

Tópicos em Física Clássica I - 2009/1
2ª Lista de Exercícios. 25/03-08/04/2008

2.1 Demonstre que o conjunto $\vec{S}(\mathcal{E})$ das setas livres munido das operações de adição de setas livres e de multiplicação de número por seta livre, tais como definidas em **2.2**, forma um espaço vetorial sobre \mathbb{R} .

2.2 Demonstre que o conjunto \mathbb{R}^n das n -uplas de reais munido das operações de adição de n -uplas e multiplicação de número por n -upla, tais como definidas em **2.3** forma um espaço vetorial sobre \mathbb{R} .

2.3 Seja D um conjunto não vazio. Demonstre que o conjunto \mathbb{R}^D de todas as funções de um D em \mathbb{R} munido das operações de adição de funções de \mathbb{R}^D e de multiplicação de números por funções de \mathbb{R}^D , tais como definidas em **2.4**, forma um espaço vetorial sobre \mathbb{R} .

2.4 Demonstre que o conjunto \mathbb{R} dos números reais munido de suas operações usuais de adição de reais e multiplicação de reais, forma um espaço vetorial sobre \mathbb{R} . Determine uma base e a dimensão desse espaço vetorial \mathbb{R} .

2.5 Seja $\mathcal{B} = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n)$ o subconjunto de vetores do espaço vetorial \mathbb{R}^n dado pelas expressões $\mathbf{e}_1 = \mathbf{u}_1$, $\mathbf{e}_2 = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2, \dots$, $\mathbf{e}_n = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 + \dots + \mathbf{u}_n$, nas quais $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_n$ são os vetores da base canônica de \mathbb{R}^n . Demonstre que \mathcal{B} é base de \mathbb{R}^n e encontre as componentes nessa base do vetor $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ de \mathbb{R}^n .

2.6 Seja o funcional $S_{[0,1]} : \mathcal{C}^1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ definido por

$$S_{[0,1]}(\phi) := \int_0^1 \{[\phi'(t)]^2 - [\phi(t)]^2\} dt .$$

Calcule o valor desse funcional para as funções de $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ dadas por $\phi_1(t) = \cos(t)$, $\phi_2(t) = e^t$ e $\phi_3(t) = t + t^2$.