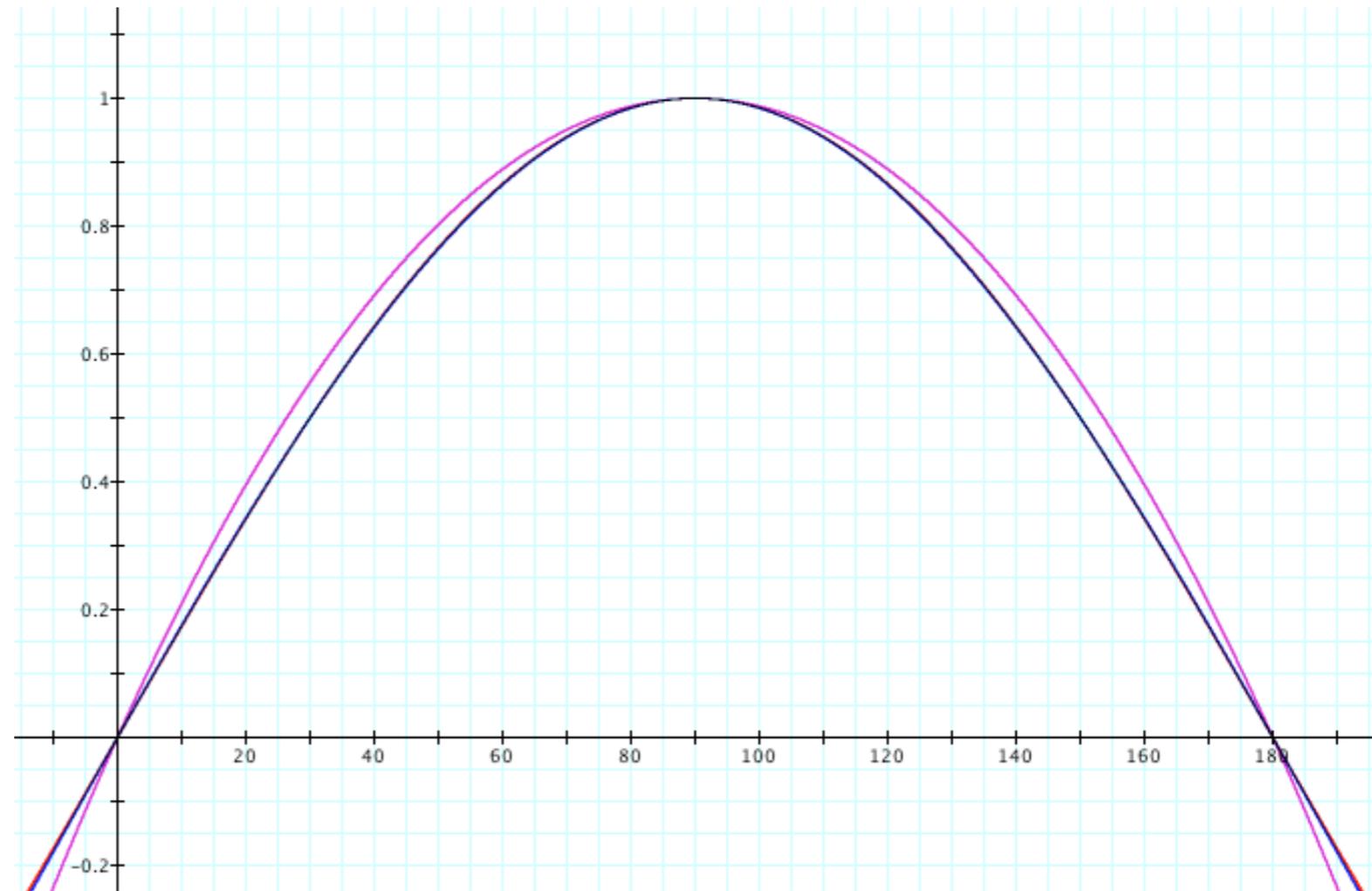
Bhaskara

- A relação entre o seno do angulo e o seu arco

— $f(\theta) = \frac{4}{32400}\theta(180 - \theta)$

— $g(\theta) = \text{sen}(\theta)$

— $\text{sen}(\theta) \approx \frac{4\theta(180 - \theta)}{40500 - \theta(180 - \theta)}$



Conclusões

- Apresentamos as observações quantitativas de Ptolomeu sobre a refração da luz.
- Mostramos que o trabalho de Ptolomeu em nada difere do trabalho sobre refração luminosa em qualquer laboratório didático contemporâneo.
- Futuros trabalhos:
 - A lei de refração de Kepler.
 - A lei de refração de Newton.

