

Mecânica Quântica 2012/1 – Lista de Problemas

1

A C Tort*

23 de março de 2012

Problema 1 *A estabilidade da matéria.* Pela fórmula de Larmor, do eletromagnetismo clássico, uma partícula carregada de energia $E(t)$ perde potência de acordo com

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{2}{3} \frac{q^2 a^2}{4\pi\epsilon_0 c^3}$$

onde a é a aceleração da partícula e q é a sua carga elétrica. Considere um elétron em órbita inicialmente circular em torno de um próton com raio igual ao raio de Bohr. Suponha que a energia perdida em cada revolução seja muito pequena em relação à energia total do sistema. Determine a duração deste átomo clássico. *Sugestão:* suponha que a órbita do elétron possa ser tratada como circular com raio $r(t)$.

Problema 2 *O modelo de Bohr.* Considere o modelo de Bohr para um átomo de um único elétron de massa m_e e carga elétrica negativa $-e$, onde $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C é a carga elementar. O núcleo tem massa M e carga elétrica positiva Ze , onde Z é um inteiro positivo. Como $M \gg m_e$, você pode supor o núcleo fixo. Por simplicidade suponha que as órbitas do elétron sejam circulares. Denote por ℓ a magnitude do momentum angular clássico do sistema.

- Obtenha uma expressão para o raio clássico da órbita do elétron em torno do núcleo em função de ℓ , e , m_e , Z e $\kappa := 1/4\pi\epsilon_0$.
- Obtenha uma expressão para a energia clássica do elétron em torno do núcleo em função de ℓ , e , m_e , Z e $\kappa := 1/4\pi\epsilon_0$.
- Como Bohr, quantize o momentum angular ℓ e obtenha os níveis de energia discretizados do átomo.
- Consideremos o movimento do núcleo, veja a Figura 1 (e a legenda). Agora o núcleo e o elétron giram em torno do centro de massa do sistema com uma velocidade angular comum. Recalcule o momento angular clássico do sistema e mostre que a massa do elétron deve ser substituída pela massa reduzida do sistema definida por:

$$\mu := \frac{m_e}{M + m_e}.$$

Refaça o item (c) com o novo momentum angular.

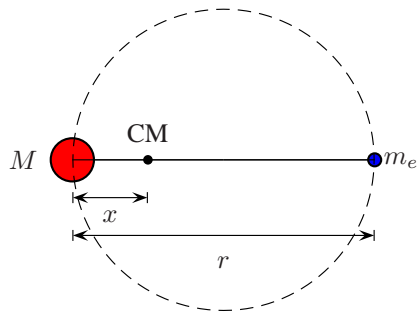


Figura 1: Movimento em torno do centro de massa do sistema. Note que $x = m_e/(M + m_e)$ e $r - x = M/(M + m_e)$, onde r é a distância relativa entre o núcleo e o elétron.

Problema 3 *Modelo de Bohr II.* Um elétron e a sua antipartícula, o pósitron, podem formar um átomo análogo ao átomo de hidrogênio chamado positrônio. Suponha que cada uma das partículas descreva uma órbita circular em torno do centro de massa do sistema, veja a Figura 2. Use os postulados de Bohr e calcule os níveis de energia do positronium.

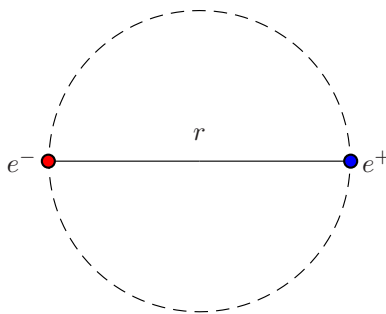


Figura 2: O positrônio.

Problema 4 *Aprimorando o modelo de Bohr.* Considere o modelo de Bohr do átomo de hidrogênio. Defina a constante de Rydberg e determine o seu valor. Quais as modificações que devemos fazer na definição dessa constante se considerarmos a massa do próton finita? Discuta como se pode fazer a diferença entre o hidrogênio e o deutério.