

Dois problemas práticos de eletricidade vitoriana e sua discussão no ensino secundário e universitário

A C Tort *

Departamento de Física Teórica - Instituto de Física
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Caixa Postal 68.528; CEP 21941-972 Rio de Janeiro, Brazil

October 21, 2008

Abstract

Dois problemas práticos, a iluminação residencial e a determinação do ponto de perda de corrente em um cabo telegráfico, são apresentados, discutidos e resolvidos no quadro da eletricidade aplicada da Era Vitoriana. Os dois problemas são ilustrações concretas e relativamente simples das intrincadas relações entre a física e o mundo dos negócios práticos. Elementos simples da teoria dos circuitos de corrente contínua como, por exemplo, a lei de Ohm e a álgebra colegial, são as únicas ferramentas que necessitamos para discutí-los em sala de aula, tanto no ensino médio como nos cursos básicos de eletricidade e magnetismo no nível universitário.

Abstract

Two problems inspired by Paul Nihin's biography of Oliver Heaviside are suggested as concrete illustrations of the intricate interconnections between physics and the world of practical affairs. Ohm's law and simple algebra are the only tools we need to discuss them in class.

*e-mail: tort@if.ufrj.br.

1 Introdução

Há algum tempo, o autor teve a oportunidade de ler a biografia do cientista vitoriano Oliver Heaviside (1850-1925) escrita pelo engenheiro e popularizador científico americano Paul J. Nahin [1]. O biografia de Heaviside tem como pano de fundo o desenvolvimento teórico e a aplicação da teoria eletromagnética aos problemas científicos e tecnológicos que a sociedade britânica da época, em acelerado desenvolvimento industrial, gerava. É um tempo em que a formulação de Maxwell da teoria eletromagnética era entendida somente por um punhado de teóricos que possuíam formação matemática para tanto. Quase a totalidade dos engenheiros elétricos dessa época autoproclamava-se “práticos”, o que efetivamente significava que seus conhecimentos sobre os fenômenos elétricos e magnéticos eram essencialmente empíricos e que, no que dizia respeito à teoria, limitavam-se na maioria das vezes à lei de Ohm e ao efeito Joule. Dois dos problemas dessa época descritos por Nahin [1] chamaram a atenção do autor por suas possibilidades de exemplificar as intrincadas relações que envolvem a física teórica e aplicada e o mundo real dos interesses financeiros e da indústria. Estes dois problemas, embora muito importantes principalmente de um ponto de vista socio-econômico e cultural, são suficientemente simples do ponto de vista teórico para serem apresentados e discutidos por professores do ensino médio e dos cursos básicos de nível universitário.

O primeiro problema diz respeito à possibilidade de utilizar na iluminação doméstica, que na época era obtida com a queima de gases, a eletricidade combinada com a recentemente (na época) inventada lâmpada incandescente de Thomas Alva Edison (1847-1931). Este é o problema da subdivisão da luz ou da corrente. O segundo problema diz respeito à engenhosa solução encontrada por Heaviside para determinar o ponto de fuga de corrente em um cabo submarino, então o meio mais moderno de transmissão de informação. Este é o problema da localização do ponto de fuga ou de perda de corrente. Como os engenheiros vitorianos, necessitaremos somente da lei de Ohm, do efeito Joule e da álgebra no nível do ensino médio como ferramentas teóricas para discutir os dois problemas.

Como mencionado anteriormente, estes dois exemplos são frutos da leitura do relato de Nahin [1] sobre a vida e a obra de Oliver Heaviside, e neste trabalho, chamamos a atenção para as possibilidades pedagógicas desses dois exemplos.

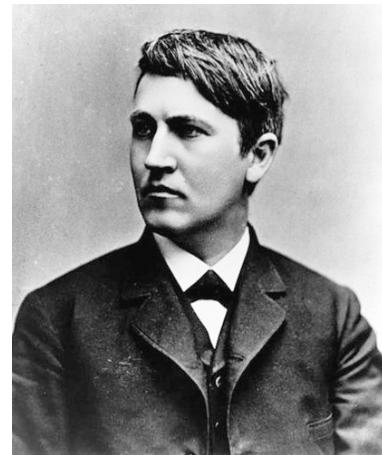


Fig. 1: O jovem Edison.

2 A subdivisão da luz

Por volta de 1870, as únicas fontes de luz, além de velas e lâmpadas a óleo, eram a queima de gases e o arco elétrico. As lâmpadas a óleo utilizavam óleo de oliva, óleo de peixe, óleo de baleia e óleo de gergelim. As velas eram feitas de sebo e de cera de abelha. A iluminação a gás utilizava gás natural ou de carvão que eram distribuídos por tubulações apropriadas. Com a eletricidade aplicada surge a iluminação com lâmpadas de arco, na qual fazia-se saltar uma corrente entre dois eletrodos incandescentes imersos em um gás. Ao passar através do gás, a corrente gera um arco elétrico que produz luz. Por uma série de razões, a iluminação por meio de lâmpadas de arco não era adequada para a iluminação doméstica, mas era utilizada na iluminação pública conjuntamente com a iluminação por meio de lâmpadas de gás¹. Para iluminação doméstica, o sistema a gás era o mais econômico e conveniente. A invenção da lâmpada incandescente por Thomas Alva Edison (1847-1931), porém, muda o panorama. A lâmpada de Edison era uma grande promessa e, como era de se esperar, o mercado financeiro reagiu rapidamente. O valor das ações das companhias de gás despencou.

O engenheiro galês William Henry Preece (1834-1913) encarregou-se de acalmar o mercado produzindo uma análise técnica com o único propósito de demonstrar a impossibilidade de fazer com que muitas lâmpadas incandescentes funcionando mesmo tempo pudessem iluminar eficazmente uma residência doméstica. Preece, um dos mais importantes engenheiros elétricos da Era Vitoriana, era o representante perfeito dos engenheiros “práticos” e tinha profunda aversão à matematização da teoria eletromagnética, aversão que em mais de uma ocasião tornou explicitamente manifesta. Na questão em tela, de acordo com Preece: “a subdivisão extensiva da luz deve ser colocada ao lado do movimento perpétuo, da quadratura do círculo e da transmutação dos metais” e conclui: “a eletricidade com propósitos domésticos não pode suplantare o gás.”

Preece notabilizou-se também por tentar minimizar com uma declaração infeliz a importância da teoria de Maxwell dos fenômenos eletromagnéticos.



Fig. 2: W. H. Preece (1834-1913).

¹A história da iluminação pública é um tema fascinante. Os administradores das grandes cidades européias como por exemplo, Londres, Paris e Madrid perceberam uma correlação muito forte entre a iluminação de ruas e logradouros e a diminuição da taxa de criminalidade. Londres em 1812 e Paris em 1820 adotaram iluminação pública a gás.

Refaçamos passo a passo a análise de Preece. O ponto de partida será um circuito simples de corrente contínua² com uma fonte de voltagem, dois resistores ligados em série, um modelando a resistência interna da fonte e o outro a resistência da fiação. A estes elementos acrescentaremos um número finito de resistores idênticos que poderão estar conectados entre si em série ou paralelo. Estes resistores modelarão as lâmpadas que devem iluminar uma residência doméstica. Denotemos o valor da resistência interna por r , e o valor da resistência da fiação por r' . A resistência de uma lâmpada será denotada por R e a voltagem da fonte de f.e.m. por \mathcal{E} . O arranjo, em série ou paralelo, das lâmpadas é representado por uma resistência equivalente, R_{equiv} , veja a Fig. 3.

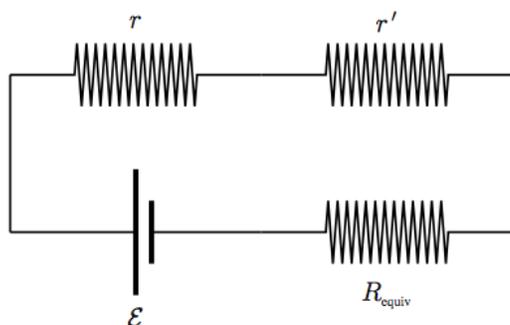


Fig. 3 A resistência equivalente representa o arranjo das lâmpadas.

Analisemos, em primeiro lugar, o caso em que as lâmpadas estão conectadas em série. Seja n , um inteiro positivo, o número dessas lâmpadas. Neste caso, o conjunto de lâmpadas é representado por uma resistência equivalente $R_{\text{eq}} = nR$. De acordo com a lei de Ohm, a corrente que passa pelo circuito é

$$i = \frac{\mathcal{E}}{(r + r' + nR)}, \quad (1)$$

conseqüentemente, em razão do efeito Joule, a potência dissipada sob forma de luz e calor para este arranjo será

$$P_{\text{série}} = i^2 R_{\text{eq}} = \frac{\mathcal{E}^2 nR}{(r + r' + nR)^2}. \quad (2)$$

²A transmissão de energia elétrica por meio de corrente alternada, inventada por Nicola Tesla e patronizada por George Westinghouse, era mais eficiente, mas Edison patenteara um sistema de distribuição de energia elétrica baseado na corrente contínua.

Se, por outro lado, as lâmpadas estiverem conectadas em paralelo, a resistência equivalente é $R_{\text{eq}} = R/n$. A corrente agora é dada por

$$i' = \frac{\mathcal{E}}{(r + r' + R/n)}, \quad (3)$$

e a potência dissipada pelo arranjo em paralelo é

$$P_{\text{paralelo}} = \frac{\mathcal{E}^2 R/n}{(r + r' + R/n)^2}. \quad (4)$$

A potência dissipada por lâmpada no primeiro caso é

$$P_{\text{série}}^{\text{lâmpada}} = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(r + r' + nR)^2}, \quad (5)$$

e no segundo caso

$$P_{\text{paralelo}}^{\text{lâmpada}} = \frac{\mathcal{E}^2 R/n^2}{(r + r' + R/n)^2}. \quad (6)$$

A parte controversa da análise de Preece começa aqui. Preece supõe a seguir que, quando o número de lâmpadas é muito grande ($n \gg 1$), valem as condições $r + r' \ll nR$, para o caso em que as lâmpadas estão ligadas em série, e $r + r' \gg R/n$, para o caso em que estas estão ligadas em paralelo. Segue que, neste limite, no primeiro caso

$$P_{\text{série}}^{\text{lâmpada}} \approx \frac{\mathcal{E}^2}{n^2 R}, \quad (7)$$

e, no segundo caso,

$$P_{\text{paralelo}}^{\text{lâmpada}} \approx \frac{\mathcal{E}^2 R/n^2}{(r + r')^2}, \quad (8)$$

Preece conclui que, como em ambos os casos a potência dissipada por uma única lâmpada varia com o inverso do quadrado do número de lâmpadas, a iluminação proporcionada por cada uma delas será irrelevante, não justificando a troca do sistema de iluminação a gás pelas lâmpadas de Edison. Observe que isto significa que, no segundo caso, o de lâmpadas em paralelo, Preece supõe que a combinação $r + r'$ é da ordem de grandeza de R .

A análise de Preece está apenas parcialmente correta. No esquema original de Edison, a combinação $r + r'$ valia uma fração de ohm, enquanto que a resistência de uma lâmpada valia aproximadamente 200Ω . Se, por exemplo, supusermos $r + r' \approx 0,1 \Omega$, é fácil ver que para que $r + r'$ seja da ordem de grandeza de R serão necessárias 2000 lâmpadas! Evidentemente não é o caso de uma residência doméstica típica. Isto significa também que a hipótese correta a ser

feita no caso das conexões em paralelo é: $r + r' \ll R/n$, para um n moderado. Neste caso a equação (6) leva ao resultado

$$P_{\text{paralelo}}^{\text{lâmpada}} \approx \frac{\mathcal{E}^2}{R}, \quad (9)$$

isto é, todas as lâmpadas brilham com a mesma intensidade! No outro caso, *i.e.*, o caso em que as lâmpadas estão conectadas em série, a análise de Preece está correta. Mais tarde, Preece reconheceria publicamente o erro, e tomaria parte ativa na implementação do sistema de iluminação (elétrica!) da cidade de Londres [2]. Em janeiro de 1882, Edison inaugurou a primeira estação geradora de energia elétrica de Londres, no viaduto Holborn. O sistema funcionava com corrente contínua e fornecia eletricidade para a iluminação de ruas e residências domésticas situadas não muito afastadas da estação. O sistema baseado na corrente contínua acabaria sendo suplantado pelo sistema baseado na corrente alternada, apesar da feroz oposição de Edison, em um episódio conhecido como a “guerra das correntes”.

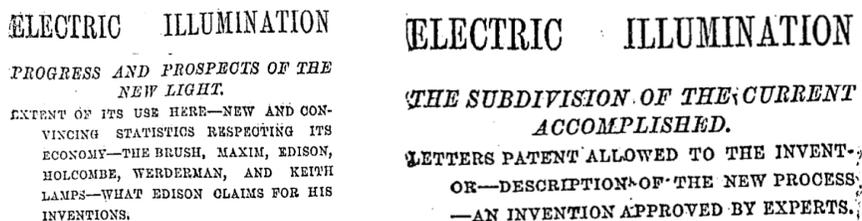


Fig. 4: Manchetes nas páginas internas do New York Times de 29 de maio e de 15 de junho de 1879.

3 Onde está o ponto de perda de corrente?

Um dos avanços tecnológicos importantes do século 19 foi o desenvolvimento do cabo telegráfico submarino que permitia a transmissão de mensagens por meio um código que podia ser traduzido em impulsos elétricos. Entre os problemas de manutenção do cabo, destacava-se o problema da localização dos pontos de perda de corrente já que o cabo jazia no fundo do mar. O notável teórico inglês Oliver Heaviside (1850-1925), aplicou o método desenvolvido pelo engenheiro francês Édouard Ernest Blavier (1826-1887) para determinar a localização de um ponto de perda de corrente no cabo submarino que unia a cidade de Newbiggin-by-the-Sea na Inglaterra a Sondervig na Dinamarca.

O comportamento de Heaviside, muitas vezes estranho, anti-social e mesmo bizarro, não o impediu de conquistar um lugar para si entre os grandes físicos teóricos e experimentais, do século 19 e princípios do século 20, que se dedicaram ao desenvolvimento do eletromagnetismo. Heaviside foi um dos mais importantes pioneiros da teoria eletromagnética moderna. Suas contribuições são muitas e variadas. Entre elas encontramos o cálculo operacional e as bases teóricas da telegrafia por cabo. Heaviside, conjuntamente com outro físico notável, o alemão Heinrich Rudolph Hertz (1857-1894), é o responsável pela forma atual com que as equações de Maxwell são apresentadas nos livros de texto [3]. Embora este fato seja sobejamente conhecido pelos historiadores, poucos são os livros de texto que o mencionam, uma das poucas exceções é o texto de Lorrain, Corson e Lorrain [4].

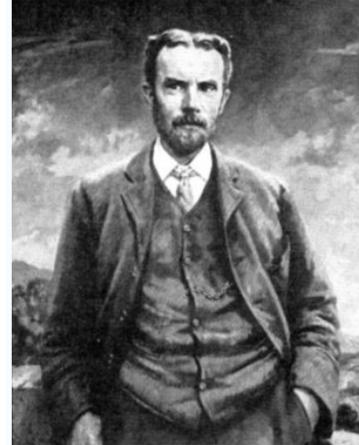


Fig. 5: O. Heaviside (1850-1925).

Uma das cadernetas de anotações de Heaviside nos mostra que ele dedicou-se à solução do problema da perda de corrente em 16 de janeiro de 1871 [1]. Estudemos a abordagem de Heaviside, então um jovem de 21 anos. Como era comum na época, a análise supõe que é possível aplicar os elementos mais básicos da teoria dos circuitos de corrente contínua. Em particular, tratando o cabo como um condutor comum no regime estacionário, Heaviside percebe que pode fazer uso da fórmula que relaciona a resistência R de um trecho de um fio condutor ôhmico com o seu comprimento ℓ [5]

$$R = \rho \frac{\ell}{A}, \quad (10)$$

onde ρ é a resistividade do condutor e A , a área da sua seção reta. Definindo a resistividade por unidade de área, ou resistência por unidade de comprimento, por

$$r = \frac{\rho}{A}, \quad (11)$$

temos

$$R = r \ell. \quad (12)$$

Vemos então que em um certo sentido, resistência e comprimento confundem-se e medir a resistência significa medir o comprimento. Heaviside denota a resistência do cabo de uma extremidade a outra *sem perda de corrente* por a ; a resistência do segmento de cabo de Newbiggin-by-the Sea até o ponto de perda por x , e a resistência do trecho que representa a perda por y .

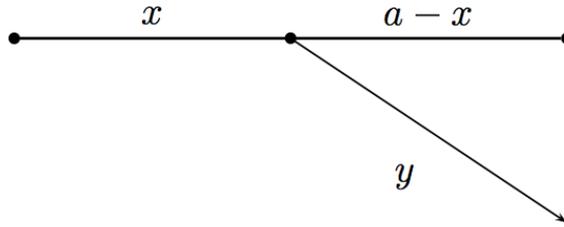


Fig. 6: esquema desenhado por Heaviside em sua caderneta de anotações.

Seguindo o método de Blavier, Heaviside observa que para medir a combinação $b := x + y$ basta interromper o circuito na extremidade dinamarquesa, aplicar uma voltagem conhecida e medir a corrente que passa por x e y , veja a Fig. 7 (a). Para medir x , primeiramente era necessário aterrar a extremidade dinamarquesa e obter c , a resistência efetiva, em função de x , y e a . Com a extremidade dinamarquesa e o trecho que representa a perda aterrados, os trechos $a - x$ e y estão conectados em paralelo, veja a Fig. 7 (b).

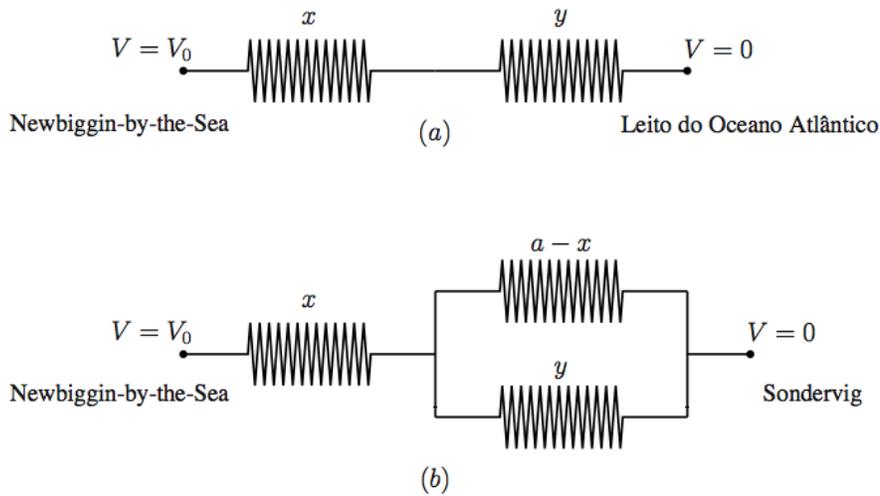


Fig.7.

A resistência equivalente dessa combinação é

$$R_{eq} = \frac{y(a-x)}{y+a-x}. \quad (13)$$

A resistência efetiva vale

$$c = x + \frac{y(a-x)}{y+a-x}, \quad (14)$$

Segue que

$$x^2 - cx + c(a+y) - ab = 0. \quad (15)$$

Escrevendo $y = b - x$, obtemos:

$$x^2 - 2cx + c(a+b) - ab = 0, \quad (16)$$

cuja solução é

$$x = c \pm \sqrt{c^2 - c(a+b) + ab} = c \pm \sqrt{(c-a)(c-b)}. \quad (17)$$

Os dados que Heaviside tinha anotados eram: $r = 6 \Omega$ por nó (no contexto, 1 nó = 1 milha náutica = 1852 m), $\ell = 360$ nós, $c = 970 \Omega$ e $b = 1040 \Omega$. Segue que $a = 2160 \Omega$. Substituindo estes valores na equação (17), vemos que a solução fisicamente aceitável é $x \approx 114$ nós ou, aproximadamente, 211 km a partir da extremidade inglesa.

A história do cabo submarino também é uma leitura fascinante, e o leitor interessado poderá consultar o livro de Bodanis [6] que lhe dedica um capítulo divertido e ao mesmo tempo esclarecedor.

4 Comentários finais

O problema da subdivisão da luz (ou da corrente) é bastante ilustrativo no que diz respeito a utilização da física teórica e aplicada para justificar objetivos tecnológicos e econômicos. O segundo exemplo, o problema da localização do ponto de perda de corrente, é uma amostra concreta da engenhosidade de um dos físicos teóricos mais importantes do eletromagnetismo do final do século 19. É verdade que os dois exemplos são datados, mas nem por isso são menos interessantes. Todas as vezes em que os apresentei em sala de aula, o interesse dos estudantes, mesmo o mais sonolento, foi despertado.

A ciência de modo geral, e a física em particular, são expressões do desenvolvimento cultural, social e econômico de uma parcela (ou parcelas) da humanidade que por razões variadas atingem um determinado estágio. É pedagogicamente saudável que de vez em quando lembremos este fato aos nossos alunos. Melhor ainda quando temos exemplos simples para auxiliá-los nessa tarefa.

Agradecimentos

O autor agradece ao Prof. Marcus Venicius Cougo Pinto pela leitura atenta e sugestões que melhoraram significativamente a legibilidade do manuscrito original.

References

- [1] Paul J. Nahin: *Oliver Heaviside* John Hopkins, Baltimore, 1988.
- [2] R. Bourne: *The beginnings of electric street lighting in the City of London*, Engineering Science and Education Journal, 81-88, April, 1996.
- [3] Olivier Darrigol: *The Genesis of the Theory of Relativity* Séminaire Poincaré **1** 1-22, 2005; ver também *Electrodynamics from Ampère to Einstein*, Oxford University Press, Oxford, 2000.
- [4] Paul Lorrain, Dale R. Corson and François Lorrain: *Fundamentals of Electromagnetic Phenomena*, Freeman, New York, 2000, Appendix C.
- [5] Paul A. Tipler: *Physics for scientists and engineers* 4th edition, Freeman, New York, 1999.
- [6] David Bodanis: *Universo elétrico - a impressionante história da eletricidade*, Record, Rio de Janeiro, 2008.