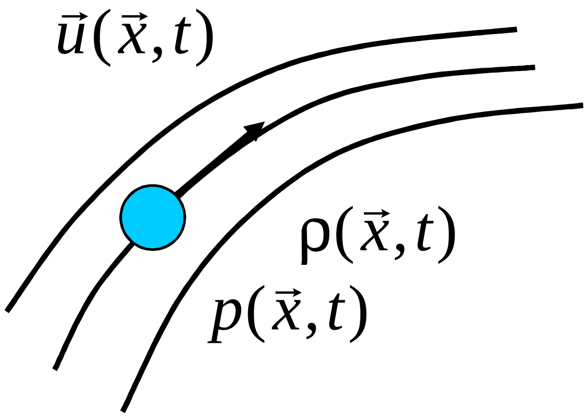
Correntes Acústicas e o Tubo de Kundt

Cássio Sigaud
IF-UFRJ

Mecânica de Fluidos



$\vec{u}(\vec{x},t)$ = velocidade do fluido no ponto x no instante t

$\rho(\vec{x},t)$ = densidade do fluido

$p(\vec{x},t)$ = pressão do fluido

Mecânica de Fluidos

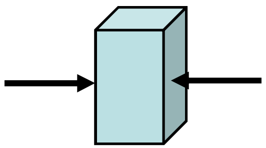
- Segunda lei de Newton:

(massa/volume) × aceleração = força/volume

$$\rho\left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u}\cdot\nabla)\,\vec{u}\right] = -\nabla p$$

equação de Euler

$p(x)\,dy\,dz$



$p(x+dx)\,dy\,dz$ $\Rightarrow$ $F_x = -\dfrac{dp}{dx}\,dx\,dy\,dz$

- Conservação da matéria:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla\cdot(\rho\,\vec{u})$$

equação da continuidade

Mecânica de Fluidos

- <u>Equação de estado</u>: $p = p(\rho, s)$ $\quad$ s=*entropia / massa*

movimento isentrópico $\longrightarrow$ s = constante

$$\Rightarrow \quad p = p(\rho)$$

- <u>Efeito da viscosidade</u>:

$$\rho\left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u}\cdot\nabla)\vec{u}\right] = -\nabla p + \eta\nabla^2\vec{u} + (\zeta + \eta/3)\nabla(\nabla\cdot\vec{u})$$

equação de Navier-Stokes

Ondas Sonoras

fluido em equilíbrio: $\begin{cases} \vec{u} = 0 \\ \rho = \rho_0 \\ p = p_0 \end{cases}$

pequena perturbação do equilíbrio: $\begin{cases} \vec{u} \neq 0 \\ \rho = \rho_0 + \rho_e \\ p = p_0 + p_e \end{cases}$

$\vec{u}, \rho_e, p_e$ pequenos

Ondas Sonoras

Substituindo *u*, *p* e ρ nas equações de Euler e da continuidade, e desprezando termos quadráticos nas quantidades pequenas, obtém-se (em 1 dimensão):

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p_e}{\partial x} = -\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s \frac{\partial \rho_e}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad \text{onde} \quad c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s}$$

equação de onda *velocidade do som*

Ondas Sonoras

Ondas harmônicas:

$$u = u_0 \cos[\omega(t \mp x/c)]$$

$$p_e = \pm \rho_0 c u$$

$$\rho_e = p_e / c^2$$

Correntes Acústicas (acoustic streaming)

- Correções de 2ª ordem (quadráticas) em u, p_e, e ρ_e:
  - equação não-linear complicada
  - efeitos da viscosidade (eq. de Navier-Stokes)
  - absorção do som a altas freqências

J.W.S. Rayleigh, The Theory of Sound

Correntes Acústicas

- Exemplo de correção de 2ª ordem:

$$u = u_0 \cos[\omega(t - x/c)]$$

$$= u_0 \cos[\omega(t - x_0/c)] + (x - x_0)\omega \frac{u_0}{c} \operatorname{sen}[\omega(t - x_0/c)] + \ldots$$

$$x - x_0 = \frac{u_0}{\omega} \operatorname{sen}[\omega(t - x_0/c)]$$

$$\Rightarrow \quad u = u_0 \cos[\omega(t - x_0/c)] + \frac{u_0^2}{c} \operatorname{sen}^2[\omega(t - x_0/c)]$$

Valor médio da velocidade: corrente acústica $\boxed{\langle u \rangle = \dfrac{u_0^2}{2c}}$

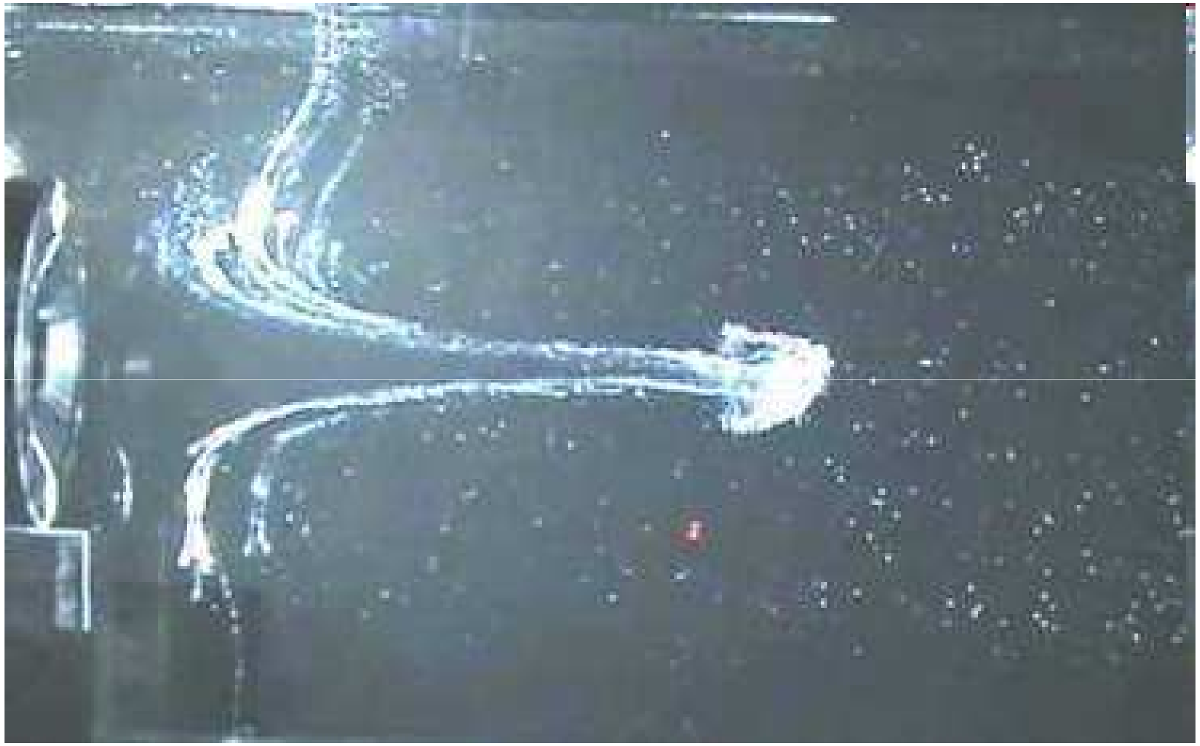
Correntes Acústicas

Intensidade sonora: $I = \langle p_e u \rangle = \frac{1}{2}\rho_0 c u_0^2$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\langle u \rangle = \frac{I}{\rho_0 c^2}}$$

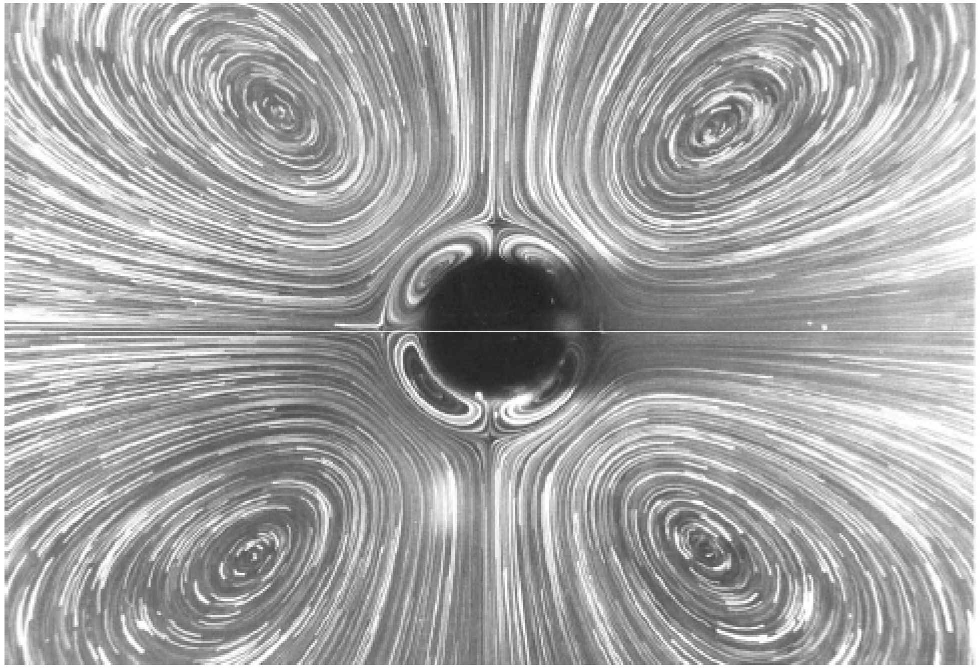
Outros efeitos podem aumentar muito essa velocidade.

Correntes Acústicas



W. Dridi, V. Botton, X. Escriva, H. BenHadid & D. Henry

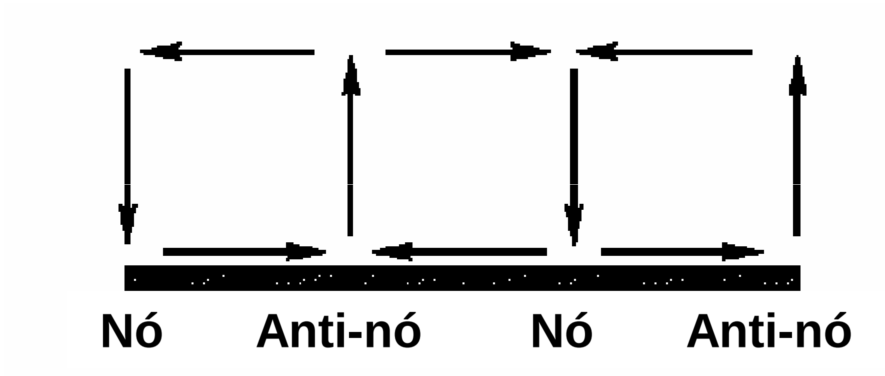
Correntes Acústicas



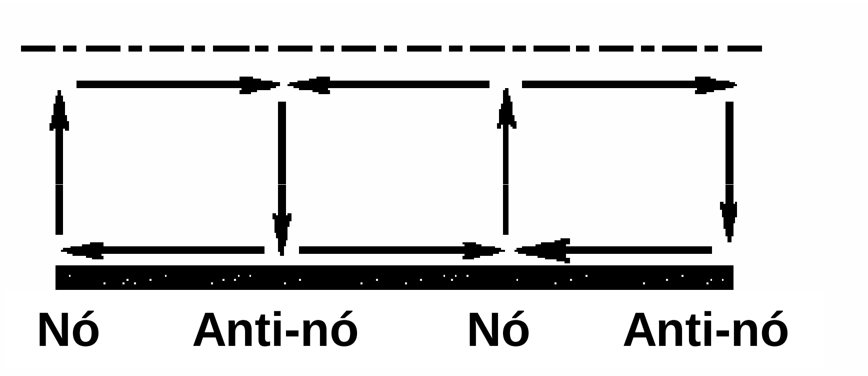
Corrente acústica em volta de um cilindro.

Correntes Acústicas

Velocidade média:



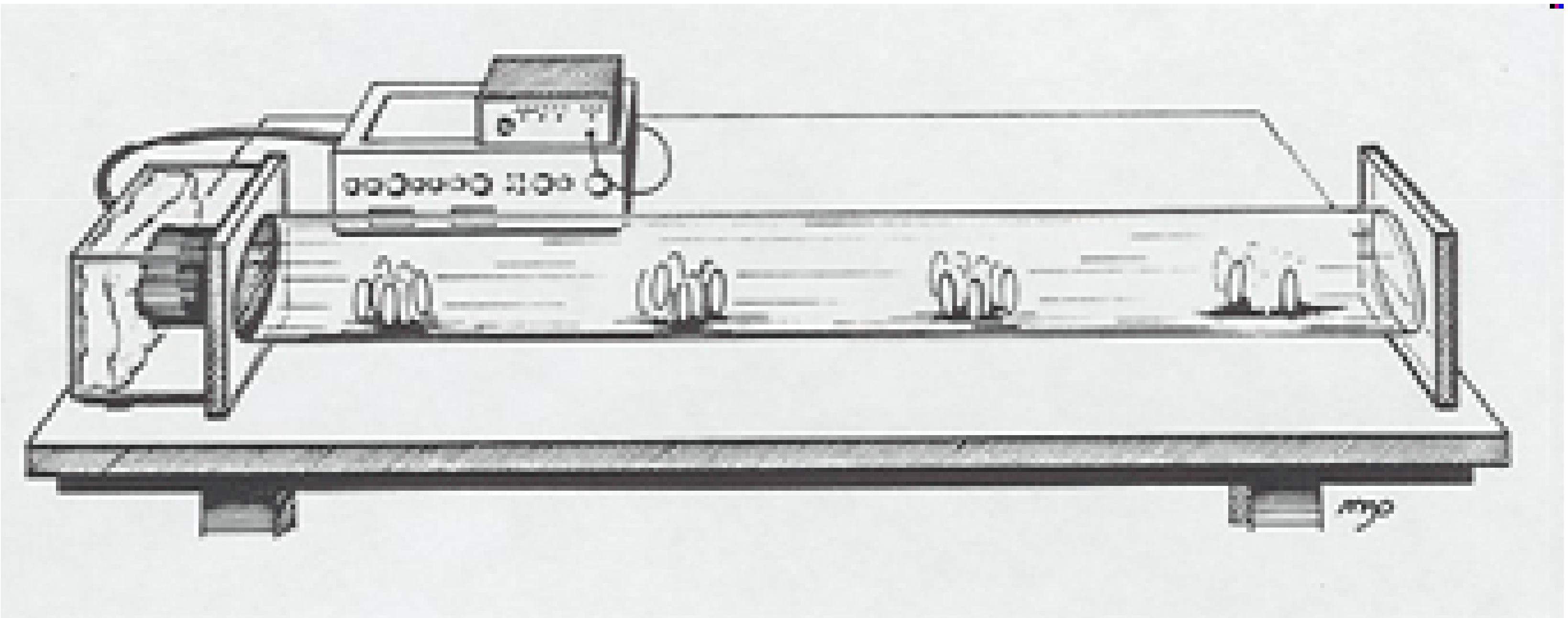
placa vibrante



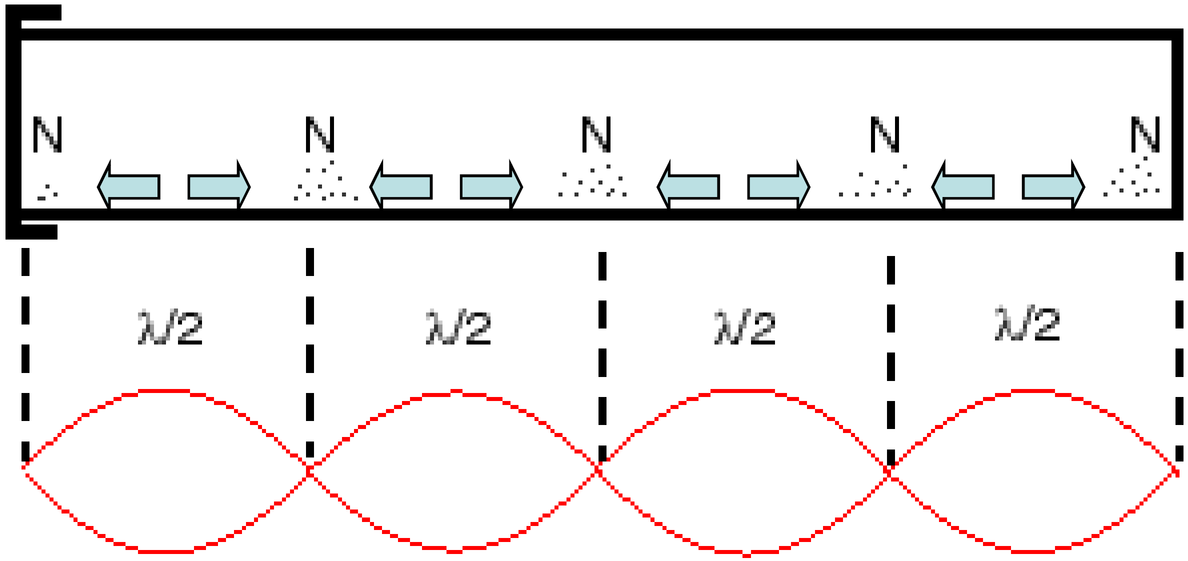
tubo de Kundt

O Tubo de Kundt

(August Kundt, 1886)

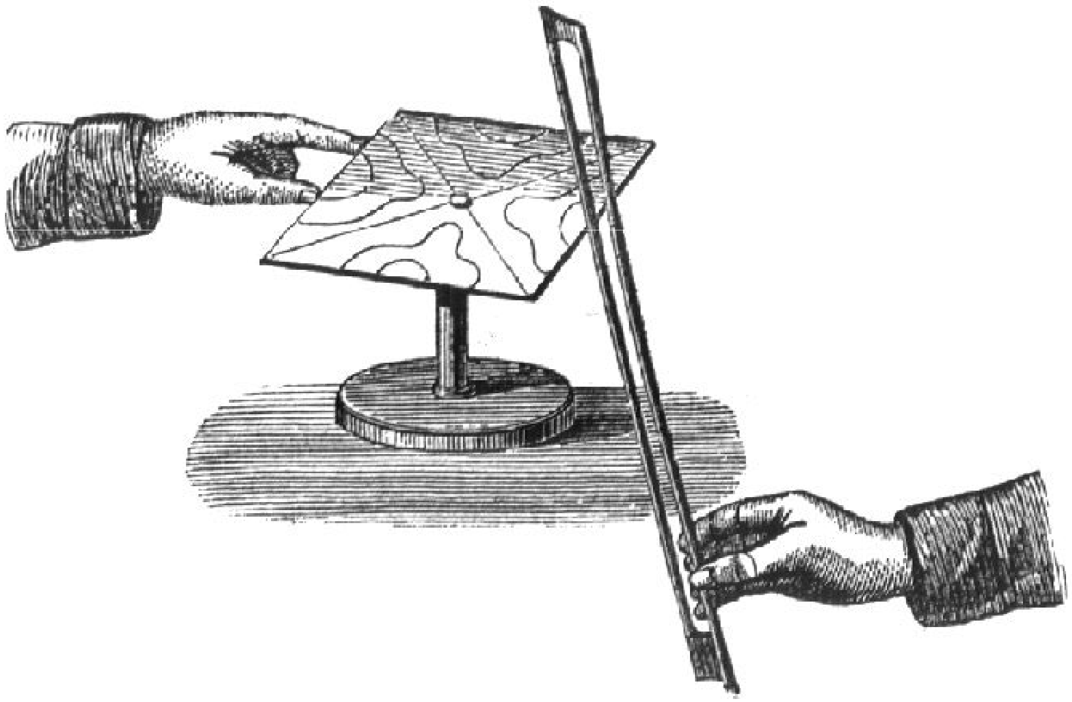


O Tubo de Kundt

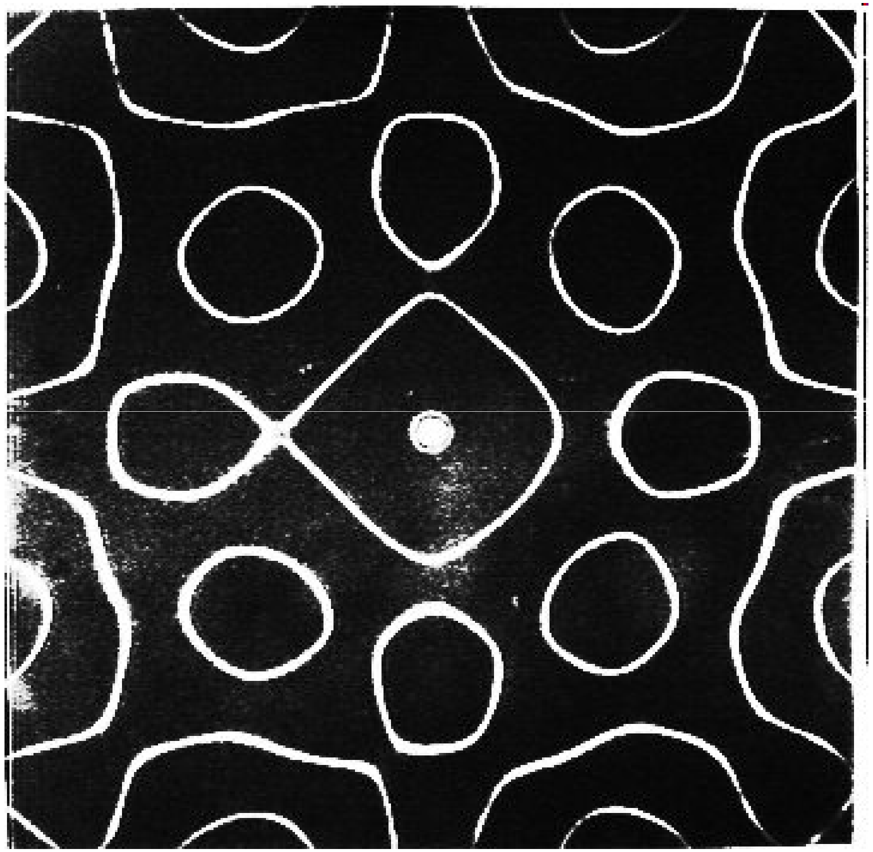


Placas de Chladni

(Ernst Chladni, 1787)



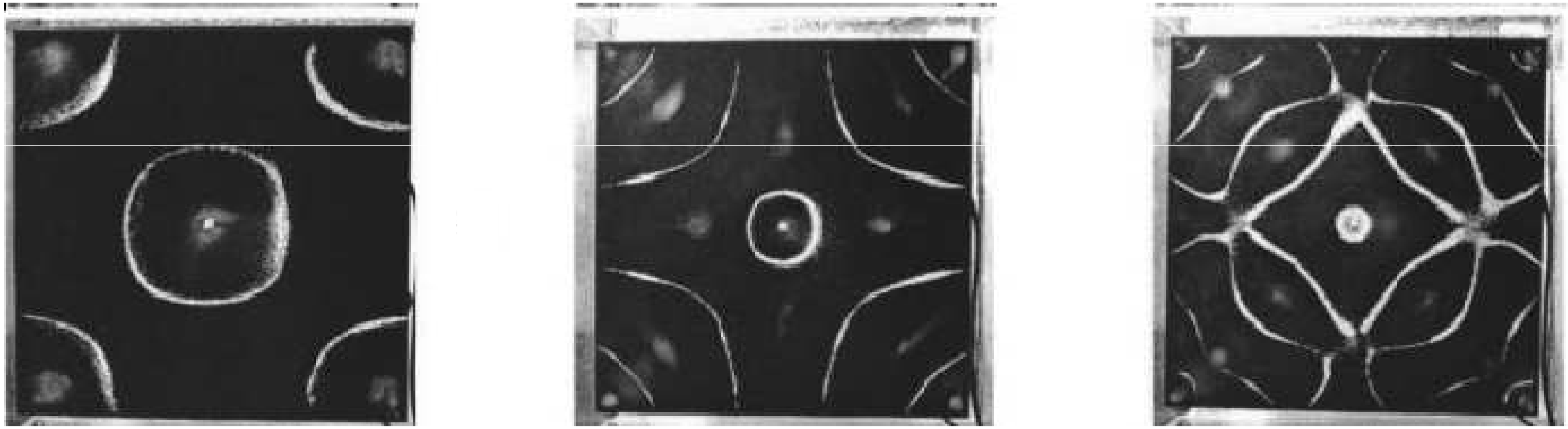
Placas de Chladni



Areia depositada nas linhas nodais.

Placas de Chladni

Poeira grossa: depositada nas linhas nodais.



Poeira fina: carregada para os anti-nós pela corrente acústica.