

Dois problemas da era vitoriana e sua discussão no ensino médio e superior:

A subdivisão da luz e o ponto de perda de corrente em um cabo submarino

A C Tort¹

¹Departamento de Física Teórica
Instituto Física – Universidade Federal do Rio de Janeiro

22 de Setembro de 2009

- 1 Iluminação doméstica e pública: um breve resumo
 - Tochas, lamparinas, lampiones e velas
 - A iluminação a gás
- 2 A iluminação elétrica
 - O arco elétrico
 - A lâmpada elétrica de Thomas A. Edison
 - A subdivisão da luz
 - Iluminação elétrica \times iluminação a gás
- 3 Oliver Heaviside e os cabos telegráficos submarinos
- 4 O problema da localização do ponto de perda de corrente no ensino médio

Tochas, lamparinas, lampiões e velas

Tochas, lamparinas e lampiões foram utilizadas desde a Antiguidade mais remota até finais do século 18. Queimavam óleo de oliva, óleo de peixe, óleo de baleia; óleo de gergelim; óleo de nozes. Velas eram feitas de sebo e cera de abelhas;



Figura: Lamparina diya (Índia).

[lâmpada](#), [lamparina](#), [lampião](#) , do latim *lampas*=tocha.

Mais lamparinas...



Figura: Lamparina utilizada por cristãos primitivos.



Figura: Lamparinas encontradas em escavações arqueológicas.

A iluminação a gás

- A iluminação a gás utilizava gás natural ou de carvão que eram distribuídos por tubulações apropriadas.
- Documentos chineses de 2.500 atrás registram o uso de gás natural na iluminação e aquecimento de residências. O gás era canalizado por meio de encanamentos de bambú.
- Os administradores das grandes cidades européias como por exemplo, Londres, Paris e Madrid perceberam uma correlação muito forte entre a iluminação de ruas e logradouros e a diminuição da taxa de criminalidade. Londres em 1812 e Paris em 1820 adotaram iluminação pública a gás.
- Nessa época, para a iluminação doméstica, o sistema a gás era o mais econômico e conveniente



Figura: Lâmpada de mesa a gás.

Dois exemplos de iluminação pública a gás



Figura: Iluminação a gás: à esquerda, ponte no centro histórico de Wrocław, Polônia; à direita Lincoln's Inn, Londres.

A primeira casa com iluminação a gás



Figura: A casa de William Murdoch (ou Murdock), a primeira com iluminação a gás.

EXPLOSION WRECKS HOUSE.

Janitress Hunted Gas Leak with a Lamp—She and Her Sons Hurt.

A gas explosion wrecked the new apartment house at 562-564 Bedford Avenue, Williamsburg, soon after 9 o'clock last night. Mrs. Annie Zerbrosky, the janitress, and her two children were so seriously hurt that they were taken to the Eastern District Hospital. It is feared they may die. Three alarms were turned in for the fire which followed the explosion.

The report from the explosion was terrific, and alarmed the neighborhood for blocks around. Members of the Hanover Club, just across the street, ran out to see what had happened. They helped

Figura: New York Times de 30 de junho de 1906: explosão destrói casa. Zeladora procurava por vazamento de gás com uma lamparina.

A iluminação elétrica: o arco elétrico

Com a eletricidade surgem as lâmpadas de arco. Uma corrente salta entre dois eletrodos incandescentes imersos em um gás gerando um arco elétrico que produz luz.



Figura: O arco elétrico.

A lâmpada de arco não era adequada à iluminação doméstica, mas era utilizada na iluminação pública junto com as lâmpadas a gás.

Lâmpadas de arco: exemplares

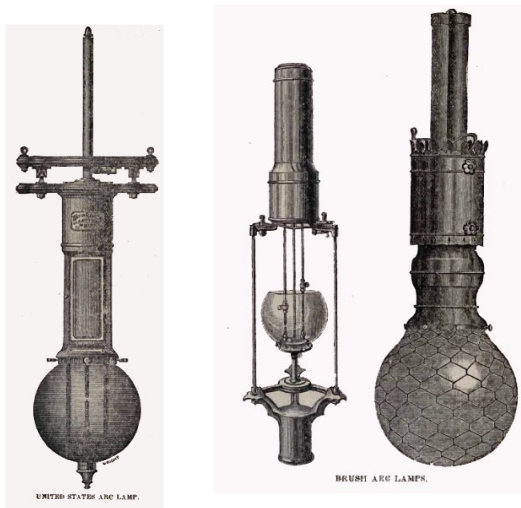


Figura: Lâmpadas de arco.

A lâmpada elétrica de Thomas A. Edison

A invenção da lâmpada incandescente por Thomas Edison, porém, muda o panorama.



Figura: Thomas Alva Edison (1847-1931).

A lâmpada elétrica de Thomas A. Edison II

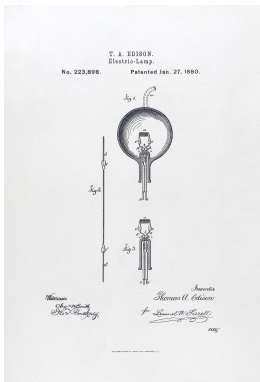


Figura: Patente da lâmpada elétrica de Edison e a lâmpada original.

A subdivisão da luz

Mas Edison não tinha somente uma lâmpada! Edison tinha um projeto completo para a geração e distribuição de energia elétrica para fins domésticos e outros, baseado na utilização de correntes contínuas!

Edison tinha uma solução para o problema da subdivisão da luz!

ELECTRIC ILLUMINATION

*PROGRESS AND PROSPECTS OF THE
NEW LIGHT.*

EXTENT OF ITS USE HERE—NEW AND CONVINCING STATISTICS RESPECTING ITS ECONOMY—THE BRUSH, MAXIM, EDISON, HOLCOMBE, WERDERMAN, AND KEITH LAMPS—WHAT EDISON CLAIMS FOR HIS INVENTIONS.

ELECTRIC ILLUMINATION

*THE SUBDIVISION OF THE CURRENT
ACCOMPLISHED.*

LETTERS PATENT ALLOWED TO THE INVENTOR—DESCRIPTION OF THE NEW PROCESS—AN INVENTION APPROVED BY EXPERTS.

Figura: Manchetes nas páginas internas do New York Times de 29 de maio e de 15 de junho de 1879.

O mercado reage... mal!

O projeto de Edison era uma grande promessa e, como era de se esperar, o mercado financeiro reagiu rapidamente. **O valor das ações das companhias de gás despencou!!!**

As companhias de gás apelam para Preece

O engenheiro galês William Henry Preece (1834-1913) encarregou-se de fazer uma análise técnica do problema com o propósito de demonstrar a impossibilidade de fazer com que muitas lâmpadas incandescentes funcionando ao mesmo tempo pudessem iluminar eficazmente uma residência doméstica.



Figura: William Henry Preece (1834-1913).

Com base nessa análise Preece afirma que:

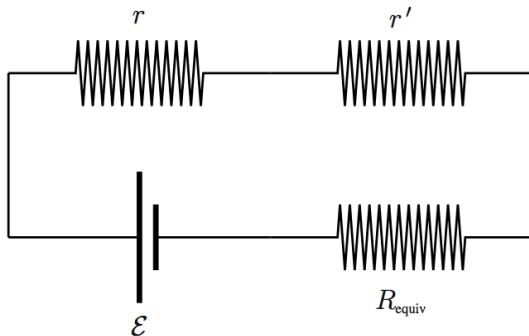
“a subdivisão extensiva da luz deve ser colocada ao lado do movimento perpétuo, da quadratura do círculo e da transmutação dos metais ... ”

e conclui:

“a eletricidade com propósitos domésticos não pode suplantiar o gás. ”

A análise de Preece I

Seja r a resistência interna, r' , o valor da resistência da fiação. A resistência de uma lâmpada é R e a voltagem da fonte de f.e.m. por \mathcal{E} . O arranjo, em série ou paralelo, das lâmpadas é representado por uma resistência equivalente, R_{equiv} :



A análise de Preece II

Caso 1: as n lâmpadas são conectadas em série:

$$i_{\text{série}} = \frac{\mathcal{E}}{(r + r' + nR)}. \quad (\text{lei de Ohm}).$$

A potência dissipada é:

$$P_{\text{série}} = i_{\text{série}}^2 R_{\text{eq}} = \frac{\mathcal{E}^2 nR}{(r + r' + nR)^2}.$$

A potência dissipada por lâmpada é:

$$P_{\text{série}}^{\text{lâmpada}} = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(r + r' + nR)^2}.$$

Caso 2: as n lâmpadas são conectadas em paralelo:

$$i_{\text{paralelo}} = \frac{\mathcal{E}}{(r + r' + R/n)}.$$

A potência dissipada pelo arranjo em paralelo é:

$$P_{\text{paralelo}} = \frac{\mathcal{E}^2 R/n}{(r + r' + R/n)^2}.$$

A potência dissipada por lâmpada é:

$$P_{\text{paralelo}}^{\text{lâmpada}} = \frac{\mathcal{E}^2 R/n^2}{(r + r' + R/n)^2}.$$

A análise de Preece IV: a parte controversa

Preece supõe agora que o número de lâmpadas é muito grande: ($n \gg 1$), então $r + r' \ll nR$, para o Caso 1 (lâmpadas em série), e $r + r' \gg R/n$, no Caso 2 (lâmpadas em paralelo). Segue que:

$$P_{\text{série}}^{\text{lâmpada}} \approx \frac{\mathcal{E}^2}{n^2 R},$$

e, no segundo caso,

$$P_{\text{paralelo}}^{\text{lâmpada}} \approx \frac{\mathcal{E}^2 R}{n^2 (r + r')^2},$$

Preece conclui que como nos dois casos a potência dissipada por uma única lâmpada varia com o inverso do quadrado do número de lâmpadas, a iluminação proporcionada por cada uma delas será irrelevante, não justificando a troca do sistema de iluminação a gás pelas lâmpadas de Edison. Observe que no segundo caso, lâmpadas em paralelo, Preece supõe que $r + r'$ é da ordem de grandeza de R .

O erro de Preece

A análise de Preece está parcialmente correta. No esquema de Edison, a combinação $r + r'$ valia uma fração de ohm, e a resistência de uma lâmpada valia aproximadamente 200Ω . Se supusermos $r + r' \approx 0,1 \Omega$, para que $r + r'$ seja da ordem de grandeza de R serão necessárias 2000 lâmpadas! Evidentemente não é o caso de uma residência doméstica típica. Isto significa também que a hipótese correta a ser feita no caso das conexões em paralelo é: $r + r' \ll R/n$, para um n moderado. Neste caso:

$$P_{\text{paralelo}}^{\text{lâmpada}} \approx \frac{\mathcal{E}^2}{R},$$

isto é, todas as lâmpadas brilham com a mesma intensidade! No outro caso, *i.e.*, o caso em que as lâmpadas estão conectadas em série, a análise de Preece está correta.

O fim da história

- Preece reconheceu publicamente o erro, e tomou parte ativa na implementação do sistema de iluminação (elétrica!) da cidade de Londres. (Preece era um administrador competente!)
- Em janeiro de 1882, Edison inaugurou a primeira estação geradora de energia elétrica de Londres, no viaduto Holborn. O sistema funcionava com corrente contínua e fornecia eletricidade para a iluminação de ruas e residências domésticas situadas não muito afastadas da estação.
- O sistema baseado na corrente contínua acabaria sendo suplantado pelo sistema baseado na corrente alternada (Westinghouse/Tesla), apesar da feroz oposição de Edison, em um episódio conhecido como a “guerra das correntes”.

Lâmpadas elétricas para iluminação pública

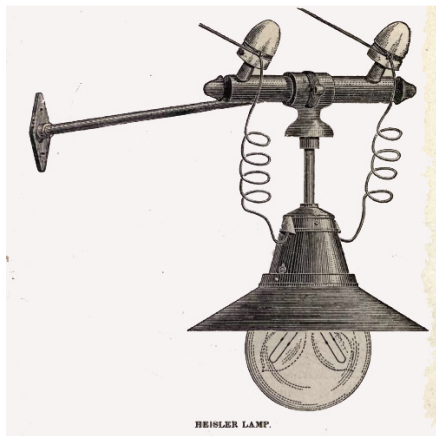


Figura: Lâmpada elétrica Heisler para iluminação pública.

Lâmpadas elétricas para iluminação pública II



Figura: Lâmpada elétrica em poste de iluminação pública.

Mas a iluminação a gás não desapareceu completamente...



Figura: Lâmpada a gás no Green Park, Londres.



Gas lamp by Covent Garden tube station.

Figura: Lâmpada a gás na entrada da estação de metrô em Covent Garden, Londres.



Figura: Lâmpada a gás na entrada da estação de metrô em Covent Garden, Londres, detalhes.

Oliver Heaviside e os cabos telegráficos submarinos

Um dos avanços tecnológicos importantes do século 19 foi o desenvolvimento do cabo telegráfico submarino que permitia a transmissão de mensagens por meio um código que podia ser traduzido em impulsos elétricos.

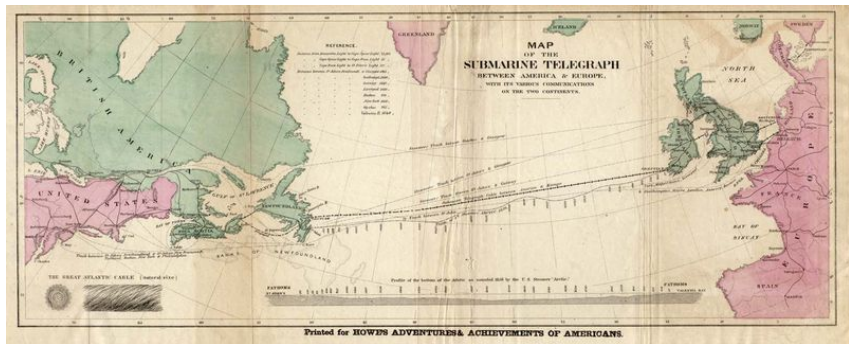


Figura: O mais famoso: o cabo transatlântico. Começou a operar em 1858.

O problema da localização do ponto de perda da corrente

Entre os problemas de manutenção do cabo, destacava-se o problema da localização dos pontos de perda de corrente já que o cabo jazia no fundo do mar.

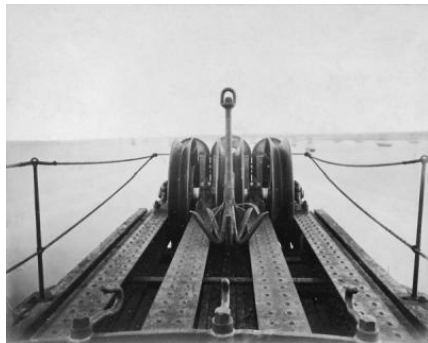


Figura: Gancho para içar o cabo submarino na popa do Great Eastern.

Édouard Blavier

Édouard Blavier, engenheiro francês, tinha um método para a localização da falha, e Oliver Heaviside o aplicou ao um problema particular: a localização de um ponto de perda de corrente no cabo submarino que unia a cidade de Newbiggin-by-the-Sea na Inglaterra a Sondervig na Dinamarca.



Figura: Édouard Ernest Blavier (1826-1887).

Quem era Oliver Heaviside?

Heaviside foi um dos mais importantes pioneiros da teoria eletromagnética moderna. Suas contribuições são muitas e variadas. Entre elas encontramos o cálculo operacional e as bases teóricas da telegrafia por cabo. Heaviside e o físico alemão Heinrich Hertz são os responsáveis pela forma moderna das equações de Maxwell apresentadas nos livros de texto.

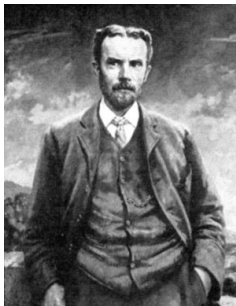


Figura: Oliver Heaviside (1850-1925).

A solução de Heaviside I

Uma das cadernetas de anotações de Heaviside nos mostra que ele dedicou-se à solução do problema da perda de corrente em 16 de janeiro de 1871. A análise supõe que é possível aplicar os elementos mais básicos da teoria dos circuitos de corrente contínua.

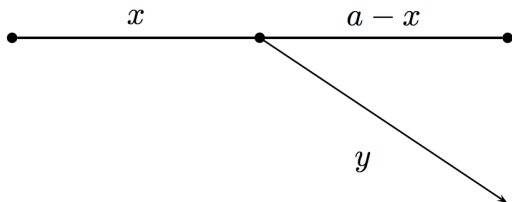


Figura: Esquema de Heaviside conforme sua caderneta de anotações.

A solução de Heaviside II

Tratando o cabo como um condutor comum no regime estacionário, Heaviside faz uso da fórmula que relaciona a resistência R de um trecho de um fio condutor ôhmico com o seu comprimento ℓ :

$$R = \rho \frac{\ell}{A},$$

onde ρ é a resistividade do condutor e A , a área da sua seção reta. Definindo a resistividade por unidade de área, ou resistência por unidade de comprimento, por

$$r = \frac{\rho}{A},$$

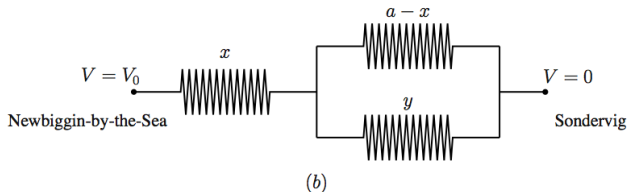
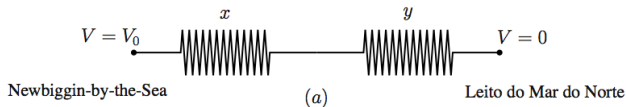
temos

$$R = r \ell.$$

Medir a resistência significa medir o comprimento.

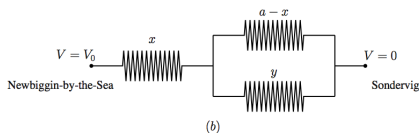
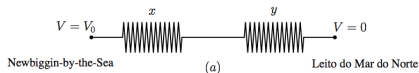
A solução de Heaviside III

Heaviside denota a resistência do cabo de uma extremidade a outra **sem perda de corrente** por a ; a resistência do segmento de cabo de Newbiggin-by-the Sea até o ponto de perda por x , e a resistência do trecho que representa a perda por y



A solução de Heaviside IV

Seguindo o método de Blavier, Heaviside observa que para medir a combinação $b := x + y$ basta interromper o circuito na extremidade dinamarquesa, aplicar uma voltagem conhecida e medir a corrente que passa por x e y . Para medir x , primeiramente era necessário aterrar a extremidade dinamarquesa e obter c , a resistência efetiva, em função de x , y e a . Com a extremidade dinamarquesa e o trecho que representa a perda aterrados, os trechos $a - x$ e y estão conectados em paralelo.



A resistência equivalente dessa combinação é:

$$R_{eq} = \frac{y(a-x)}{y+a-x}.$$

A resistência efetiva c , na notação de Heaviside, vale:

$$c = x + \frac{y(a-x)}{y+a-x},$$

Segue que

$$x^2 - cx + c(a+y) - ab = 0.$$

Escrevendo $y = b - x$, obtemos:

$$x^2 - 2cx + c(a+b) - ab = 0,$$

cuja solução é:

$$x = c \pm \sqrt{c^2 - c(a+b) + ab} = c \pm \sqrt{(c-a)(c-b)}.$$

Os dados que Heaviside tinha anotados eram:

- $r = 6 \Omega$ por nó (no contexto, 1 nó = 1 milha náutica = 1852 m),
- $\ell = 360$ nós,
- $c = 970 \Omega$,
- $b = 1040 \Omega$.

Segue que $a = 2160 \Omega$. Substituindo estes valores na solução para x , vemos que a solução fisicamente aceitável é:

$$x \approx 114 \text{ nós} ,$$

ou

≈ 211 km a partir da extremidade inglesa.

O problema da localização do ponto de perda de corrente no ensino médio

Onde está o ponto de perda de corrente?

Em 1857, o físico francês Charles Babbage foi um dos primeiros a propor a utilização de um código Morse para a comunicação elétrica. Seu objetivo era transmitir mensagens de um ponto a outro, através de grandes distâncias, usando códigos binários em regimes elétricos.

Os sinais por transmissão são medidos a partir de um ponto específico medido o seu comprimento. Isso depende da resistência Heaviside esparmiada, o comportamento da combinação entre cabo e ponto de conexão da segunda mensagem.

Desdando a resistência do cabo sem perda de corrente por x , a resistência de uma das extremidades até o ponto de perda por a , e a resistência do trecho que representa a perda por y .

As combinações $b = a + y$ e $c = a + y + xy$ são idéias aplicadas como subjugos contínuos a medido a corrente mediante determinadas armaduras. Com os valores de a , b e c segue-se da solução:

$$\ln c = \ln(a)(b)$$

As substituir os valores na segunda seremos a resistência do trecho x , e assim encontraremos a localização do ponto, bastando ter previamente o valor das constantes p e A , que são respectivamente a resistividade do material e a área da seção reta do cabo.

Esta é uma amostra concreta da engenhosidade de um dos físicos brasileiros mais importantes do desenvolvimento do final do século 19. E pela simplicidade do método utilizado, consideramos que a reprodução de forma interessante sobre o assunto seria uma boa oportunidade para que observassem na prática a importância da utilidade do que fora aprendido sobre eletrodinâmica em sala de aula.

Tratando o cabo como um condutor contínuo no regime estacionário de corrente contínua, Heaviside postulava que poderia usar a seguinte fórmula:

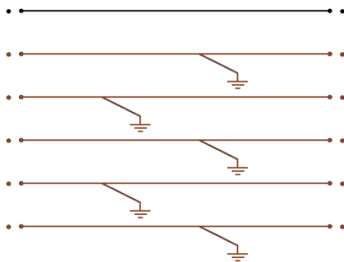
$$R = p \cdot EA$$

Figura: Cartaz para o projeto.



Figura: Prof. Anderson Ribeiro e seus alunos.

Oficinas livres de Física: o cabo telegráfico







Escondidos sob areola.

Figura: Simulando vários cabos submarinos.

Observações finais

- O problema da subdivisão da luz (ou da corrente) é bastante ilustrativo no que diz respeito a utilização da física teórica e aplicada para justificar objetivos tecnológicos e econômicos.
- O segundo exemplo, o problema da localização do ponto de perda de corrente, é uma amostra concreta da engenhosidade de um dos físicos teóricos mais importantes do eletromagnetismo do final do século 19.
- A ciência de modo geral, e a física em particular, são expressões do desenvolvimento cultural, social e econômico de uma parcela (ou parcelas) da humanidade que por razões variadas atingem um determinado estágio. É pedagogicamente saudável que de vez em quando lembremos este fato aos nossos alunos. Melhor ainda quando temos exemplos simples para auxiliar-nos nessa tarefa.

-  A C Tort: *Dois problemas práticos de eletricidade vitoriana e sua discussão no ensino secundário e universitário*. Revista Brasileira de Ensino de Física **31**, 2304 (2009).
-  Paul J. Nahin: *Oliver Heaviside* John Hopkins, Baltimore, 1988.
-  R. Bourne: *The beginnings of electric street lighting in the City of London*, Engineering Science and Education Journal, 81-88, April, 1996.
-  David Bodanis: *Universo elétrico - a impressionante história da eletricidade*, Record, Rio de Janeiro, 2008.